

T.C.  
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ



**FARKLI GEOMETRİYE SAHİP KARBON NANOTÜPLERİN ELASTİK EĞRİ  
YÖNTEMİYLE STATİK ANALİZİ**

**Ömer GÖK**

**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ**

**ANABİLİM DALI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**MAYIS 2018**

**ANTALYA**

T.C.  
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ



**FARKLI GEOMETRİYE SAHİP KARBON NANOTÜPLERİN ELASTİK EĞRİ  
YÖNTEMİYLE STATİK ANALİZİ**

**Ömer GÖK**

**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ**

**ANABİLİM DALI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**MAYIS 2018**

**ANTALYA**

**T.C.  
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FARKLI GEOMETRİYE SAHİP KARBON NANOTÜPLERİN ELASTİK  
EĞRİ YÖNTEMİYLE STATİK ANALİZİ**

**Ömer GÖK  
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ  
ANABİLİM DALI  
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**MAYIS 2018**

**T.C.**  
**AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FARKLI GEOMETRİYE SAHİP KARBON NANOTÜPLERİN ELASTİK EĞRİ**  
**YÖNTEMİYLE STATİK ANALİZİ**

**Ömer GÖK**  
**İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ**  
**ANABİLİM DALI**  
**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

Bu tez .... / ..... / 201..... tarihinde jüri tarafından Oybirliği / Oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Ömer CİVALEK (Danışman)

Doç. Dr. Mehmet AVCAR

Dr. Öğretim Üyesi Bekir AKGÖZ

## ÖZET

### FARKLI GEOMETRİYE SAHİP KARBON NANOTÜPLERİN ELASTİK EĞRİ YÖNTEMİYLE STATİK ANALİZİ

Ömer GÖK

Yüksek Lisans Tezi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Mayıs 2018, 56 sayfa

Bu tez çalışmasında nano ölçekte modellenen eğilme elemanlarının statik analizi yapılmıştır. Eğilme formülasyonunun elde edilmesinde Euler–Bernoulli eğilme varsayımlarından yola çıkılarak elde edilen elastik eğri denkleminin çeşitli statik yükler (tekil yük veya açıklık boyunca düzgün yayılı yük) altında çeşitli sınır şartlara göre uygulamaları yapılmıştır. Eğilme elemanları nanoteknoloji biliminde önemli bir yere sahip olan karbon nanotüp malzemesinden modellenmiştir. Elde edilen denklemlerce kiriş elemanlarının maksimum çökme miktarları ve maksimum eğilme momenti iç tesirleri hesaplanmıştır. Sınır şart türü, yük türü ve şiddeti, eleman açıklığı miktarı, kesit geometrisi ve boyutları gibi faktörlerin statik analize olan etkileri tartışılmıştır.

Sonuçlar göstermiştir ki, tam rijit niteliğe sahip mesnetlenme şartlarındaki kirişler, yarı rijit nitelikte mesnetlenmiş elemanlara göre daha az eğilme iç tesiri alıp daha az çökme gerçekleştirmiştir. Hiç rijit olmayan koşulda daha çok çökme görülmüştür. Uzunluk artınca maksimum çökme de artmıştır. Yük şiddeti arttıkça çökmenin şiddeti artmıştır. Kesit boyutları büyüdükçe atalet momenti arttığı için maksimum çökme azalmıştır. Eşit alanlı içi boş kesitler içi dolu kesitlere göre daha az çökme yapmıştır.

**ANAHTAR KELİMELER:** Eğilme, Elastik eğri, Karbon nanotüp, Nanokiriş, Nanoteknoloji, Statik analiz.

**JÜRİ:** Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Doç. Dr. Mehmet AVCAR

Dr. Öğretim Üyesi Bekir AKGÖZ

## **ABSTRACT**

### **STATIC ANALYSIS OF CARBON NANOTUBES WITH DIFFERENT GEOMETRICALLY BASED ON ELASTIC CURVE METHOD**

**Ömer GÖK**

**MSc. Thesis in Civil Engineering**

**Supervisor: Prof. Dr. Ömer CİVALEK**

**May 2018, 56 pages**

In this thesis, static analysis of nanobeams has been done. The fourth – order differential equation of elastic curve for distributed loaded systems and double integrations equation of bending moment for point loaded systems have been obtained and this equation has been applied to various boundary conditional systems for under various static load. Nanobeams have been modeled from carbon nanotube (CNT) material. Displacement values and bending moment internal values of beam have been calculated by obtained equations. Effect to static analyses of such as factors type and magnitude of load, beam length and section geometry have been discussed.

The results have shown, rigid boundary conditional beams less deflected and less subjected to bending moment than semi rigid boundary conditional beams. When the beam length is increased, displacement values have been also increased. When the size of cross – section is increased, displacement values have been decreased because inertia moment has been increased. Hollow sections have done less deflection than hollow sections.

**KEYWORDS:** Bending, Carbon nanotube, Elastic curve, Nanobeam, Nanotechnology, Static analysis.

**COMMITTEE:** Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Assoc. Prof. Dr. Mehmet AVCAR

Asst. Prof. Dr. Bekir AKGÖZ

## ÖNSÖZ

İnsanoğlu, varlığının başından bu yana teknolojiyi kendi iyiliği ve yararı için kullanmıştır. Tabii teknoloji durağan kalmamış günden güne ilerleyiş göstermiştir. Günüümüzde bilime olan ilginin artışı, teknolojinin de gelişimini hızlandırmıştır.

İnsan yaşamının gün geçtikçe daha büyük bir devinime sahip olması, insanların bilgiye daha fazla ihtiyaç duyması ve bilginin daha sık işlenmesi gibi gereksinimlerden dolayı bugün elimizin altındaki ürünlere baktığımız zaman, bu ürünler öncekilerine göre oldukça az yer kaplayan, daha dayanıklı ve dayanımlı, daha hafif konumdadır. Bu noktada nanoteknoloji kavramı karşımıza çıkar. “Atomik sistemlerin mühendisliği” olarak tanımladığımız nanoteknoloji moleküler ve süpermoleküler seviyede malzemenin özelliklerini araştırır. Genel çalışma kapsamı 1 ila 100 nanometre arasındaki uzunluğa sahip yapılardır.

Makro yapının atomik boyutuna inildiğinde o malzemenin daha değişik özellikleri çıkar. Günüümüz teknolojisinin gücü ile bu özellikler işlenerek öncekilere göre daha üstün malzemeler ve cihazlar elde edilebilmektedir. İşte nanoteknoloji bilimi bunun üzerine çalışır.

Nanomalzemelerin ve nanocihazların tasarımı da ayrı ele alınan bir konudur. Malzemenin tasarımında maruz kalınan dış etkilerden kaynaklı mekanik zorların ve bu zorların meydana getireceği etkiler ayrıntılı ele alınmalıdır. Bu çalışmada eğilme elemanları nanoölçekte modellenecek ve statik analizi yapılacaktır. Analiz sonuçları tartışılarak eğilme halinin nanoölçekte anlaşılması sağlanacaktır.

Nanoölçekteki elemanlar karbon nanotüp malzemesinden modellenmiştir. Karbon nanotüpler (CNT) nanoteknoloji biliminde önemli yer tutan bir malzemedir. Günüümüz yapı malzemelerine göre özellikle mekanik özellikleri oldukça güçlüdür. Otomotivden askeriye alanına, tıptan bilişime birçok alanda uygulaması vardır. Örneğin biyosensör ve bilişim teknolojisi ürünü cihazların üretiminde önemli rol oynar.

Lisansüstü eğitimim süresince engin bilgileri ile beni aydınlatan ve bilimsel araştırmaya teşvik eden danışman hocam sayın Prof. Dr. Ömer CİVALEK’e ve başta maddi ve manevi emek paylarını göz ardı edemeyeceğim Annem, Babam ve Eşime teşekkürü bir borç ve görev bilirim.

## İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
ÖNSÖZ.....	.....iii
AKADEMİK BEYAN .....	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR .....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	ix
ÇİZELGELER DİZİNİ .....	xiii
1. GİRİŞ .....	1
2. KAYNAK TARAMASI .....	2
2.1. Nanoteknoloji Bilimi.....	2
2.1.1. Giriş .....	2
2.1.2. Karbon (C) elementi ve karbon nanotüpler (CNT).....	5
3. MATERYAL VE METOT .....	9
3.1. Eğilmede İç Tesirler Arasındaki Diferansiyel Bağlılıklar.....	9
3.2. Euler – Bernoulli Kiriş Teorisi.....	10
3.3. Elastik Eğri ve Deformasyon Hesabı .....	12
3.3.1. Uygulamalar .....	13
4. BULGULAR.....	29
5. TARTIŞMA .....	51
6. SONUÇLAR.....	52
7. KAYNAKLAR .....	53
8. EKLER.....	47
ÖZGEÇMİŞ	



## **AKADEMİK BEYAN**

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Farklı geometriye sahip karbon nanotüplerin elastik eğri yöntemiyle statik analizi” adlı bu çalışmanın, akademik kurallar ve etik değerlere uygun olarak bulunduğunu belirtir, bu tez çalışmasında bana ait olmayan tüm bilgilerin kaynağını gösterdiğimi beyan ederim.

20/03/2018

**Ömer GÖK**

## SİMGELER VE KISALTMALAR

### Simgeler

- $a_1, a_2$  : Grafen tabakanın birim vektörleri
- $A$  : Kesit alan
- $b$  : Dikdörtgen kesitin eni
- $b_e$  : İçi boş dikdörtgen kesitin dış eni
- $c_i$  : İntegral sabitleri ( $i=1,2,3,4$ )
- $C_h$  : Kiriş vektörü
- $d$  : Diferansiyel operatörü
- $d$  : Üçgen kesitin bir kenarı
- $d_e$  : İçi boş üçgen kesitin bir dış kenarı
- $D$  : Dairesel kesitin çapı
- $D_e$  : İçi boş dairesel kesitin dış çapı
- $E$  : Elastisite modülü
- $\varepsilon_z$  : Eğilme şekil değiştirmesi
- $h$  : Dikdörtgen kesitin yüksekliği
- $h_e$  : İçi boş dikdörtgen kesitin dış yüksekliği
- $H$  : Geometrik yükseklik (Hesap yüksekliği)
- $I$  : Atalet momenti
- $\kappa$  : Eğrilik
- $l$  : Kirişin bir ucuna olan mesafe (moment kolu) ( $l < L$ )
- $L$  : Çubuğun uzunluğu
- $M_x$  : Eğilme momenti
- $n, m$  : Birim vektör katsayıları
- $P$  : Tekil yük
- $\rho$  : Eğrilik yarıçapı

- $\sigma$  : Eğilme gerilmesi
- $t_c$  : İçi boş daire kesitin et kalınlığı
- $t_r$  : İçi boş dikdörtgen kesitin et kalınlığı
- $t_t$  : İçi boş üçgen kesitin et kalınlığı
- $q$  : Yayılı yük
- $q$  : Altıgen kesitin bir kenarı
- $V_y$  : Kesme kuvveti
- $w$  : Deplasman (Yerdeğiştirme, sehim)
- $x$  :  $x$  – Koordinatı (Uzunluk doğrultusu)
- $y$  :  $y$  – Koordinatı (Yükseklik doğrultusu)
- $z$  :  $z$  – Koordinatı (En doğrultusu)

Bu tez çalışmasında sayıların ondalık kısmı nokta (.) ile ayrılmıştır.

## **Kısaltmalar**

C – C	: Cantilever – Cantilever (Ankastre mesnetli-ankastre mesnetli)
C – F	: Cantilever – Free (Ankastre mesnetli-serbest)
C – S	: Cantilever – Supported (Ankastre mesnetli-basit mesnetli)
CNT	: Karbon nanotüp
ÇDKNT	: Çok duvarlı karbon nanotüp
GPa	: Gigapascal
m	: Metre
MPa	: Megapascal
nm	: Nanometre
nN	: Nanonewton
S – S	: Supported – Supported (Basit mesnetli-basit mesnetli)
TDKNT	: Tek duvarlı karbon nanotüp
TPa	: Terapascal

## ŞEKİLLER DİZİNİ

<b>Şekil 2.1.</b> Bilimin çalışma boyutlarına nanoölçekte örnekler ve bunların bazı makro yapılarla kıyaslanması (www.nano.gov) .....	3
<b>Şekil 2.2.</b> Fullerene molekülü (www.nyu.edu) .....	4
<b>Şekil 2.3.</b> Ksenon atomları ile yazılmış IBM yazısı www.nano.gov).....	4
<b>Şekil 2.4.</b> Karbon allotroplarının atomik geometrisi a) Elmas b) Grafit (kprblog.in) .....	5
<b>Şekil 2.5.</b> Grafen tabaka (cellnexx.co.uk).....	6
<b>Şekil 2.6.</b> a) Tek duvarlı karbon nanotüpler b) Çok duvarlı karbon nanotüpler (intechopen.com).....	6
<b>Şekil 2.7.</b> Grafen katman üzerinde giriş vektörü ve katmanın sarılma biçimi.....	7
<b>Şekil 2.8.</b> Karbon nanotüplerin sarılma biçimlerine göre şekilleri <b>a)</b> Koltuk <b>b)</b> Zigzag <b>c)</b> Kiral (ks.uiuc.edu) .....	8
<b>Şekil 3.1.</b> Düzgün olmayan yayılı yüke maruz çubuk ve bu çubuktan alınan sonsuz küçük uzunluktaki çubuğun serbest cisim diyagramı .....	9
<b>Şekil 3.2.</b> $M_z$ eğilme momentine maruz kalmış çubuğun şekil değiştirmiş geometrisi ve şekil değişiminin çubuk üzerindeki farklı bölgelere göre durumu.....	10
<b>Şekil 3.3.</b> Eğilmiş geometrinin eğrilik merkezi $O$ ve eğrilik yarıçapı $\rho$ .....	10
<b>Şekil 3.4.</b> Kesitin maruz kaldığı saf eğilme momenti ve iç tesirleri altında dengesi.....	11
<b>Şekil 3.5.</b> $L$ açıklığı boyunca $q$ yayılı yükü ile yüklü her iki ucu basit mesnetli giriş.....	13
<b>Şekil 3.6.</b> Her iki ucu basit mesnetli ve $P$ tekil yükü ile yüklü giriş.....	15
<b>Şekil 3.7.</b> $L$ açıklığı boyunca $q$ yayılı yükü ile yüklü izostatik konsol giriş.....	18
<b>Şekil 3.8.</b> $P$ tekil yükü ile yüklü konsol giriş .....	19
<b>Şekil 3.9.</b> $L$ açıklığı boyunca $q$ yayılı yükü ile yüklü bir ucu ankastre diğer ucu basit mesnetli giriş .....	21
<b>Şekil 3.10.</b> $P$ tekil yükü ile yüklü bir ucu ankastre diğer ucu basit mesnetli giriş .....	22

<b>Şekil 3.11.</b> L açıklığı boyunca q yayılı yükü ile yüklü her iki ucu ankastre mesnetli kiriş .....	25
<b>Şekil 3.12.</b> P tekil yükü ile yüklü her iki ucu ankastre mesnetli kiriş.....	26
<b>Şekil 4.1.</b> Farklı mesnetlenme tipindeki kirişlerin açıklık boyunca yayılı yüke maruz kalması durumunda yapacağı çökme diyagramı ( $q = 1 \text{ nN/nm}$ , $L = 20 \text{ nm}$ , $A = 5 \text{ nm}^2$ ).....	38
<b>Şekil 4.2.</b> İki farklı mesnetlenme tipindeki eşit alanlı farklı kesitli kirişlerin açıklık boyunca yayılı yüke maruz kalması durumunda yapacağı çökme diyagramı ( $q = 1 \text{ nN/nm}$ , $L = 20 \text{ nm}$ , $A = 5 \text{ nm}^2$ ) a) S – S b) C – S c) C – C.....	38-39
<b>Şekil 4.3.</b> Farklı mesnetlenme tipindeki kirişlerin açıklık ortasında tekil yüke maruz kalması durumunda yapacağı çökme diyagramı ( $P = 10 \text{ nN}$ , $L = 20 \text{ nm}$ , $A = 5 \text{ nm}^2$ ).....	40
<b>Şekil 4.4.</b> Eşit alanlı farklı kesitli kirişlerin açıklık ortasında tekil yüke maruz kalması durumunda yapacağı çökme diyagramı ( $q = 1 \text{ nN/nm}$ , $L = 20 \text{ nm}$ , $A = 4 \text{ nm}^2$ ) a) S – S b) C – S c) C – C .....	40-41
<b>Şekil 4.5.</b> Farklı mesnetlenme tipindeki farklı uzunluktaki kirişlerin açıklık boyunca yayılı yüke maruz kalması durumunda oluşacak maksimum çökme değerleri ( $q=1 \text{ nN/nm}$ , $A=5 \text{ nm}^2$ ).....	42
<b>Şekil 4.6.</b> Farklı uzunlukta olan eşit alanlı farklı kesitli kirişlerin açıklık boyunca yayılı yüke maruz kalması durumunda oluşacak maksimum çökme değerleri ( $q = 0.01 \text{ nN/nm}$ , $A = 5 \text{ nm}^2$ ) a) S – S b) C – F c) C – S d) C – C .....	42-44
<b>Şekil 4.7.</b> Kiriş üzerindeki tekil yükün konumunun değişken olması durumunda oluşacak maksimum çökme değerlerinin farklı sınır şartlı elemanlar için karşılaştırılması ( $P = 100 \text{ nN}$ , $A = 5 \text{ nm}^2$ ).....	44
<b>Şekil 4.8.</b> Farklı şiddetteki yayılı yüklerin S – S kirişine açıklık boyunca etkimesi durumunda kirişte oluşacak maksimum çökmenin eleman uzunluğuna göre değişimi ( $A = 5 \text{ nm}^2$ ).....	45
<b>Şekil 4.9.</b> Tekil yükün farklı konumlarda etkimesi durumunda oluşacak maksimum çökmenin eleman uzunluğuna göre değişimi ( $P = 10 \text{ nN}$ , $A = 5 \text{ nm}^2$ ) a) S – S b) C – S .....	45-46
<b>Şekil 4.10.</b> Farklı mesnetlenme koşullarındaki kirişler için yayılı yük altında oluşacak eğilme momenti diyagramları ( $q = 1 \text{ nN/nm}$ , $L = 20 \text{ nm}$ , $A = 5 \text{ nm}^2$ ).....	46
<b>Şekil 4.11.</b> Farklı yayılı yük değerleri altında oluşacak eğilme momenti diyagramları ( $L = 20 \text{ nm}$ , $A = 5 \text{ nm}^2$ ) a) S – S b) C – F c) C – S d) C – C .....	47-48

<b>Şekil 4.12.</b> Farklı mesnetlenme koşullarındaki kirişler için açıklık ortasında tekil yük altında oluşacak eğilme momenti diyagramları ( $P = 10 \text{ nN}$ , $L = 20 \text{ nm}$ , $A = 5 \text{ nm}^2$ ).....	49
<b>Şekil 4.13.</b> C – S kirişi için açıklık ortasında farklı şiddetteki tekil yükler altında oluşacak eğilme momenti diyagramları ( $L = 20 \text{ nm}$ , $A = 5 \text{ nm}^2$ ) .....	49
<b>Şekil 4.14.</b> Maksimum momentin mutlak değerce şiddetinin tekil yükün konumuna göre değişimi ( $P = 10 \text{ nN}$ , $L = 20 \text{ nm}$ , $A = 5 \text{ nm}^2$ ).....	50

## ÇİZELGELER DİZİNİ

<b>Çizelge 2.1.</b> Bazı malzemelerin mekanik ve fiziksel özellikleri (Özer 2008, Hançer 2010).....	8
<b>Çizelge 4.1.</b> Statik analizde kullanılacak geometrik kesit tipleri ve bunların geometrik özellikleri (Numanoğlu 2017).....	29
<b>Çizelge 4.2.</b> Mesnetlenme türlerinin gösterimi.....	30
<b>Çizelge 4.3.</b> Farklı mesnetlenme tipindeki eşit alanlı farklı tipteki kesitlere sahip CNT kirişlerin yayılı ve tekil yüklemeler durumunda yapacağı deplasmanlar (nm) ( $L=20$ nm, $l=10$ nm, $A = 4$ nm) .....	30
<b>Çizelge 4.4.</b> Farklı mesnetlenme tipindeki eşit alanlı farklı tipteki kesitlere sahip kirişlerin eşit eğilme etkisi oluşturacak biçimde seçilmiş olan yayılı ve tekil yüklere maruz kalması durumunda meydana gelen maksimum deplasmanlar (nm) ( $L=20$ nm, $l=10$ nm, $M_{max}=10$ nN-nm) .....	31
<b>Çizelge 4.5.</b> Farklı mesnetlenme tipindeki farklı uzunluktaki kirişlerin açıklık boyunca yayılı yüke maruz kalması durumunda yapacağı maksimum deplasmanlar (nm) (Dikdörtgen kesit, $b = 1$ nm, $h = 4$ nm) .....	31
<b>Çizelge 4.6.</b> Farklı mesnetlenme tipindeki kirişlere etkiyen tekil yükün konumuna göre oluşacak maksimum deplasmanlar (nm) ( $L = 50$ nm, $P = 1$ nN, eşit alanlı daire ve içi boş daire kesit için, $D = 2.5$ nm, $D_e = 6.5$ nm, $t_c = 0.25$ nm).....	32
<b>Çizelge 4.7.</b> Farklı mesnetlenme tipindeki kirişlerin çeşitli yayılı yük ve tekil yük değerleri için maksimum deplasman değerleri (nm) ( $L = 20$ nm, $l = 10$ nm, içi boş dairesel kesit $D_e = 6.5$ nm, $t_c = 0.25$ nm) .....	32
<b>Çizelge 4.8.</b> Farklı mesnetlenme tipindeki kirişlerin çeşitli kesit alan değerleri için yayılı ve tekil yükleme durumunda yapacağı maksimum deplasmanlar ( $L=20$ nm, $l=10$ nm, Dairesel kesit) .....	33
<b>Çizelge 4.9.</b> Farklı mesnetlenme tipindeki kirişlerin farklı şiddetteki yayılı yük değeri için meydana gelen maksimum deplasman değerleri (nm) ( $L= 20$ nm, $A=5$ nm <sup>2</sup> ).....	34
<b>Çizelge 4.10.</b> Farklı mesnetlenme tipindeki kirişlerin farklı şiddetteki tekil yük değeri için meydana gelen maksimum deplasman değerleri (nm) ( $L = 20$ nm, $l = 10$ nm, $A = 5$ nm <sup>2</sup> ) .....	35
<b>Çizelge 4.11.</b> Açıklık boyunca yayılı yüke maruz kalan farklı mesnetlenme tipindeki kirişlerin farklı açıklık değeri için meydana gelen maksimum deplasman değerleri (nm) ( $q = 0.01$ nN/nm, $A = 5$ nm <sup>2</sup> ) .....	36



**Çizelge 4.12.** Açıklık ortasında tekil yüke maruz kalan farklı mesnetlenme tipindeki kirişlerin farklı açıklık değeri için meydana gelen maksimum deplasman değerleri (nm) ( $P=1$  nN,  $l = L/2$ ,  $A = 5$  nm<sup>2</sup>) ..... 37

## 1. GİRİŞ

Atomik ve atomik altı düzeyde maddenin kontrolünün yapılabildiği çalışmaları kapsayan nanoteknoloji bilimi, genel olarak 1 – 100 nm arasındaki ölçülere sahip yapıların atomik düzeni, tasarımı ve geliştirilmesi ile ilgilenir. Gümümüzde kullanılan ürünlerin giderek küçülmesi, hafiflemesi ve güçlü hale gelmesi gibi nedenlerle bu bilime olan ilginin daha da artmasına sebebiyet vermiştir.

Atomik yapıya inildiği zaman makro yapıda görülemeyen yepyeni ve güçlü özelliklerin keşfi, bilim adamlarının oldukça ilgisini çekmiştir ancak takibi yapılan bu çalışmaların boyutu atomik düzeyde olduğundan çalışmaların izlenmesi oldukça zorlaşmıştır. Atomik kuvvet mikroskopu gibi icatların ortaya çıkışı ve gelişmiş bilgisayarlarda atomik simülasyonların yapılabiliyor olmasından dolayı bu zorluk oldukça azalmıştır. Zamanla deneysel metotların zorluğu ve yüksek uzmanlık gerektirmesi, bilim insanlarını deneysel yanı sıra analitik olarak çalışmaya yöneltmiştir.

Mikro ve nanoölçekteki çipler, transistörler, sensörler, devre parçaları ve daha değişik cihazların mekanik dış etmenler altında tasarımı bilim insanlarının ilgilendiği bir konudur. Nanoölçekli yapıların tasarımının yapılabilmesi için, statik kapsamda kesme, eğilme, burkulma, burulma gibi veya bunların birleşiminden meydana gelen mukavemet hallerinin ve dinamik anlamında titreşim gibi etkilerin yapıdaki etkileri iyi bilinmelidir. Bu çalışma ile dış yükler altında modellenen farklı tipteki giriş elemanların eğilme davranışı araştırılacak ve yorumlanacaktır.

Yapılan analizlerde nanoteknolojik çalışmalarda oldukça önemli bir yer tutan karbon nanotüpler kullanılacaktır. Karbon nanotüpler, karbon atomlarının uzayda rulo gibi sarılarak oluşturduğu tüp yapılardan bir tanesinin veya çok tanesinin iç içe geçmesiyle oluşturduğu silindirik yapılardır. Birçok makro malzemeye göre oldukça güçlüdür.

## 2. KAYNAK TARAMASI

### 2.1. Nanoteknoloji Bilimi

#### 2.2.1. Giriş

Günümüzde üretilmiş ürünlerin birçoğu nanoteknoloji biliminin bir sonucudur. Ürünlerin daha gelişmiş fiziksel, elektriksel, mekaniksel özelliklere sahip olması, daha hafifleşmesi, daha az yer kaplaması, kısacası evvelini aratmayacak daha üstün özelliklere sahip olması, bu bilimin çalışmalarıyla sağlanır.

Nano, kelime anlamı olarak “cüce” anlamına gelen Yunanca bir kelimedir. Teknik bir ölçü birimi olan 1 nanometre, metrenin milyarda birine eşittir ( $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ ). Bu bilim maddenin atomik ve atomik seviyedeki yapısı ile ilgilenir. Çalışmalar göstermiştir ki, maddenin atomik yapıdaki diziliminin istenilene göre değiştirilebiliyor olması ve makro ölçekten atomik ölçeğe inildiğinde o maddenin daha değişik özelliklerinin çıkıyor oluşu bu bilimin çalışmalarını oldukça değerli kılmaktadır.

Bilimin tanımına bir başka bakış açısı National Nanotechnology Initiative tarafınca yapılmıştır. Buna göre nanoteknoloji, “en az bir boyutunun büyüklüğü 1 nm’den 100 nm’ye kadar olan maddenin kontrolü” şeklinde tanımlanmıştır. Bilimin çalışma alanını akıllarda canlandırmak adına örnek verecek olursak Şekil 2.1 incelenebilir.

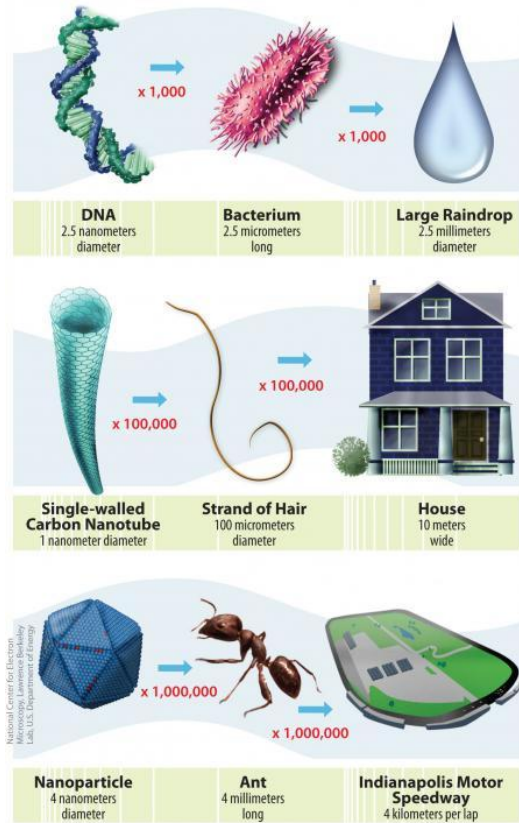
Nano yapıya yeni bir atom eklendiği zaman atomik yapının fiziksel özellikleri değişiklik gösterir. Bu özellikler eklenen atomun cinsine, nanoyapının türüne ve geometrisine bağlıdır. Tek bir atomun eklenmesi iletkenliği, mekaniksel özellikleri ve bağ yapısını değiştirebilir (Çıracı 2006).

Bu bilim dalı askeriye, tıp, havacılık, inşaat, biyoenerji, kozmetik gibi birçok sektörde etkisini göstermektedir. Bilgisayar çipleri, biyosensörler, transistörler, hidrojen enerjisi, yüksek mukavemetli çimento gibi başta örneklenebilecek birçok uygulama, bilimin icadıdır. Bakıldığı zaman bir çok küresel güç, nanoteknolojiyi öncelikli araştırma alanları arasına aldılar, büyük bütçeler ayırdılar ve ilgili Ar-Ge çalışmalarını yürütüyorlar. Bu söylenenlerden nanoteknolojinin ilerleyen çağımızın bilimi olacağını vurgulamalıyız.

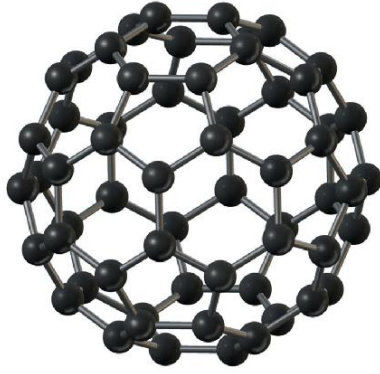
Çalışmaların tarihçesinden kısaca söz etmemiz gerekirse,

- 1959: Richard Feynman düzenlenen konferansta maddenin atomik düzeyde kontrol edilebileceğini ve bunun yeni buluşların üretilebileceğine sebep olacağını vurguladı ancak nanoteknoloji kelimesini kullanmadı.
- 1974: Norio Taniguchi nanoteknoloji kelimesini tanımladı: Maddelerin bir atom ya da molekül tarafından ayrılması, birleştirilmesi ve bozulması yöntemidir.
- 1981: Eric Drexler molekülleri probabilistik yöntemler yerine deterministik yöntemlerle inceledi ve ilk nanoteknoloji makalesini yayımladı.

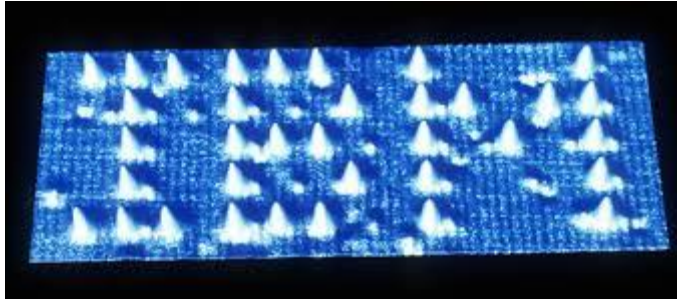
- 1981: G.K. Binnig ve H. Rohrer tarafından Taramalı tünelleme mikroskobu geliştirildi ve Nobel ödülünü kazandılar.
- 1985: R. Curl, H. Kroto ve R. Smalley karbon atomunun allotropu olan karbon-60 molekülünü buldular ve topa benzediği için Buckyball adını verdiler. (Şekil 2.2)
- 1986: G.K. Binnig ve arkadaşları Atomik kuvvet mikroskobunu buldular.
- 1987: İletkenliğin kuantum özelliği ilk defa gözlemlendi.
- 1989: İsviçre'deki IBM araştırma merkezinde Xe atomları yanyana getirilerek IBM yazısı yazıldı. (Şekil 2.3)
- 1990'ların başı: Japon NEC firması araştırmacılarından Sumio Iijima, 1991 yılında Tek duvarlı karbon nanotüpleri ve 1993 yılında çok duvarlı karbon nanotüpleri keşfetti.
- 1996: Rice Üniversitesi'ndeki araştırmacılar Lazer buharı tekniğini buldu.
- 1997: N. Seedman DNA molekülünü kullanarak nanoaygıt icat etti.
- 1998: İlk etkili karbon nanotüp transistörü icat edildi.
- 2001: AB, nanoteknolojiyi öncelikli alanlar arasına aldı.
- 2001: Çinko-oksit nanotel lazer yapıldı
- 2005: Rice Üniversitesindeki bazı araştırmacılar ilk kez dört tekerlekli arabayı hareket ettirdiler.



**Şekil 2.1.** Bilimin çalışma boyutlarına nanoölçekte örnekler ve bunların bazı makro yapılarla kıyaslanması (Anonim 1)



Şekil 2.2. Fullerene molekülü (Anonim 2)



Şekil 2.3. Ksenon atomları ile yazılmış IBM yazısı (Anonim 3)

Nanoteknolojinin genel eldesi ikiye ayrılır. Bunlar Bottom-Up (Küçükten büyüğe) ve Top-Down (Büyükten küçüğe) yöntemleridir. Küçükten Büyüğe varsayımı moleküler nanoteknoloji olarak da bilinir. Maddenin en temel yapıtaşı olan atomların bir araya gelmesi ile ürünün eldesi mantığıdır. Karbon nanotüpler ve fullerenler karbon atomlarının bir araya gelerek oluşturduğu yapılardır ve Bottom-Up yöntemi için bir örnektir. Öte yandan Büyükten Küçüğe varsayımı ise Nanoyapıların fabrikasyonunu ve imalatını ele alır. Bugün kullandığımız birçok nanoteknolojik ürün bu varsayıma önemli bir örnek olarak değerlendirilebilir (Tepe 2007).

Nanoteknolojinin günümüzdeki ve gelecekteki muhtemel kullanım alanlarından bazıları aşağıda anlatılmıştır:

**Malzeme ve imalat:** Nanoteknolojinin sağladığı güçlülük, hafiflik ve az hacimlilik özellikleri doğrultusunda elyaflar, lifler ve kaplama malzemeleri gelişecektir. Metal, seramik ve polimer teknolojisi de ilerleme kaydedecektir.

**Elektrik ve Elektronik:** Bilişim ürünlerinin işlem gücü ve kapasitesi artmış olacaktır. Nanoişlemciler, günümüz mikroişlemcilerinden daha üstün nitelikte olacaktır. Nanosensör, gösterge cihazları ve sinyal işleyiciler üretilebilecektir.

**Tıp ve Sağlık:** Yaşayan mikroorganizmalar ile iletişime geçecek araçların üretimi sayesinde hastalığın bulunduğu ve yayıldığı bölgelere müdahalede bulunulacaktır.

**İnşaat ve Mimari:** Çeşitli kaplama malzemeleri sayesinde çimento ve betonda sızdırmazlık sağlanacaktır. Ultraviyole ışın geçirmez yüzeyler elde edilecektir. Daha mukavemetli nanoişlenmiş beton, nanokompozit çelik, suya mukavim nanokompozit alçı, termik-akustik-optik yalıtım gibi sayısız uygulama mevcuttur.

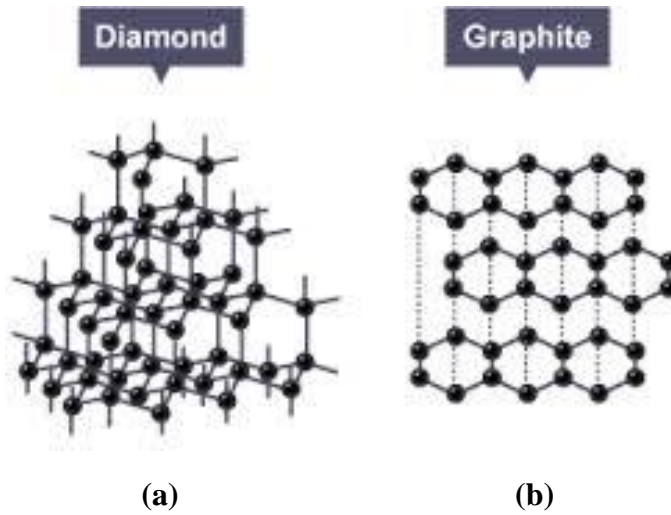
**Çevre ve Enerji:** Hidrojen enerjisinin depolanabilmesi ve nanokompozitler sayesinde kurulabilecek çevreci sistemlerin kurulabilmesi, verilebilecek başlıca örneklerdir.

**Biyoteknoloji:** Bitkileri böceklerle karşı koruyan kimyasalların geliştirilmesi, DNA testleri için nanoölçekte kontrol yöntemlerinin geliştirilmesi örnektir.

**Askeriye ve Savunma:** Haberleşme araçlarının üretimi, robot sistem üretimi, zararlı gazların tespiti için nano-algılayıcı üretimi, gelişmiş akıllı kamuflaj giysilerinin üretimi verilebilecek örneklerdir.

### 2.2.2. Karbon (C) elementi ve karbon nanotüpler (CNT)

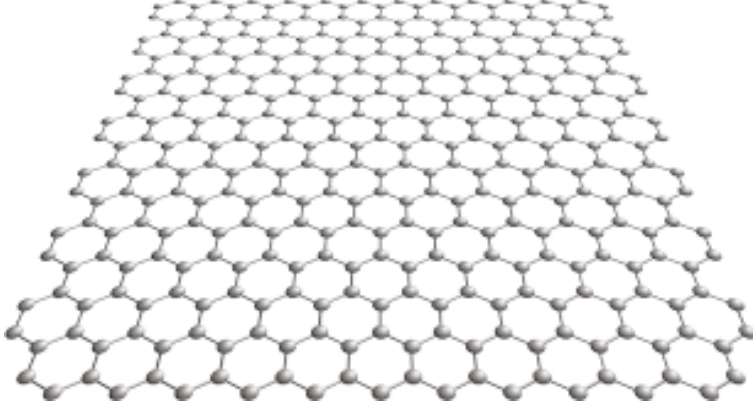
Karbon periyodik tablonun 4A grubunda yer alan ametal sınıfı bir elementtir. Elektron sayısı 6'dır. Karbon elementinin atomları birbiri ile bağ yaparak kararlı bileşik oluştururlar. Bu atomlar birbiri ile  $sp$ ,  $sp^2$  ve  $sp^3$  ve ile belirtilen üç farklı şekilde bağlanırlar. Bu bağlanma türü, atomik geometriyi etkiler. Buna göre  $sp$  dizilimi fulleren (boyutsuz geometri),  $sp^2$  dizilimi elmas (doğrusal geometri) ve  $sp^3$  dizilimi grafit (piramit geometri) yapısını tanımlar. Bunlardan grafit ve elmas Şekil 2.4'te verilmiştir.



**Şekil 2.4.** Karbon allotroplarının atomik geometrisi **a)** Elmas **b)** Grafit (Anonim 4)

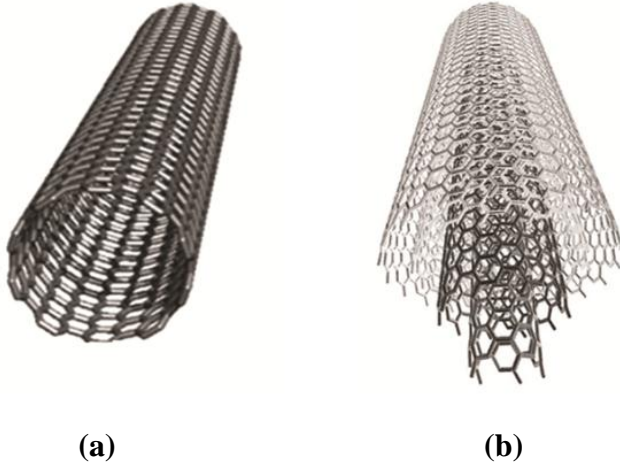
Birçok nanoteknolojik üründe karbon nanotüp denilen karbon atomlarının bir araya gelerek oluşturduğu silindirik tüpler kullanılır. Karbon atomlarının bir araya gelerek kendi içinde altıgen oluşturacak biçimde bağlanmasından sonra bu altıgenlerin birbiri ile oluşturduğu düzlemsel yapıya grafen tabaka adı verilir. Daha sonra grafen tabakasının bir eksene göre sarılmasından sonra oluşan rulo yapısından bir tanesinin

veya çok tanesinin iç içe geçmesiyle oluşan silindirik tüp, en basit halde bir karbon nanotüp yapısını betimler.



**Şekil 2.5.** Grafen tabaka (Anonim 4)

Japonya'daki NEC firması araştırmacılarından S. Iijima, 1991'de yaptığı deneyler neticesinde fullerenin ark – buhar reaksiyonları sonucunda çok duvarlı karbon nanotüpleri (MWCNT) keşfetti. Daha sonraki çalışmalarda deney düzeneğinin elektrotlarına kobalt ekleyerek tek duvarlı karbon nanotüpler (SWCNT) keşfedilebildi. Daha sonra lazer – buhar tekniği elde edilerek nanotüp deneylerinin önü açılmış oldu (Tepe 2007). Tek ve çok duvarlı karbon nanotüplerin atomik yapısı Şekil 2.6'da sunulmuştur.

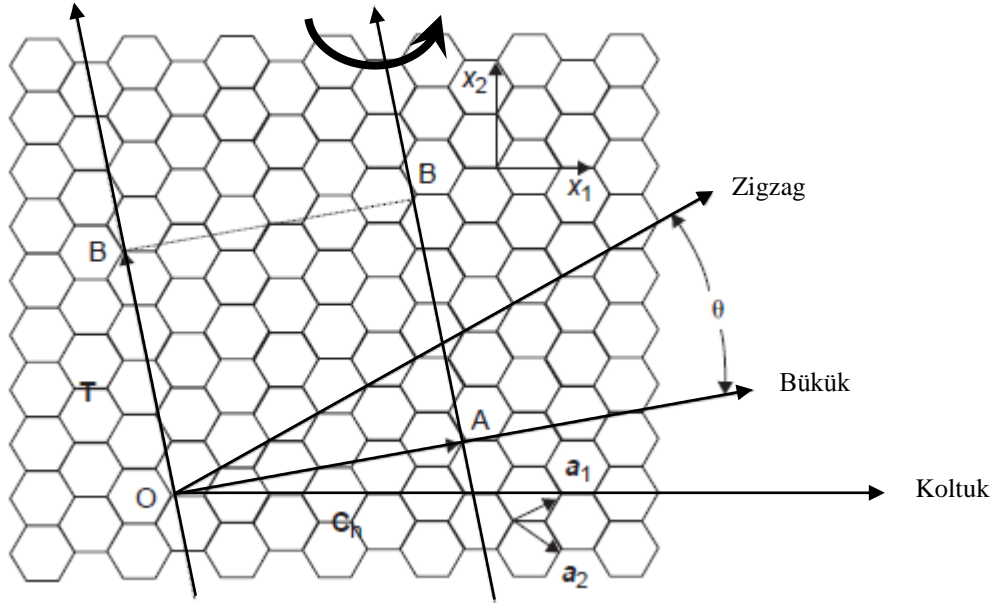


**Şekil 2.6. a)** Tek duvarlı karbon nanotüpler **b)** Çok duvarlı karbon nanotüpler (Anonim 5)

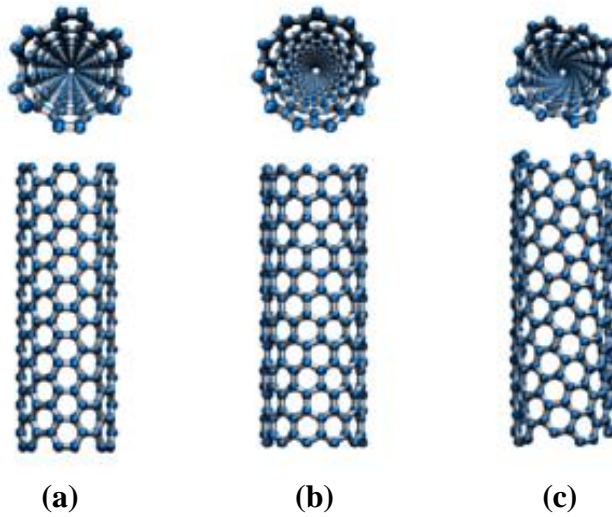
Karbon nanotüplerin yapısal özelliklerine değinecek olursak, nanotüplerin rulo haline gelme (sarılma) biçimine bağlı olarak yapısal özellikleri değişir. Şekil – 2.7'de nanotüpün grafen katmanı görülmektedir. Tabaka üzerinde alınan bir orijin noktasından grafen katman üzerinde yer alan sarılma doğrultusuna çekilen dik doğrultuya giriş

vektörü denir ve  $C_h$  ile gösterilir. Grafen örtünün birim vektörleri  $a_1$  ve  $a_2$  olmak üzere  $C_h$  bunların vektörel toplamı olarak ifade edilebilir:  $C_h = na_1 + ma_2$ . Burada n ve m tamsayı belirtir.

Şayet kiriş vektörü yatay bir doğrultudaysa bu sarılma biçimine koltuk, yatayla  $30^\circ$  yapacak biçimdeyse sarılma biçimine zikzak ve yatayla  $0^\circ$ 'den çok  $30^\circ$ 'den az bir açı ile sarılma yapıyorsa buna da bükük model adı verilir. Modeller Şekil 2.8'de gösterilmiştir.



Şekil 2.7. Grafen katman üzerinde kiriş vektörü ve katmanın sarılma biçimi



Şekil 2.8. Karbon nanotüplerin sarılma biçimlerine göre şekilleri a) Koltuk b) Zigzag c) Kiral (Anonim 4)



Karbon nanotüpler oldukça güçlü mekanik özelliklere sahiptir. Ağırlıklarının 300 milyon katı yüke dayanırlar, çeliğe göre kat kat güçlüler (Çıracı 2005). Tek duvarlı küçük çaplı nanotüplerin gerilme mukavemeti 45.000 MPa kadardır (Erkoç 2001). Diğer bilgiler Çizelge 2.1.'de sunulmuştur.

**Çizelge 2.1.** Bazı malzemelerin mekanik ve fiziksel özellikleri (Özer 2008, Hançer 2010)

<b>Malzeme</b>	<b>Elastisite modülü (GPa)</b>	<b>Birim hacim kütlesi (gr/cm<sup>3</sup>)</b>
Karbon nanotüp	1054	1.4
Çelik	208	7.3
Titanyum	103	4.5
Ahşap	16	0.4
Epoksi	3.5	1.25

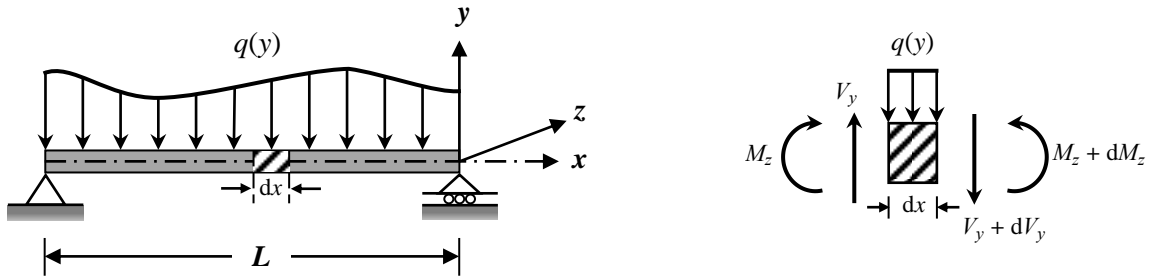
Karbon nanotüpler, bütünleşik devrelerde, bilgisayar belleklerinde, gaz dedektörlerinde, hidrojen enerjisi depolamasında kullanılabilir (Tepe 2007). Hafıza elemanı, kapasitör, transistör, fotodiyot ve elektronik anahtar yapımında da kullanılabilir (Yaylı 2010).

### 3. MATERİYAL VE METOT

#### 3.1. Eğilmede İç Tesirler Arasındaki Diferansiyel Bağlıtlar

Eğilme elemanlarına çeşitli dış yükler (statik, dinamik) etki eder. Statik yükler, yükün bulunma durumuna hareketli veya ölü olarak göre nitelendirilir. Hareketli yükler, kimi zaman etki edip kimi zaman etki etmeyen yüklerdir. Örneğin kar veya rüzgâr yükü yapılarda hareketli yükü teşkil eder. Ölü yükler ise hiçbir zaman ortadan kalkmayacak şekilde yapıya etki eder. Mesela betonarme bir binanın kendi ağırlığından kaynaklanan kolon, döşeme veya çatı yükleri buna örnektir. Dinamik yükler, yapıya belli bir zaman aralığında periyodik veya rastgele etki eden yüklerdir. Mesela deprem yükü bir dinamik yüküdür. Statik yüklerden farkı için içine zaman parametresinin dahil oluyor olmasıdır.

Bu çalışmada elemanlara etki eden statik yükler ele alınacaktır. Şekil – 3.1’de görülen eğilme elemanına rastgele dağılımlı yayılı yük etki ettiğini düşünelim. Cisimden sonsuz küçük uzunlukta bir parça çıkarıp incelemeye alalım.



**Şekil 3.1.** Düzgün olmayan yayılı yüke maruz çubuk ve bu çubuktan alınan sonsuz küçük uzunlukta çubuğun serbest cisim diyagramı

Serbest cisim diyagramındaki düşey yüklerin dengesi alınırsa

$$\uparrow^+ \sum F_y = 0 ; \quad V_y - (V_y + dV_y) - q(y) dx = 0 \quad \rightarrow \quad q(y) = - \frac{dV_y}{dx} \quad (3.1)$$

Denklemden görülen  $V_y$  kesme kuvvetidir. Cismin eğilme dengesi de aşağıdaki gibidir.

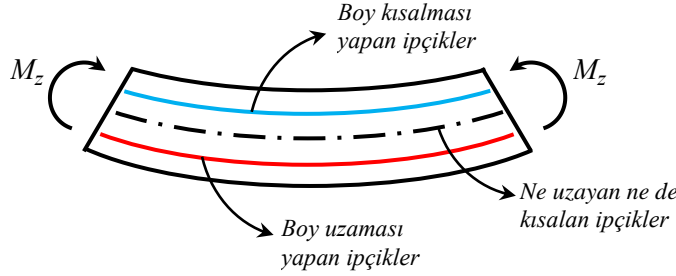
$$\curvearrowright \sum M_x = 0 ; \quad -M_z + (M_z + dM_z) - (V_y + dV_y) dx - q(z) dx \frac{dx}{2} = 0 \quad (3.2)$$

$$\rightarrow dM_z - \underbrace{V_y dx}_{İhmal} + \underbrace{dV_y dx}_{İhmal} - q(z) dx \frac{dx}{2} = 0 \quad \rightarrow \quad V_y = \frac{dM_z}{dz}$$

Burada  $M_z$  eğilme momentidir. İhmal edilebilecek kadar küçük diferansiyel terimler Denklem (3.2)’den silinirse denklemin sonucu elde edilmiş olur.

### 3.2. Euler – Bernoulli Eğilme Varsayımları

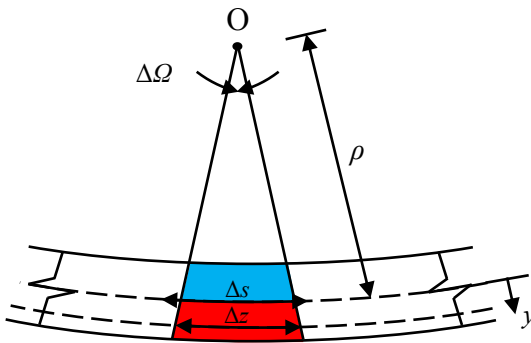
Bir çubuk eğilme momenti zorlamasına maruz kalırsa eğilme şekil değiştirmesi yapar. Prizmatik bir çubukta çubuk eksenini boyunca alınan kalınlıksız çubuk parçasına ipçik denir (Omurtag 2014). Eğilme olayı esnasında bazı ipçiklerin boyu uzar, bazılarının boyu kısalır, bazılarının boyu ise değişmez. Aşağıda eğilmiş çubuk geometrisi görünmektedir.



**Şekil 3.2.**  $M_z$  eğilme momentine maruz kalmış çubuğun şekil değiştirmiş geometrisi ve şekil değişiminin çubuk üzerindeki farklı bölgelere göre durumu

Şekil 3.2'deki kesit üzerindeki şekil değiştirme bölgelerinden de anlaşılacağı üzere; boyu kısalmakta olan ipçiklerin olduğu bölge basınç etkisi altında kalır. Çubuk eksenindeki ipçiklerin boyu değişmez çünkü basınç veya çekme gerilmesi etkisi görülmez. Bu bölgeye *tarafsız eksen* veya *tarafsız ipçik* denir. Boyu uzamakta olan ipçiklerin olduğu bölge çekme etkisi altında kalır.

Çubukların eğilme hali, mukavemet disiplini içerisinde çeşitli varsayımlarla ele alınır. Bu varsayımlar, bir çubuğun eğilme olayından sonraki davranışını yorumlar (Omurtag 2014). İki önemli eğilme varsayımı vardır. Bu varsayımlar eğilme zoruna maruz kalan bir çubuğun kesitinin eğilmeden sonra da dik ve düzlem kalacağını varsayan Euler–Bernoulli varsayımı ve kesmenin etkili olduğu, diğer deyişle kesmeden kaynaklı dönme deformasyonlarını da hesaplara dahil eden Timoshenko varsayımıdır. Bu varsayımda kayma deformasyonu kesit üzerinde sabit kabul edilir. (Omurtag 2014) Kısa açıklıklı yüksek kirişler, ince cidarlı kesitler, yükün tekil etkidiği kirişler gibi durumlarda kesme eğilme üzerinde etkilidir (İnan 1970). Bu tez çalışmasında tüm statik analizler Euler – Bernoulli varsayımlarına göre yapılmıştır. Bunun için varsayımın teorisinden kısaca aşağıda bahsedilmiştir.

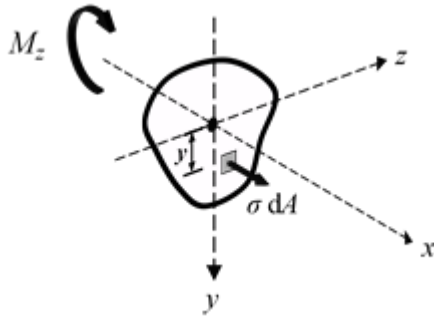


**Şekil 3.3** Eğilmiş geometrinin eğrilik merkezi O ve eğrilik yarıçapı  $\rho$

Eğilmiş geometri çoğunlukla bir daire yayına benzer. O merkezli yayın yarıçapı, şekil değiştirmiş halin eğrilik yarıçapıdır ve  $\rho$  ile gösterilir. Eğilme şekil değişimini analizinin yapılacağı  $y$  düzeyindeki koordinata denk gelen ipçiğin O merkezli ve  $\Delta\Omega$  merkez açılı dilimle kesişimi olan bölgedeki yay uzunluğu  $\Delta s$ , tarafsız eksene denk gelen ipçiğin yine aynı dilimle kesişimi olan bölgedeki yay uzunluğu  $\Delta z$  ile gösterilmek üzere şekil değiştirmenin tanımından yola çıkılarak eğilme şekil değiştirmesi,

$$\varepsilon_z = \lim_{\Delta\Omega \rightarrow 0} \frac{\Delta s - \Delta z}{\Delta z} = \frac{(\rho + y)\Delta\Omega - \rho\Delta\Omega}{\rho\Delta\Omega} = \frac{y}{\rho} \quad (3.3)$$

ile hesaplanır. Bu sefer eğilmiş kesit geometrisindeki iç tesirler analiz edilecektir. Buna göre Şekil – 3.4'te görülen basit eğilme etkisindeki kesitin dengesi araştırılacaktır.



**Şekil 3.4.** Kesitin maruz kaldığı saf eğilme momenti ve iç tesirleri altında dengesi

$M_z$  eğilme zorunu iç gerilme  $\sigma$  dengeler. Buna göre diferansiyel gerilmenin oluşturacağı diferansiyel kuvvet  $dF$  ve bu kuvvetin oluşturacağı diferansiyel moment  $dM$  aşağıda görüldüğü gibi hesaplanır.

$$dF = \sigma dA \quad (3.4)$$

$$dM = y dF = \sigma y dA \quad (3.5)$$

Denklem (3.5) her iki tarafından alana göre integre edilecek olursa

$$M = \int \sigma y dA \quad (3.6)$$

şeklinde eğilme iç tesiri bulunur. Denklem (3.3) kullanılarak ideal elastik cisimlerin Hooke Yasası

$$\sigma = E \frac{y}{\rho} \quad (3.7)$$

olarak ifade edilir. Buradan,

$$M = \int E \frac{y^2}{\rho} dA = \frac{E}{\rho} \int y^2 dA = \frac{EI}{\rho} \quad (3.8)$$

yazılır. Denklem (3.10)'un içindeki  $\int y^2 dA$  terimi ağırlık merkezinden geçen  $x$ -eksenine göre atalet momentine eşittir. (3.7) Denklemi, (3.9) denkleminde yerine yazılırsa eğilme gerilmesinin momentle olan ilişkisi belirlenir:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_x} y \quad (3.9)$$

### 3.3. Elastik Eğri ve Deformasyon Hesabı

Dış yükler altında eğilmiş olan çubuğun eğilmiş halinin geometrisi katı cisimler mekaniğinde *elastik eğri* olarak adlandırılır. Elastik eğri, cismin yapacağı deplasman veya kesit dönmesi gibi deformasyonların miktarı hakkında bilgi verir.

Bir eğrinin eğrilik yarıçapı ile o eğrinin türevleri arasındaki bağıntı aşağıdaki gibidir.

$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{w''}{[1 + (w')^2]^{3/2}} \quad (3.10)$$

Burada  $w$  elastik eğrinin denklemdir.  $w'$  ve  $w''$  sırayla elastik eğrinin birinci ve ikinci mertebeden türevleridir. İki önemli hususun önemi (3.10) denklemini daha sade bir görüntüye getirecektir. Bunlardan birincisi,  $M_z > 0$  olacak şekilde eğilen cisimlerde  $x$  artan olduğu zaman  $w'$  azalan olduğu için  $w'' < 0$  olur. Bu durumda (3.10) denklemindeki ( $\pm$ ) işareti kalkar, ( $-$ ) işareti gelir. İkincisi elastik basık eğrilerde  $w'$  oldukça küçük değerlerde olduğundan  $w'$  fonksiyonunun değeri 1 değerinin yanında aşırı küçüktür ( $w' \ll 1$ ). Bu iki husustan dolayı,

$$\frac{1}{\rho} = -w'' \quad (3.11)$$

olarak çökme – eğrilik ilişkisi belirlenmiş olur (Omurtag 2013). (3.8), (3.11)'de kullanılarak elde edilen moment – çökme ilişkisi (3.12)'de; (3.2), (3.12)'de kullanılarak elde edilen kesme – çökme ilişkisi (3.13)'de ve son olarak (3.1), (3.13)'de yazılarak elde edilen yayılı yük – çökme ilişkisi (3.14)'de verilmiştir.

$$M = -EI w''(x) \quad (3.12)$$

$$V = -EI w'''(x) \quad (3.13)$$

$$q = EI w^{(4)}(x) \quad (3.14)$$

(3.14) denklemi *elastik eğrinin diferansiyel denklemi* olarak bilinir.

(3.14) Denklemi peş peşe dört defa uzunluk doğrultusundaki koordinata göre integre edilirse aşağıdaki ifadeler yazılır:

$$\frac{d^3 w}{dx^3} = \frac{1}{EI} [qx + c_1] \quad (3.15)$$

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{1}{EI} \left[ \frac{q}{2} x^2 + c_1 x + c_2 \right] \quad (3.16)$$

$$\frac{dw}{dx} = \frac{1}{EI} \left[ \frac{q}{6} x^3 + \frac{c_1}{2} x^2 + c_2 x + c_3 \right] \quad (3.17)$$

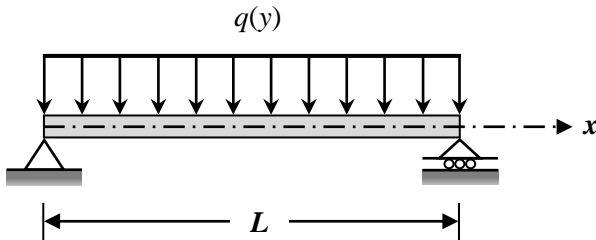
$$w(x) = \frac{1}{EI} \left[ \frac{q}{24} x^4 + \frac{c_1}{6} x^3 + \frac{c_2}{2} x^2 + c_3 x + c_4 \right] \quad (3.18)$$

Bu denklemlerden (3.15) kesme-çökme, (3.16) eğilme-çökme, (3.17) dönme-çökme ilişkisini belirtir. (3.18) denklemi elastik eğri denklemidir ve eleman üzerinde her bir noktanın yapacağı çökmeyi belirtir.

### 3.3.1. Uygulamalar

Elastik eğri denkleminde görülen  $c_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) integral sabitlerinin bulunabilmesi için çubuğun geometrik (çökme ve dönme) ve mekanik (kesme ve eğilme) yapıdaki sınır ve bağ şartlarından yararlanır (Omurtag 2013). Uygulamalar kapsamında çeşitli yüklenme (tekil ve yayılı statik yük) ve bağ (mesnetlenme) koşullarındaki çubuk elemanların elastik eğrisi tespit edilip maksimum çökmelerinin ve eğilme iç tesirlerinin miktarı tespit edilecektir.

Şekil 3.5'te görülen her iki ucu basit mesnetli ve açıklığı boyunca düzgün yayılı yüke maruz kirişin elastik eğrisi bulunacaktır.



Şekil 3.5.  $L$  açıklığı boyunca  $q$  yayılı yükü ile yüklü her iki ucu basit mesnetli kiriş

Bu tip yüklemdeki kirişlerin elastik eğri denklemi (3.18) kullanılarak bulunabilir. Basit mesnetler çökme ve eğilme almayacaklarından sınır şartlar,

$$w(0) = 0 \quad (3.19)$$

$$w''(0) = 0 \quad (3.20)$$

$$w(L) = 0 \quad (3.21)$$

$$w''(L) = 0 \quad (3.22)$$

Şartların hepsi sırayla uygulandıktan sonra integral sabitleri aşağıdaki gibi

$$c_1 = -\frac{qL}{2} \quad (3.23)$$

$$c_2 = 0 \quad (3.24)$$

$$c_3 = \frac{qL^3}{24} \quad (3.25)$$

$$c_4 = 0 \quad (3.26)$$

olarak bulunur. İntegral sabitleri (3.23) elastik eğri denkleminde yerine yazılırsa

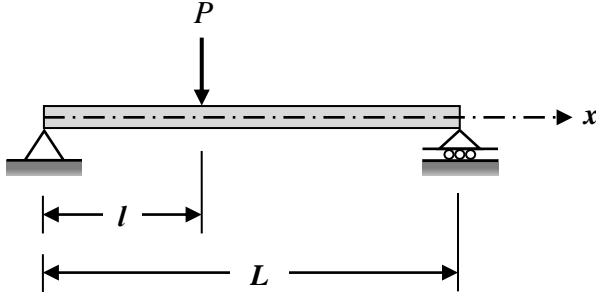
$$w(x) = \frac{1}{EI} \left[ \frac{q}{24}x^4 - \frac{qL}{12}x^3 + \frac{qL^3}{24}x \right] \quad (3.27)$$

elastik eğri belirlenmiş olur. Maksimum çökme ( $w_{max}$ ) ve gerilme ( $M_{max}$ ) değerleri kirişin ortasında ( $x = L/2$ ) oluşur ve bunların değerleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$w_{max} = \frac{5qL^4}{384EI} \quad (3.28)$$

$$M_{max} = \frac{qL^2}{8} \quad (3.29)$$

Şekil 3.6’da görülen her iki ucu basit mesnetli kirişe  $P$  tekil yükü etkimesi durumunda elastik eğri (3.18) ile bulunamaz. Dahası, tekil yük konsol kirişin boş ucu gibi noktalarda bulunmadığı sürece tekil yükün varlığı elastik eğride süreksizliğe yol açar. Kiriş alt bölgelere ayrılarak analiz edilmelidir.



**Şekil 3.6.** Her iki ucu basit mesnetli ve  $P$  tekil yükü ile yüklü kiriş

**1. Bölge:**  $0 < x < l$

Bu bölgedeki sınır şartlar basit mesnetten dolayı,

$$w_1(0) = 0 \quad (3.30)$$

$$w_1''(0) = 0 \quad (3.31)$$

şeklinindedir. Bu bölgede kesit tesirleri yöntemi kullanılarak eğilme momenti fonksiyon uzunluk koordinatı  $x$ 'in bir fonksiyonu olarak yazılır ve fonksiyon (3.12)'de yerine konularak peş peşe iki defa integre edilir. Bu işlem kısaca *çift integrasyon metodu* olarak belirtilir.

$$w_1''(x) = -\frac{1}{EI} \left[ \frac{P(L-l)}{L} x \right] \quad (3.32)$$

$$w_1'(x) = -\frac{1}{EI} \left[ \frac{P(L-l)}{2L} x^2 + c_1 \right] \quad (3.33)$$

$$w_1(x) = -\frac{1}{EI} \left[ \frac{P(L-l)}{6L} x^3 + c_1 x + c_2 \right] \quad (3.34)$$

(3.30) için  $c_2 = 0$  bulunur. (3.31) ise aşikâr çözümdür. Bu nedenle bulunamayan  $c_1$  uygunluk koşullarına başvurulacaktır.

**2. Bölge:**  $l < x < L$

Bu bölgede sınır şartlar yine basit mesnetten dolayı aşağıdaki gibidir.



$$w_2(L) = 0 \quad (3.35)$$

$$w_2''(L) = 0 \quad (3.36)$$

Bu bölgede oluşturulmuş eğilme iç tesiri fonksiyonu yine çift integrasyon metodu için yerine yazılırsa

$$w_2''(x) = -\frac{1}{EI} \left[ Pl - \frac{Pl}{L}x \right] \quad (3.37)$$

$$w_2'(x) = -\frac{1}{EI} \left[ Plx - \frac{Pl}{2L}x^2 + c_3 \right] \quad (3.38)$$

$$w_2(x) = -\frac{1}{EI} \left[ \frac{Pl}{2}x^2 - \frac{Pl}{6L}x^3 + c_3x + c_4 \right] \quad (3.39)$$

Bu bölgedeki sınır şartlar ile belirsiz sabitler bulunamaz. Çünkü (3.36) aşıkardır ve (3.35) uygulanacak olursa

$$c_3L + c_4 = \frac{PlL^2}{3L} \quad (3.40)$$

Neticede üç tane bilinmeyen ortaya çıkmıştır. Bu bilinmeyenler elastik eğrideki süreksizlik koşullarından faydalanılarak bulunur. Bu uygunluk tiplerinden aşağıda bahsedilmiştir.

### 1. Çökme uygunluğu

Tekil yükün etki ettiği noktada her iki eğrinin değeri eşittir, mekanik olarak anlamı ise birinci eğrinin sağ, ikinci eğrinin sol uç deplasmanları birbirine eşittir.

$$w_1(l) = w_2(l) \quad (3.41)$$

(3.41), (3.34) ve (3.39) için uygulanacak olursa,

$$-\frac{1}{EI} \left[ \frac{P(L-l)}{6L}l^3 + c_1l \right] = -\frac{1}{EI} \left[ \frac{Pl}{2}l^2 - \frac{Pl}{6L}l^3 + c_3l + c_4 \right] \quad (3.42)$$

$$\rightarrow (c_1 - c_3)l - c_4 = \frac{PL^3}{3}$$

### 2. Dönme uygunluğu

Süreksizliğin meydana geldiği noktada eğrilerin uç noktalarının dönme değerleri eşittir. Yani,

$$w_1'(l) = w_2'(l) \quad (3.43)$$

Bu ifade (3.33) ve (3.38) denklemleri için aşağıdaki neticeyi verir.

$$-\frac{1}{EI} \left[ \frac{P(L-l)}{2L} l^2 + c_1 \right] = -\frac{1}{EI} \left[ Pl^2 - \frac{Pl}{2L} l^2 + c_3 \right] \quad (3.44)$$

$$\rightarrow c_1 - c_3 = \frac{PL^2}{2}$$

### 3. Eğilme uygunluğu

Süreksizliğin meydana geldiği noktada eğrilerin uç noktalarının eğilme momenti iç tesiri değerleri eşittir.

$$w_1''(l) = w_2''(l) \quad (3.45)$$

Eğilme uygunluğu aşıkâr çözüm olduğundan netice elde edilemez.

(3.44) Denklemi (3.42) Denkleminde yerine yazıldığı zaman  $c_4$  bulunur.  $c_4$  (3.40)'ta yerine yazılırsa  $c_3$  bulunur.  $c_3$  (3.44)'te yerine yazılırsa  $c_1$  de bulunmuş olur.

$$c_1 = \frac{Pl^2}{2} - \frac{Pl^3}{6L} - \frac{PIL}{3} \quad (3.46)$$

$$c_3 = -\frac{Pl^3}{6L} - \frac{PIL}{3} \quad (3.47)$$

$$c_4 = \frac{Pl^3}{6} \quad (3.48)$$

Bu sabitler neticesinde kirişin elastik eğri denklemi

$$w(x) = \begin{cases} -\frac{1}{EI} \left[ \frac{P(L-l)}{6L} x^3 + \left( \frac{Pl^2}{2} - \frac{Pl^3}{6L} - \frac{PIL}{3} \right) x \right] & , 0 < x < l \\ -\frac{1}{EI} \left[ \frac{Pl}{2} x^2 - \frac{Pl}{6L} x^3 + \left( -\frac{Pl^3}{6L} - \frac{PIL}{3} \right) x + \frac{Pl^3}{6} \right] & , l < x < L \end{cases} \quad (3.49)$$

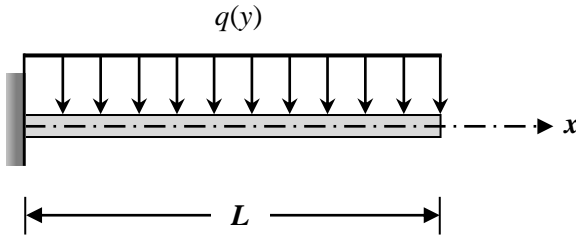
şeklinde bir parçalı fonksiyon ile ifade edilir. Son olarak kirişin maksimum çökmesi ve eğilmesi tekil yüklü noktada oluşur ve

$$v_{mak} = -\frac{1}{EI} \left[ \frac{2Pl^3}{3} - \frac{Pl^4}{3L} - \frac{Pl^2L}{3} \right] \quad (3.50)$$

$$M_{max} = \frac{P(L-l)}{L}l \quad (3.51)$$

değerleri hesaplanır.

Şekil 3.7’de görülen konsol kirişe açıklığı boyunca üniform yayılı yük etkimektedir.



**Şekil 3.7.**  $L$  açıklığı boyunca  $q$  yayılı yükü ile yüklü izostatik konsol kiriş

Ankastre uç deplasman ve dönme yapmaz. Serbest uçta kesme ve eğilme görülmez. O halde sınır şartlar aşağıdaki gibi yazılmıştır:

$$w(0) = 0 \quad (3.52)$$

$$w'(0) = 0 \quad (3.53)$$

$$w''(L) = 0 \quad (3.54)$$

$$w'''(L) = 0 \quad (3.55)$$

Şartların uygulanması sonucunda integral sabitleri aşağıdaki gibi bulunur:

$$c_1 = -qL \quad (3.56)$$

$$c_2 = \frac{qL^2}{2} \quad (3.57)$$

$$c_3 = 0 \quad (3.58)$$

$$c_4 = 0 \quad (3.59)$$

Sonuç olarak elastik eğri denklemi yazılabilir.

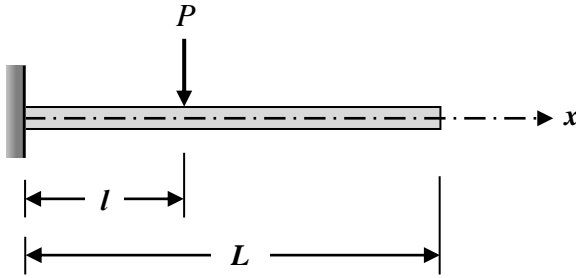
$$w(x) = \frac{1}{EI} \left[ \frac{q}{24}x^4 - \frac{qL}{6}x^3 + \frac{qL^2}{4}x^2 \right] \quad (3.60)$$

Maksimum çökme ( $w_{max}$ ) serbest uçta ( $x=L$ ), maksimum gerilme ( $M_{max}$ ) ise ankastre uçta ( $x=0$ ) görülür ve bunların değerleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$v_{max} = \frac{qL^4}{8EI} \quad (3.61)$$

$$\sigma_{max} = -\frac{qL^2}{2} \quad (3.62)$$

Şekil 3.8’de görülen konsol kirişe P tekil yükü etki etmektedir. Elastik eğrinin belirlenmesinde tekil yükün oluşturduğu süreksizlikten dolayı sistem alt bölgelere ayrılarak incelenir.



Şekil 3.8. P tekil yükü ile yüklü konsol kiriş

### 1. Bölge: $0 < x < l$

Ankastre mesnetten dolayı sınır şartlar aşağıdaki gibidir:

$$w_1(0) = 0 \quad (3.63)$$

$$w_1'(0) = 0 \quad (3.64)$$

Bu bölgede oluşturulan eğilme momenti fonksiyonu ve bunun integrasyonundan doğan dönme ve çökme fonksiyonları

$$w_1''(x) = -\frac{1}{EI} [Px - Pl] \quad (3.65)$$

$$w_1'(x) = -\frac{1}{EI} \left[ \frac{P}{2}x^2 - Plx + c_1x \right] \quad (3.66)$$

$$w_1(x) = -\frac{1}{EI} \left[ \frac{P}{6}x^3 - \frac{Pl}{2}x^2 + c_1x + c_2 \right] \quad (3.67)$$

(3.63) ve (3.64) ifadeleri uygulanacak olursa  $c_1 = 0$  ve  $c_2 = 0$  olarak bulunur.

## 2. Bölge: $l < x < L$

Serbest uçtan dolayı sınır şartları aşağıdaki gibi olacaktır:

$$w_2''(L) = 0 \quad (3.68)$$

$$w_2'''(L) = 0 \quad (3.69)$$

Süreksizliğe sebebiyet veren tekil yük kritik noktaya etkidiğinden bu bölgede moment oluşmaz.

$$w_2''(x) = -\frac{1}{EI} [0] \quad (3.70)$$

$$w_2'(x) = -\frac{1}{EI} [c_3] \quad (3.71)$$

$$w_2(x) = -\frac{1}{EI} [c_3x + c_4] \quad (3.72)$$

Sınır şartlar integrasyon sabitlerinin belirlenmesi için kullanılamaz. Bu durumda uygunluk koşullarına başvurulur.

### 1. Çökme uygunluğu

Tekil yükün etki ettiği noktada çökmeler aynıdır. Şart yazılıp uygulanacak olursa aşağıdaki netice elde edilir:

$$w_1(l) = w_2(l) \quad (3.73)$$

$$\rightarrow -\frac{1}{EI} \left[ \frac{P}{6} l^3 - \frac{Pl}{2} l^2 \right] = -\frac{1}{EI} [c_3l + c_4]$$

$$\rightarrow c_3l + c_4 = -\frac{Pl^3}{3}$$

### 2. Dönme uygunluğu

Tekil yükün etki ettiği noktada dönmeler aynıdır. Şart yazılıp uygulanacak olursa aşağıdaki netice elde edilir:

$$w_1'(l) = w_2'(l) \quad (3.74)$$

$$\rightarrow -\frac{1}{EI} \left[ \frac{P}{2} l^2 - Pl^2 \right] = -\frac{1}{EI} [c_3]$$

$$\rightarrow c_3 = -\frac{Pl^2}{2}$$

(3.74)'ün neticesi (3.73)'te uygulanacak olursa  $c_4$  sabiti de aşağıdaki gibi belirlenebilir:

$$c_4 = \frac{Pl^3}{6} \quad (3.75)$$

Elastik eğri aşağıdaki gibi bir parçalı fonksiyon olarak elde edilir:

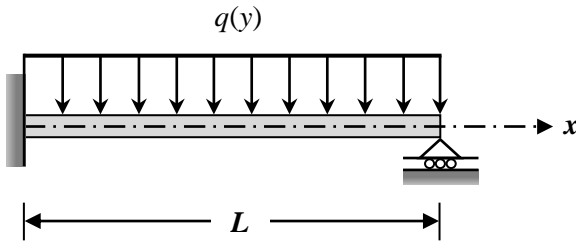
$$w(x) = \begin{cases} -\frac{1}{EI} \left[ \frac{P}{6}x^3 - \frac{Pl}{2}x^2 \right] & , 0 < x < l \\ -\frac{1}{EI} \left[ -\frac{Pl^2}{2}x + \frac{Pl^3}{6} \right] & , l < x < L \end{cases} \quad (3.76)$$

Son olarak kirişin maksimum çökmesi serbest uçta ve eğilmesi tekil yüklü noktada oluşur ve aşağıdaki değerler bulunur:

$$v_{max} = -\frac{Pl^2L}{2} + \frac{Pl^3}{6} \quad (3.77)$$

$$M_{max} = -Pl \quad (3.78)$$

Şekil 3.9'da görülen bir ucu ankastre diğer ucu basit mesnetli kirişe açıklığı boyunca uniform yayılı yük etkimektedir. Sınır şartlar, (3.79)-(3.82) arasında verilmiştir.



**Şekil 3.9.**  $L$  açıklığı boyunca  $q$  yayılı yükü ile yüklü bir ucu ankastre diğer ucu basit mesnetli kiriş

$$w(0) = 0 \quad (3.79)$$

$$w'(0) = 0 \quad (3.80)$$

$$w''(L) = 0 \quad (3.81)$$

$$w'''(L) = 0 \quad (3.82)$$

sınır şartların uygulanması durumunda belirsiz sabitler,

$$c_1 = -\frac{5qL}{8} \quad (3.83)$$

$$c_2 = \frac{qL^2}{8} \quad (3.84)$$

$$c_3 = 0 \quad (3.85)$$

$$c_4 = 0 \quad (3.86)$$

Belirsiz sabitler yerine konulursa elastik eğri denklemi aşağıdaki gibi yazılır.

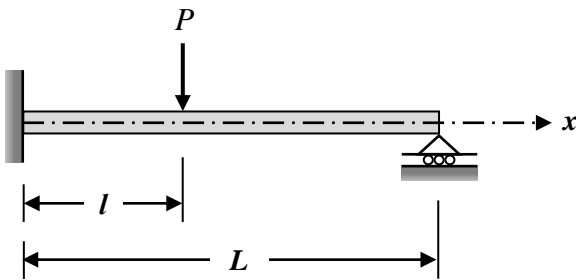
$$w(x) = \frac{1}{EI} \left[ \frac{q}{24} x^4 - \frac{5qL}{48} x^3 + \frac{qL^2}{16} x^2 \right] \quad (3.87)$$

Maksimum çökmenin yeri için (3.87)'nin  $x$ 'e göre türevi alınıp türev fonksiyonunun kökleri bulunur. Kökler 0,  $0.58L$  ve  $1.33L$ 'dir. Fiziksel olarak mantıklı olan kök  $0.58L$ 'dir. Bu çökmenin miktarı ile maksimum momentin miktarı aşağıda verilmiştir.

$$w_{max} = \frac{0.005qL^4}{EI} \quad (3.88)$$

$$M_{max} = -\frac{qL^2}{8} \quad (3.89)$$

Şekil 3.10'da görülen bir ucu ankastre diğer ucu basit mesnetli kirişe  $P$  tekil yükü etkimektedir. Çözüm yine alt bölgelere ayrılmak sureti ile yapılır.



**Şekil 3.10.**  $P$  tekil yükü ile yüklü bir ucu ankastre diğer ucu basit mesnetli kiriş

Alt bölgelere ait moment fonksiyonlarını elde edebilmek için öncelikle mesnet tepkilerinin hesaplanması gerekir. Bu sistem hiperstatik olduğundan dolayı düşey denge ve eğilme dengesi tüm tepkilerin hesaplanmasına yetmez, ilave bir denklem daha gerekir. Sistemde yazılabilecek bir geometrik uygunluk şartı, ilave denklemi teşkil eder. Bu geometrik uygunluk şartı, basit mesnette meydana gelen tepki yükünün ve dış yükün basit mesnet olan noktada meydana getirecekleri çökmelerin toplamının sıfır olmasını

ifade eder. Mesnet tepkisi bilinmeyen olarak alınırsa *Eşlenik Kiriş (Mohr) Metodu* kullanılarak çökmeler bulunur, geometrik uygunluk şartında yerine konular, basit mesnetin tepkisi bulunur, son olarak düşey denge ve eğilme dengesi denklemlerinden de ankastre tepkiler hesaplanır. Bu anlatılanın işlem detayına girilmeyecektir.

### 1. Bölge: $0 < x < l$

Ankastre mesnetten dolayı sınır şartlar aşağıdaki gibidir:

$$w_1(0) = 0 \quad (3.90)$$

$$w_1'(0) = 0 \quad (3.91)$$

Bu bölgede moment fonksiyonu oluşturulduktan sonra çift integrale edilirse

$$w_1''(x) = -\frac{1}{EI} \left[ \left( P - \frac{3Pl^2}{2L^2} + \frac{Pl^3}{2L^3} \right) x + \frac{3Pl^2}{2L} - \frac{Pl^3}{2L^2} - Pl \right] \quad (3.92)$$

$$w_1'(x) = -\frac{1}{EI} \left[ \left( P - \frac{3Pl^2}{2L^2} + \frac{Pl^3}{2L^3} \right) \frac{x^2}{2} + \left( \frac{3Pl^2}{2L} - \frac{Pl^3}{2L^2} - Pl \right) x + c_1 \right] \quad (3.93)$$

$$w_1(x) = -\frac{1}{EI} \left[ \left( P - \frac{3Pl^2}{2L^2} + \frac{Pl^3}{2L^3} \right) \frac{x^3}{6} + \left( \frac{3Pl^2}{2L} - \frac{Pl^3}{2L^2} - Pl \right) \frac{x^2}{2} + c_1 x + c_2 \right] \quad (3.94)$$

(3.90) ve (3.91) ifadeleri uygulanacak olursa  $c_1 = 0$  ve  $c_2 = 0$  olarak bulunur.

### 2. Bölge: $l < x < L$

Basit mesnetli uçtan dolayı sınır şartları aşağıdaki gibi oluşacaktır:

$$w_2(L) = 0 \quad (3.95)$$

$$w_2''(L) = 0 \quad (3.96)$$

Moment fonksiyonu oluşturulup integrasyonları aşağıda yapılacak olursa:

$$w_2''(x) = -\frac{1}{EI} \left[ \left( -\frac{3Pl^2}{2L^2} + \frac{Pl^3}{2L^3} \right) x + \frac{3Pl^2}{2L} - \frac{Pl^3}{2L^2} \right] \quad (3.97)$$

$$w_2'(x) = -\frac{1}{EI} \left[ \left( -\frac{3Pl^2}{2L^2} + \frac{Pl^3}{2L^3} \right) \frac{x^2}{2} + \left( \frac{3Pl^2}{2L} - \frac{Pl^3}{2L^2} \right) x + c_3 \right] \quad (3.98)$$



$$w_2(x) = -\frac{1}{EI} \left[ \left( -\frac{3Pl^2}{2L^2} + \frac{Pl^3}{2L^3} \right) \frac{x^3}{6} + \left( \frac{3Pl^2}{2L} - \frac{Pl^3}{2L^2} \right) \frac{x^2}{2} + c_3x + c_4 \right] \quad (3.99)$$

(3.95) uygulanacak olursa şu ifade bulunur:

$$c_3L + c_4 = -\frac{Pl^2L}{2} + \frac{Pl^3}{6} \quad (3.100)$$

(3.96) ise aşikâr çözüm olduğundan dolayı netice alınmaz, uygunluk şartlarına başvurulur. (3.100) denklemini iki bilinmeyen içerir. Eğer çökme uygunluğuna başvurulmadan direkt dönme uygunluğu yazılırsa, sadece tek bilinmeyen çözüleceğinden (3.100) denkleminde geçilebilir.

Dönme uygunluğu gereğince tekil yükün etki ettiği noktada dönmeler aynıdır. Şart yazılıp uygulanacak olursa aşağıdaki netice elde edilir:

$$w_1'(l) = w_2'(l) \quad (3.101)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow -\frac{1}{EI} \left[ \left( P - \frac{3Pl^2}{2L^2} + \frac{Pl^3}{2L^3} \right) \frac{l^2}{2} + \left( \frac{3Pl^2}{2L} - \frac{Pl^3}{2L^2} - Pl \right) l \right] = \\ -\frac{1}{EI} \left[ \left( -\frac{3Pl^2}{2L^2} + \frac{Pl^3}{2L^3} \right) \frac{l^2}{2} + \left( \frac{3Pl^2}{2L} - \frac{Pl^3}{2L^2} \right) l + c_3 \right] \\ \rightarrow c_3 = -\frac{Pl^2}{2} \end{aligned}$$

(3.101)'in neticesi (3.100)'de uygulanacak olursa  $c_4$  sabiti de aşağıdaki gibi belirlenebilir:

$$c_4 = \frac{Pl^3}{6} \quad (3.102)$$

Elastik eğri aşağıdaki gibi bir parçalı fonksiyon olarak elde edilir:

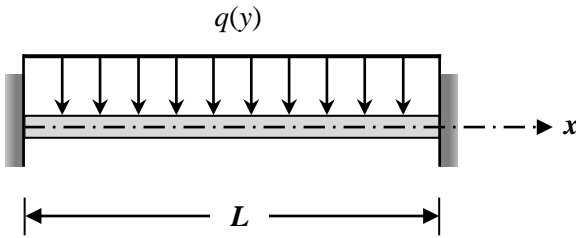
$$w(x) = \begin{cases} -\frac{1}{EI} \left[ \left( P - \frac{3Pl^2}{2L^2} + \frac{Pl^3}{2L^3} \right) \frac{x^3}{6} + \left( \frac{3Pl^2}{2L} - \frac{Pl^3}{2L^2} - Pl \right) \frac{x^2}{2} \right] , & 0 < x < l \\ -\frac{1}{EI} \left[ \left( -\frac{3Pl^2}{2L^2} + \frac{Pl^3}{2L^3} \right) \frac{x^3}{6} + \left( \frac{3Pl^2}{2L} - \frac{Pl^3}{2L^2} \right) \frac{x^2}{2} - \dots \right. \\ \left. \dots - \frac{Pl^2}{2}x + \frac{Pl^3}{6} \right] , & l < x < L \end{cases} \quad (3.103)$$

Son olarak kirişin maksimum çökmesi tekil yüklü noktada oluşur.  $l$  ve  $L$  değerine bağlı olarak maksimum moment yeri değişiklik gösterir. Ya ankastre mesnette ya da açıklıkta mutlak değerce maksimum moment oluşur.

$$w_{max} = -\frac{1}{EI} \left[ -\frac{Pl^3}{3} + \frac{3Pl^4}{4L} - \frac{Pl^5}{2L^2} + \frac{Pl^6}{12L^3} \right] \quad (3.104)$$

$$M_{max} = \max \left( \text{abs} \left( -Pl + \frac{3Pl^2}{2L} - \frac{Pl^3}{2L^2} \right), \text{abs} \left( \frac{3Pl^2}{2L} - \frac{2Pl^3}{L^2} + \frac{Pl^4}{2L^3} \right) \right) \quad (3.105)$$

Şekil 3.11'de görülen her iki ucu ankastre mesnetli kiriş çözülecektir. Sınır şartlar (3.106)-(3.107) arasında yazılmıştır.



**Şekil 3.11.**  $L$  açıklığı boyunca  $q$  yayılı yükü ile yüklü her iki ucu ankastre mesnetli kiriş

Sınır şartlar aşağıdaki gibidir:

$$w(0) = 0 \quad (3.106)$$

$$w'(0) = 0 \quad (3.107)$$

$$w(L) = 0 \quad (3.108)$$

$$w'(L) = 0 \quad (3.109)$$

Sınır şartların uygulanması durumunda aşağıdaki değerler hesaplanır:

$$c_1 = -\frac{qL}{2} \quad (3.110)$$

$$c_2 = \frac{qL^2}{24} \quad (3.111)$$

$$c_3 = 0 \quad (3.112)$$

$$c_4 = 0 \quad (3.113)$$

Belirsiz sabitler yerine konulursa elastik eğri denklemi aşağıdaki gibi yazılır.

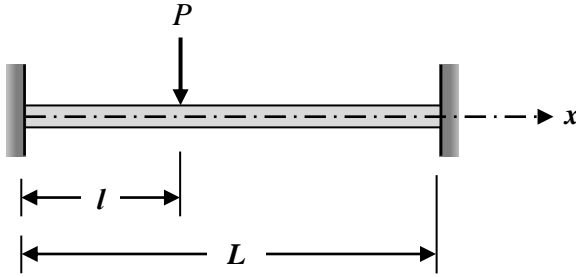
$$w(x) = \frac{1}{EI} \left[ \frac{q}{24} x^4 - \frac{qL}{12} x^3 + \frac{qL^2}{24} x^2 \right] \quad (3.114)$$

Maksimum çökme  $x=L/2$  de oluşacaktır. Maksimum eğilme momenti ise ankastre mesnetlerde oluşacaktır. Bu değerler aşağıda verilmiştir:

$$w_{max} = \frac{qL^4}{384} \quad (3.115)$$

$$M_{max} = -\frac{qL^2}{12} \quad (3.116)$$

Uygulamalar kapsamında son olarak Şekil 3.12’de görülen her iki ucu ankastre mesnetli ve tekil yüklü kiriş çözülecektir. Çözüm, yine kiriş alt bölgelere ayrılarak yapılır.



Şekil 3.12.  $P$  tekil yükü ile yüklü her iki ucu ankastre mesnetli kiriş

Bu kiriş modeli hiperstatiktir. Yayılı yük etkimelediği için ayırma metodu ile çözüm yapılır. Bir ucu ankastre ve diğer ucu basit mesnetli kirişe tekil yük etkimesi durumunda olduğu gibi yine geometrik uygunluk şartlarına başvurulur. Bunun önceki uygulamadan farkı bu modelde dört tane tepki bilinmediğinden iki denge denkleminin yanına bir değil iki tane geometrik uygunluk şartı dahil olur. Bu uygunluk şartlarından biri herhangi bir ucun deplasman yapmamasıdır. Diğer şart ise herhangi bir ucun dönme yapmamasıdır. Kolaylık olması açısından iki uçtan herhangi bir uç seçilerek, çökme ve dönme denklemleri Eşlenik Kiriş Metodu ile oluşturulup sıfıra eşitlenerek çözülmüşse çözümün üzerinden yapıldığı ankastre mesnede ait kesme ve moment tepkileri bulunur. Daha sonra düşey denge ve eğilme dengesi yazılarak diğer ankastre mesnetin tepkileri bulunur. Yine işlem detayı verilmeyecektir.

### 1. Bölge: $0 < x < l$

Ankastre mesnetten dolayı sınır şartlar aşağıdaki gibidir:

$$w_1(0) = 0 \quad (3.117)$$

$$w_1'(0) = 0 \quad (3.118)$$

Ankastre mesnet tepkileri hesaplanıp bu bölgede moment fonksiyonu oluşturulduktan sonra çift integrale edilirse

$$w_1''(x) = -\frac{1}{EI} \left[ \left( P - \frac{3Pl^2}{L^2} + \frac{2Pl^3}{L^3} \right) x + \frac{2Pl^2}{L} - \frac{Pl^3}{L^2} - Pl \right] \quad (3.119)$$

$$w_1'(x) = -\frac{1}{EI} \left[ \left( P - \frac{3Pl^2}{L^2} + \frac{2Pl^3}{L^3} \right) \frac{x^2}{2} + \left( \frac{2Pl^2}{L} - \frac{Pl^3}{L^2} - Pl \right) x + c_1 \right] \quad (3.120)$$

$$w_1(x) = -\frac{1}{EI} \left[ \left( P - \frac{3Pl^2}{L^2} + \frac{2Pl^3}{L^3} \right) \frac{x^3}{6} + \left( \frac{2Pl^2}{L} - \frac{Pl^3}{L^2} - Pl \right) \frac{x^2}{2} + c_1 x + c_2 \right] \quad (3.121)$$

(3.117) ve (3.118) ifadeleri uygulanacak olursa  $c_1 = 0$  ve  $c_2 = 0$  olarak bulunur.

## 2. Bölge: $l < x < L$

Ankastre mesnetten dolayı sınır şartlar aşağıdaki gibidir:

$$w_2(0) = 0 \quad (3.122)$$

$$w_2'(0) = 0 \quad (3.123)$$

Moment fonksiyonu oluşturulup integrasyonları aşağıda yapılacak olursa:

$$w_2''(x) = -\frac{1}{EI} \left[ \left( -\frac{3Pl^2}{L^2} + \frac{2Pl^3}{L^3} \right) x + \frac{2Pl^2}{L} - \frac{Pl^3}{L^2} \right] \quad (3.124)$$

$$w_2'(x) = -\frac{1}{EI} \left[ \left( -\frac{3Pl^2}{L^2} + \frac{2Pl^3}{L^3} \right) \frac{x^2}{2} + \left( \frac{2Pl^2}{L} - \frac{Pl^3}{L^2} \right) x + c_3 \right] \quad (3.125)$$

$$w_2(x) = -\frac{1}{EI} \left[ \left( -\frac{3Pl^2}{L^2} + \frac{2Pl^3}{L^3} \right) \frac{x^3}{6} + \left( \frac{2Pl^2}{L} - \frac{Pl^3}{L^2} \right) \frac{x^2}{2} + c_3 x + c_4 \right] \quad (3.126)$$

(3.123) uygulanacak olursa  $c_3$ ,  $c_3$  yerine koyulduktan sonra (3.122) uygulanırsa  $c_4$  bulunabilir. Süreksizlikten doğan uygunluk şartlarına gerek kalmaz.

$$c_3 = -\frac{Pl^2}{2} \quad (3.127)$$

$$c_4 = \frac{Pl^3}{6} \quad (3.128)$$

Elastik eğri aşağıdaki gibi bir parçalı fonksiyon olarak elde edilir:

$$w(x) = \begin{cases} -\frac{1}{EI} \left[ \left( P - \frac{3Pl^2}{L^2} + \frac{2Pl^3}{L^3} \right) \frac{x^3}{6} + \left( \frac{2Pl^2}{L} - \frac{Pl^3}{L^2} - Pl \right) \frac{x^2}{2} \right] , 0 < x < l \\ -\frac{1}{EI} \left[ \left( -\frac{3Pl^2}{L^2} + \frac{2Pl^3}{L^3} \right) \frac{x^3}{6} + \left( \frac{2Pl^2}{L} - \frac{Pl^3}{L^2} \right) \frac{x^2}{2} - \dots \right. \\ \left. \dots - \frac{Pl^2}{2}x + \frac{Pl^3}{6} \right] , l < x < L \end{cases} \quad (3.129)$$

Son olarak kirişin maksimum çökmesi tekil yüklü noktada oluşur. Bu tip sistemlerde de eğilme momentinin mutlak değerce maksimum olduğu yer kuvvet kolu  $l$ 'ye bağlıdır. Her iki ankastre ucun birinde maksimum moment görülür.

$$w_{max} = -\frac{1}{EI} \left[ -\frac{Pl^3}{3} + \frac{Pl^4}{L} - \frac{Pl^5}{L^2} + \frac{Pl^6}{3L^3} \right] \quad (3.130)$$

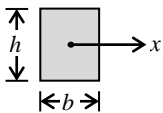
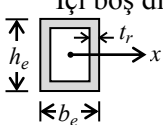
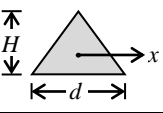
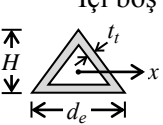
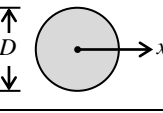
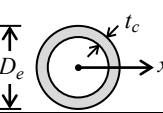
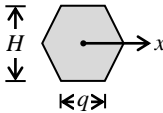
$$M_{max} = \max \left( \text{abs} \left( -Pl + \frac{2Pl^2}{L} - \frac{Pl^3}{L^2} \right), \text{abs} \left( -\frac{Pl^2}{L} + \frac{Pl^3}{L^2} \right) \right) \quad (3.131)$$

#### 4. BULGULAR

Bulgular kapsamında değişik kesit geometrisine sahip karbon nanotüp kirişlerin statik analiz sonuçlarından bahsedilecektir. Yani, farklı sınır koşullardaki kiriş tiplerinin farklı yüklemeler altında çökme ve moment iç tesirleri hesaplanacaktır.

Örnek vermek gerekirse tek duvarlı gerekirse karbon nanotüp yapısı, bir halka kesit gibi varsayılabilir ve bu şekilde oldukça fazla sayıda çalışma vardır. Çok duvarlı yapılar literatürde yer aldığından dolayı nanotüpler içi dolu daire kesit gibi düşünülebilir (Shima 2012). Silikon karbon nanotüplerin içi dolu altıgen modeline literatürde rastlanmıştır (Zheng vd. 2010). Bununla beraber bazı analiz sonuçlarına olan etkisini gösterebilmek adına içi dolu ve et kalınlıklı dikdörtgen ile içi dolu ve et kalınlıklı üçgen de kullanılacaktır.

**Çizelge 4.1.** Statik analizde kullanılacak geometrik kesit tipleri ve bunların geometrik özellikleri (Numanoğlu 2017)

Kesit Tipi	Kesit Alanı	Atalet Momenti	Yükseklği
Dikdörtgen 	$A = bh$	$I = 0.083bh^3$	$H = h$
İçi boş dikdört. 	$A = 2t_r(b_e + h_e - 2t_r)$	$I = 0.083[b_e h_e^3 - (b_e - 2t_r)(h_e - 2t_r)^3]$	$H = h_e$
Üçgen 	$A = 0.433d^2$	$I = 0.018d^4$	$H = 0.866d$
İçi boş üçgen 	$A = 3t_t(d_e - \sqrt{3}t_t)$	$I = 0.018[d_e^4 - (d_e - 3t_t)^4]$	$H = 0.866d_e$
Daire 	$A = 0.785D^2$	$I = 0.049D^4$	$H = D$
Halka 	$A = 3.142t_c(D_e - t_c)$	$I = 0.049[D_e^4 - (D_e - 2t_c)^4]$	$H = D_e$
Altıgen 	$A = 2.598q^2$	$I = 0.541q^4$	$H = 1.732q$

Analizlerde uzunluk miktarı, kesit şekli ve boyutları, dış yük türü ve miktarı çizelge veya şekil açıklaması içinde verilmiştir. Aksi belirtilmedikçe içi boş kesitin et kalınlığı sabit ve kesit alanın %5'i alınacaktır. Elastisite modülü Çizelge 2.1 göz önünde bulundurularak  $E = 1$  TPa alınacaktır (Numanoğlu 2017). Bu arada mesnetlenme koşullarına ilişkin açıklamalar Çizelge 4.2'de verilmiştir.

**Çizelge 4.2.** Mesnetlenme türlerinin gösterimi

Sınır Şartlar	Açıklama
S – S	Her iki ucu basit mesnetli kiriş
C – F	Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kiriş
C – S	Bir ucu ankastre diğer ucu basit mesnetli kiriş
C – C	Her iki ucu ankastre mesnetli kiriş

Analiz sonuçları aşağıda çizelgeler ve grafikler halinde verilmiştir.

**Çizelge 4.3.** Farklı mesnetlenme tipindeki eşit alanlı farklı tipteki kesitlere sahip CNT kirişlerin yayılı ve tekil yüklemeler durumunda yapacağı deplasmanlar (nm) ( $L=20$  nm,  $l=10$  nm,  $A = 4$  nm<sup>2</sup>)

Yük	Sınır Şartlar	Dikdörtgen	Üçgen	Altıgen	Daire
		$b = 1$ nm $h = 4$ nm	$d = 3.05$ nm	$q = 1.25$ nm	$D = 2.25$ nm
$q=1$ nN/mm	S – S	0.3906	1.3375	1.6288	1.6269
	C – F	3.7500	12.8398	15.6367	15.6180
	C – S	0.1500	0.5136	0.6255	0.6247
	C – C	0.0781	0.2675	0.3258	0.3254
$P = 10$ nN	S – S	0.3125	1.0700	1.3031	1.3015
	C – F	1.5625	5.3499	6.5153	6.5075
	C – S	0.1367	0.4681	0.5701	0.5694
	C – C	0.0781	0.2675	0.3258	0.3254

**Çizelge 4.4.** Farklı mesnetlenme tipindeki eşit alanlı farklı tipteki kesitlere sahip kirişlerin eşit eğilme etkisi oluşturacak biçimde seçilmiş olan yayılı ve tekil yüklere maruz kalması durumunda meydana gelen maksimum deplasmanlar (nm)  
( $L=20$  nm,  $l=10$  nm,  $M_{max}=10$  nN-nm)

Sınır şartlar ve yüklemeler	Dikdörtgen	Üçgen	Altıgen	Daire
	$b = 1$ nm $h = 4$ nm	$t = 3.05$	$p = 1.25$ nm	$D = 2.25$ nm
S – S, $q = 0.2$ nN/nm	0.0781	0.2675	0.3258	0.3254
S – S, $P = 2$ nN	0.0625	0.2140	0.2606	0.2603
C – F, $q = 0.05$ nN/nm	0.1875	0.6420	0.7818	0.7809
C – F, $P = 1$ nN	0.1563	0.5350	0.6515	0.6508
C – S, $q = 0.2$ nN/nm	0.0300	0.1027	0.1251	0.1249
C – S, $P = 2.65$ nN	0.0362	0.1241	0.1511	0.1509
C – C, $q = 0.3$ nN/nm	0.0234	0.0802	0.0977	0.0976
C – C, $P = 4$ nN	0.0313	0.1070	0.1303	0.1302

**Çizelge 4.5.** Farklı mesnetlenme tipindeki farklı uzunluktaki kirişlerin açıklık boyunca yayılı yüke maruz kalması durumunda yapacağı maksimum deplasmanlar (nm)  
(Dikdörtgen kesit,  $b = 1$  nm,  $h = 4$  nm)

		$L$ (nm)	10	20	30	40	50
		$l$ (nm)	5	10	15	20	25
$q = 0.01$ nN/nm	S – S		0.0002	0.0039	0.0198	0.0625	0.1526
	C – F		0.0023	0.0375	0.1898	0.6000	1.4648
	C – S		0.0001	0.0015	0.0076	0.0240	0.0586
	C – C		0.0001	0.0001	0.0040	0.0125	0.0305
$P = 0.1$ nN	S – S		0.0004	0.0031	0.0106	0.0250	0.0488
	C – F		0.0019	0.0156	0.0527	0.1250	0.2441
	C – S		0.0002	0.0014	0.0046	0.0109	0.0214
	C – C		0.0001	0.0008	0.0026	0.0063	0.0122



**Çizelge 4.6.** Farklı mesnetlenme tipindeki kirişlere etkiyen tekil yükün konumuna göre oluşacak maksimum deplasmanlar (nm) ( $L = 50$  nm,  $P = 1$  nN, eşit alanlı daire ve içi boş daire kesit için,  $D = 2.5$  nm,  $D_e = 6.5$  nm,  $t_c = 0.25$  nm)

	$l$ (nm)	$0.1 \times L$	$0.2 \times L$	$0.25 \times L$	$0.5 \times L$	$0.75 \times L$	$0.9 \times L$	$L$
Daire	S – S	0.1761	0.5563	0.7639	1.3581	0.7639	0.1761	0.0000
	C – F	0.3151	1.2169	1.8674	6.7910	13.7510	18.4812	21.7299
	C – S	0.0172	0.1057	0.1791	0.5942	0.4655	0.1227	0.0000
	C – C	0.0158	0.0890	0.1432	0.3395	0.1432	0.0158	0.0000
İçi boş daire	S – S	0.0141	0.0445	0.0611	0.1087	0.0611	0.0141	0.0000
	C – F	0.0252	0.0974	0.1494	0.5434	1.1003	1.4788	1.73871
	C – S	0.0014	0.0085	0.0143	0.0475	0.0373	0.0098	0.0000
	C – C	0.0013	0.0072	0.0114	0.0272	0.0115	0.0013	0.0000

**Çizelge 4.7.** Farklı mesnetlenme tipindeki kirişlerin çeşitli yayılı yük ve tekil yük değerleri için maksimum deplasman değerleri (nm) ( $L = 20$  nm,  $l = 10$  nm, içi boş dairesel kesit  $D_e = 6.5$  nm,  $t_c = 0.25$  nm)

$q$ (nN/nm)	<b>0.001</b>	<b>0.01</b>	<b>0.1</b>	<b>1</b>	<b>10</b>
S – S	0.00009	0.00087	0.00869	0.08694	0.86936
C – F	0.00083	0.00835	0.08346	0.83458	8.34582
C – S	0.00003	0.00033	0.00334	0.03338	0.33382
C – C	0.00002	0.00017	0.00174	0.01739	0.17387
$P$ (nN)	<b>0.01</b>	<b>0.1</b>	<b>1</b>	<b>10</b>	<b>100</b>
S – S	0.00007	0.00070	0.00695	0.06955	0.69548
C – F	0.00035	0.00348	0.03477	0.34774	3.47742
C – S	0.00003	0.00030	0.00304	0.03043	0.30427
C – C	0.00001	0.00017	0.00174	0.01739	0.17387

**Çizelge 4.8.** Farklı mesnetlenme tipindeki kirişlerin çeşitli kesit alan değerleri için yayılı ve tekil yükleme durumunda yapacağı maksimum deplasmanlar (L=20 nm, l=10 nm, Dairesel kesit)

	$A \text{ (mm}^2\text{)}$	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>10</b>
$q = 0.1 \text{ nN/nm}$	S – S	2.6028	0.6476	0.1627	0.1044	0.0261
	C – F	24.9875	6.2170	1.5618	1.0023	0.2508
	C – S	0.9995	0.2486	0.0625	0.0401	0.0100
	C – C	0.5206	0.1295	0.0325	0.0209	0.0052
$P = 1 \text{ nN}$	S – S	2.0833	0.5181	0.1301	0.0835	0.0209
	C – F	10.4167	2.5904	0.6508	0.4176	0.1045
	C – S	0.9115	0.2266	0.0569	0.0365	0.0092
	C – C	0.5206	0.1295	0.0325	0.0209	0.0052

**Çizelge 4.9.** Farklı mesnetlenme tipindeki kirişlerin farklı şiddetteki yayılı yük değeri için meydana gelen maksimum deplasman değerleri (nm) ( $L = 20$  nm,  $A = 5$  nm<sup>2</sup>)

		Üçgen	İçi boş üçgen	Dikdört.	İçi boş dikdört.	Daire	Halka
<b>MK</b>	<b><math>q</math> (nN/nm)</b>	$d = 3.40$	$d_e = 7.10$ $t_t = 0.25$	$b = 1.25$ $h = 4.00$	$b_e = 3.25$ $h_e = 7.25$ $t_r = 0.25$	$D = 2.55$	$D_e = 6.60$ $t_c = 0.25$
S-S	1	0.8644	0.1265	0.3123	0.0639	1.0522	0.0829
	2	1.7289	0.2530	0.6250	0.1278	2.1044	0.1658
	5	4.3223	0.6325	1.5617	0.3195	5.2609	0.4145
	10	8.6445	1.2650	3.1234	0.6391	10.5219	0.8290
C-F	1	8.2988	1.2143	2.9985	0.6135	10.1010	0.7959
	2	16.5975	2.4287	5.9970	1.2270	20.2020	1.5917
	5	41.4937	6.0717	14.9925	3.0675	50.5050	3.9793
	10	82.9876	12.1433	29.9850	6.1349	101.0101	7.9586
C-S	1	0.3319	0.0486	0.1199	0.0245	0.4040	0.0318
	2	0.6639	0.0972	0.2399	0.0491	0.8080	0.0637
	5	1.6597	0.2429	0.5997	0.1227	2.0202	0.1592
	10	3.3195	0.4857	1.1994	0.2454	4.0404	0.3183
C-C	1	0.1729	0.0253	0.0625	0.0128	0.2104	0.0166
	2	0.3458	0.0506	0.1249	0.0256	0.4208	0.0332
	5	0.8644	0.1265	0.3123	0.0639	1.0522	0.0829
	10	1.7289	0.2530	0.6247	0.1278	2.1044	0.1658

**Çizelge 4.10.** Farklı mesnetlenme tipindeki kirişlerin farklı şiddetteki tekil yük değeri için meydana gelen maksimum deplasman değerleri (nm)  
( $L = 20$  nm,  $l = 10$  nm,  $A = 5$  nm<sup>2</sup>)

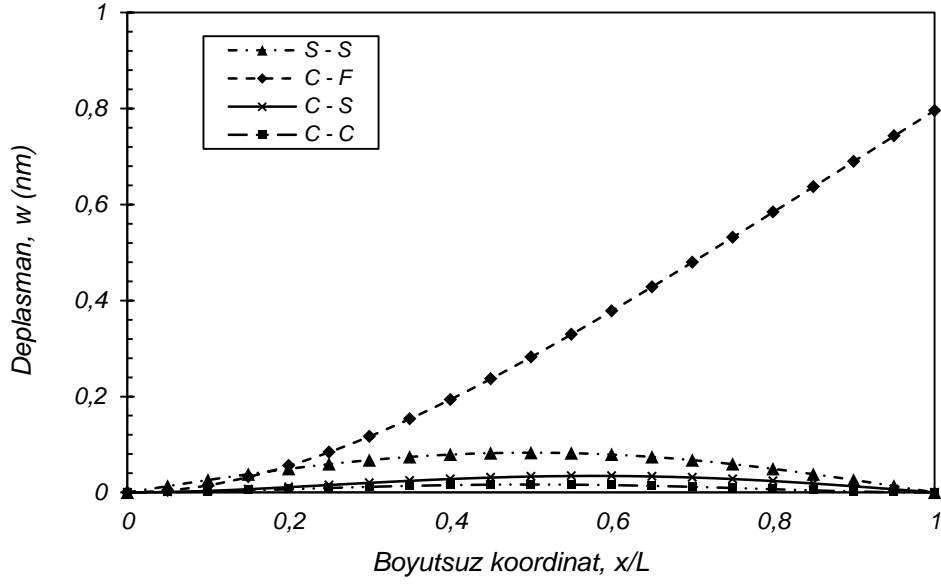
		Üçgen	İçi boş üçgen	Dikdört.	İçi boş dikdört.	Daire	Halka
<b>MK</b>	<b>P (nN)</b>	$d = 3.40$	$d_e = 7.10$ $t_t = 0.25$	$b = 1.25$ $h = 4.00$	$b_e = 3.25$ $h_e = 7.25$ $t_r = 0.25$	$D = 2.55$	$D_e = 6.60$ $t_c = 0.25$
S-S	5	0.3458	0.0506	0.1249	0.0256	0.4209	0.0332
	10	0.6916	0.1012	0.2498	0.0511	0.8418	0.0663
	50	3.4578	0.5060	1.2494	0.2556	4.2087	0.3316
	100	6.9156	1.0119	2.4988	0.5113	8.4175	0.6632
C-F	5	1.7289	0.2530	0.6247	0.1278	2.1044	0.1658
	10	3.4578	0.5060	1.2494	0.2556	4.2088	0.3316
	50	17.2891	2.5298	6.2469	1.2781	21.0438	1.6580
	100	34.5782	5.0597	12.4938	2.5562	42.0875	3.3161
C-S	5	0.1513	0.0221	0.0547	0.0112	0.1841	0.0145
	10	0.3026	0.0443	0.1093	0.0224	0.3683	0.0290
	50	1.5128	0.2214	0.5466	0.1112	1.8413	0.1451
	100	3.0256	0.4427	1.0932	0.2237	3.6827	0.2901
C-C	5	0.0865	0.0126	0.0312	0.0064	0.1052	0.0083
	10	0.1729	0.0253	0.0625	0.0128	0.2104	0.0166
	50	0.8645	0.1265	0.3123	0.0639	1.0522	0.0829
	100	1.7289	0.2530	0.6247	0.1278	2.1044	0.1658

**Çizelge 4.11.** Açıklık boyunca yayılı yükü maruz kalan farklı mesnetlenme tipindeki kirişlerin farklı açıklık değeri için meydana gelen maksimum deplasman değerleri (nm) ( $q = 0.01 \text{ nN/nm}$ ,  $A = 5 \text{ nm}^2$ )

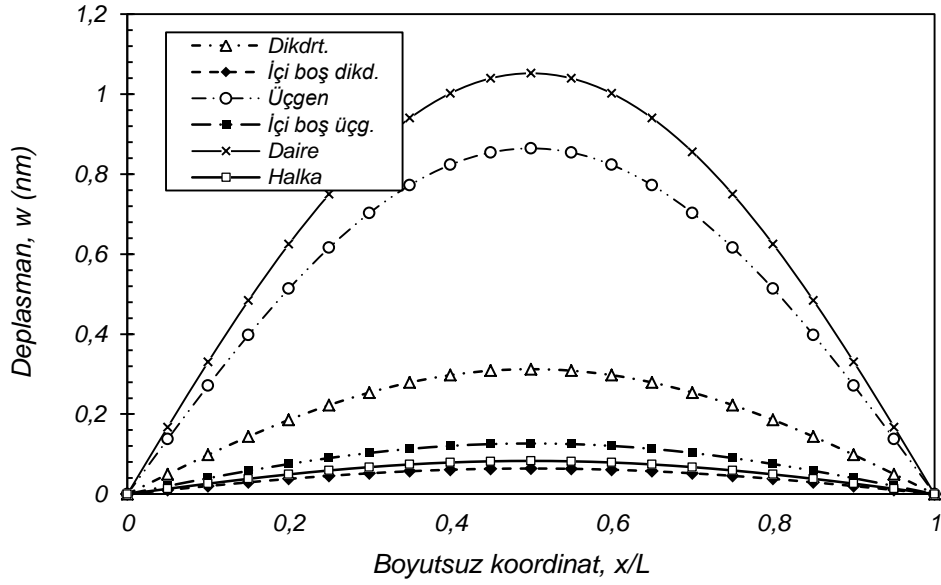
		Üçgen	İçi boş üçgen	Dikdört.	İçi boş dikdört.	Daire	Halka
<b>MK</b>	<b>L (nm)</b>	$d = 3.40$	$d_e = 7.10$ $t_t = 0.25$	$b = 1.25$ $h = 4.00$	$b_e = 3.25$ $h_e = 7.25$ $t_r = 0.25$	$D = 2.55$	$D_e = 6.60$ $t_c = 0.25$
S-S	10	0.0005	0.0001	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000
	20	0.0086	0.0013	0.0031	0.0006	0.0105	0.0008
	50	0.3377	0.0494	0.1220	0.0250	0.4110	0.0324
	100	5.4028	0.7906	1.9521	0.3994	6.5762	0.5181
C-F	10	0.0052	0.0008	0.0019	0.0004	0.0063	0.0005
	20	0.0830	0.0121	0.0300	0.0061	0.1010	0.0080
	50	3.2417	0.4744	1.1713	0.2397	3.9457	0.3109
	100	51.8672	7.5896	18.7406	3.8344	63.1313	4.9741
C-S	10	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0003	0.0000
	20	0.0033	0.0005	0.0012	0.0003	0.0040	0.0003
	50	0.1297	0.0190	0.0469	0.0096	0.1578	0.0124
	100	2.0747	0.3036	0.7496	0.1534	2.5253	0.1990
C-C	10	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000
	20	0.0017	0.0003	0.0006	0.0001	0.0021	0.0002
	50	0.0675	0.0099	0.0244	0.0050	0.0822	0.0065
	100	1.0806	0.1581	0.3904	0.0799	1.3152	0.1036

**Çizelge 4.12.** Açıklık ortasında tekil yüke maruz kalan farklı mesnetlenme tipindeki kirişlerin farklı açıklık değeri için meydana gelen maksimum deplasman değerleri (nm) ( $P=1$  nN,  $l = L/2$ ,  $A = 5$  nm<sup>2</sup>)

		Üçgen	İçi boş üçgen	Dikdört.	İçi boş dikdört.	Daire	Halka
<b>MK</b>	<b>L (nm)</b>	$d = 3.40$	$d_e = 7.10$ $t_t = 0.25$	$b = 1.25$ $h = 4.00$	$b_e = 3.25$ $h_e = 7.25$ $t_r = 0.25$	$D = 2.55$	$D_e = 6.60$ $t_c = 0.25$
S-S	10	0.0086	0.0013	0.0031	0.0006	0.0105	0.0008
	20	0.0692	0.0101	0.0250	0.0051	0.0842	0.0066
	50	1.0806	0.1581	0.3904	0.0799	1.3152	0.1036
	100	8.6445	1.2649	3.1234	0.6391	10.5219	0.8292
C-F	10	0.0432	0.0063	0.0156	0.0032	0.0526	0.0042
	20	0.3458	0.0506	0.1249	0.0256	0.4209	0.0332
	50	5.4028	0.7906	1.9522	0.3994	6.5762	0.5181
	100	43.2227	6.3246	15.6172	3.1953	52.6094	4.1451
C-S	10	0.0038	0.0006	0.0014	0.0003	0.0046	0.0004
	20	0.0303	0.0044	0.0109	0.0022	0.0368	0.0029
	50	0.4728	0.0692	0.1708	0.0350	0.5754	0.0453
	100	3.7820	0.5534	1.3665	0.2796	4.6033	0.3627
C-C	10	0.0022	0.0003	0.0008	0.0002	0.0026	0.0002
	20	0.0173	0.0025	0.0063	0.0013	0.0210	0.0017
	50	0.2701	0.0395	0.0976	0.0200	0.3288	0.0259
	100	2.1611	0.3162	0.7809	0.1598	2.6305	0.2072

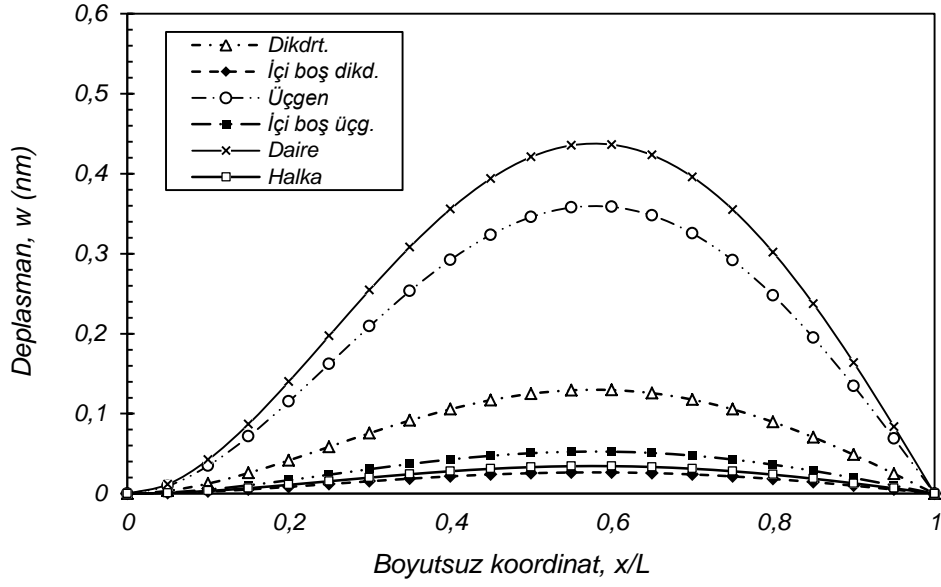


Şekil 4.1. Farklı mesnetlenme tipindeki kirişlerin açıklık boyunca yayılı yüke maruz kalması durumunda yapacağı çökme diyagramı ( $q = 1 \text{ nN/nm}$ ,  $L = 20 \text{ nm}$ ,  $A = 5 \text{ nm}^2$ )

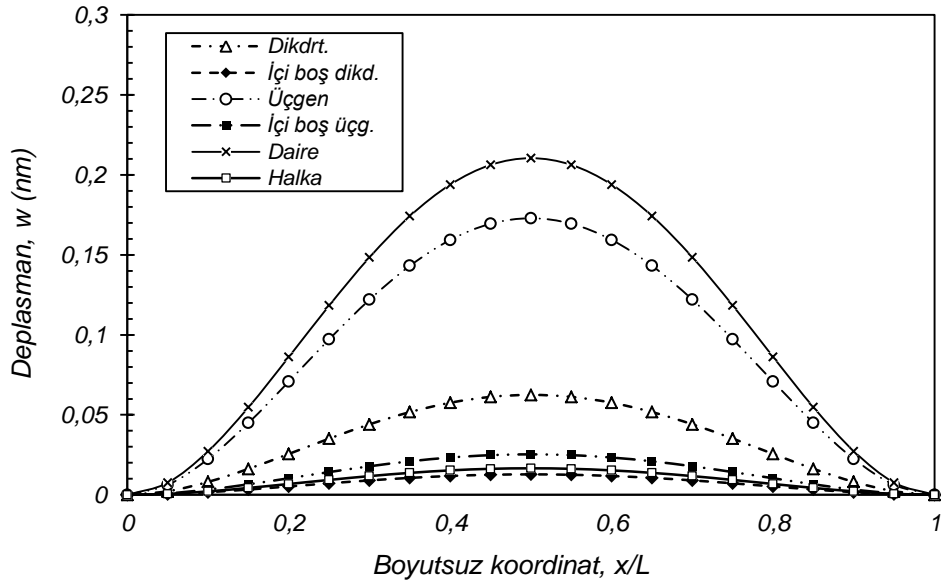


(a)

(Devamı Arkada)



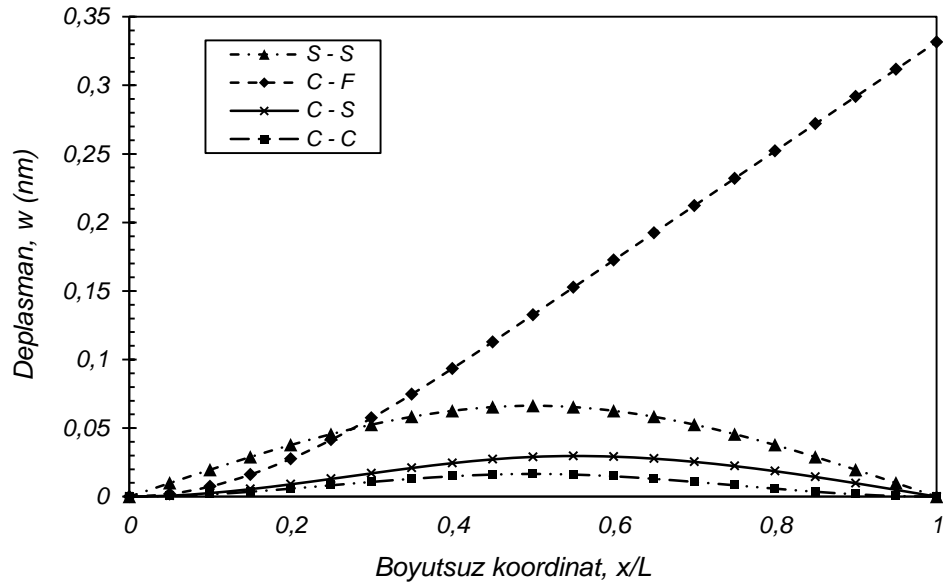
(b)



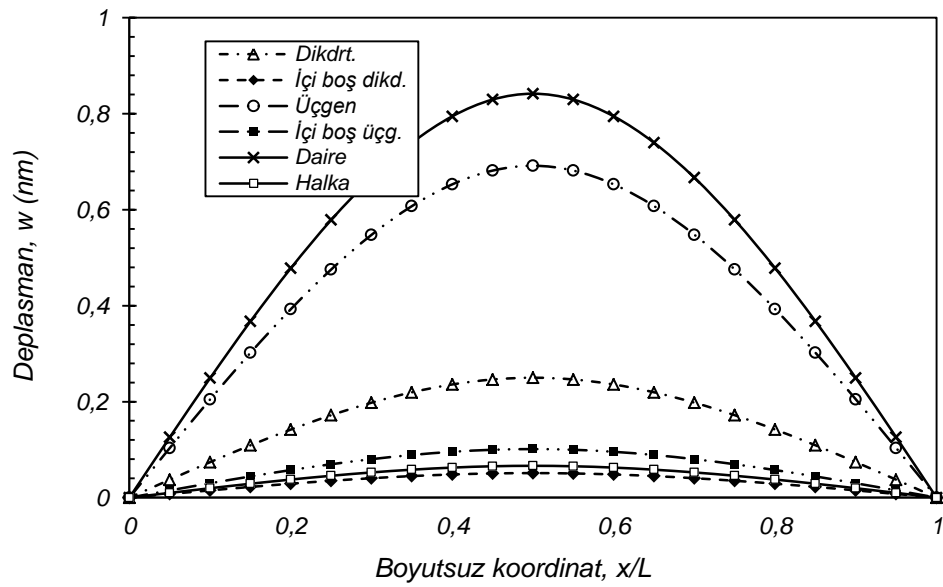
(c)

**Şekil 4.2.** İki farklı mesnetlenme tipindeki eşit alanlı farklı kesitli kirişlerin açıklık boyunca yayılı yüke maruz kalması durumunda yapacağı çökme diyagramı ( $q = 1\text{ nN/nm}$ ,  $L = 20\text{ nm}$ ,  $A = 5\text{ nm}^2$ ) **a)** S – S **b)** C – S **c)** C – C



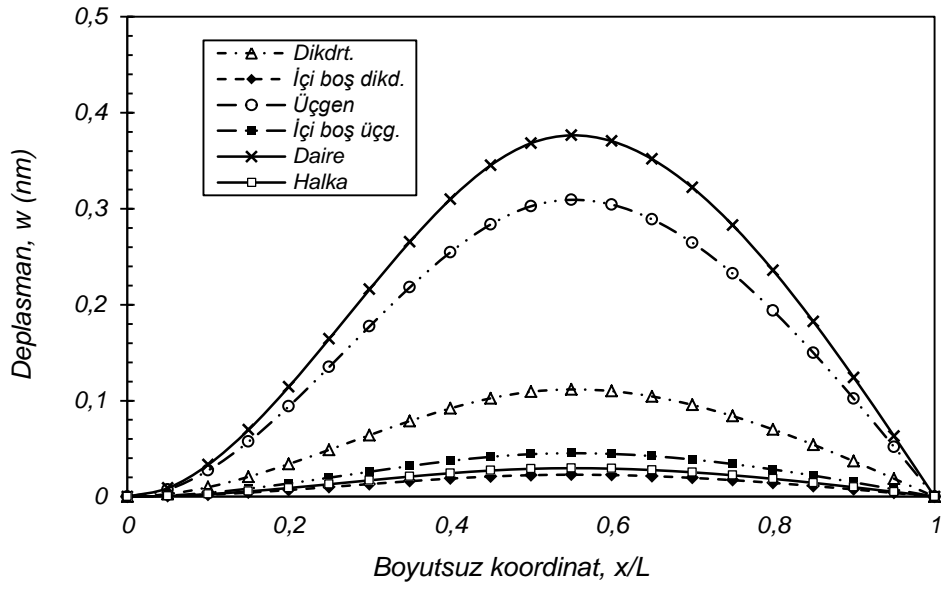


**Şekil 4.3.** Farklı mesnetlenme tipindeki kirişlerin açıklık ortasında tekil yüke maruz kalması durumunda yapacağı çökme diyagramı ( $P = 10 \text{ nN}$ ,  $L = 20 \text{ nm}$ ,  $A = 5 \text{ nm}^2$ )

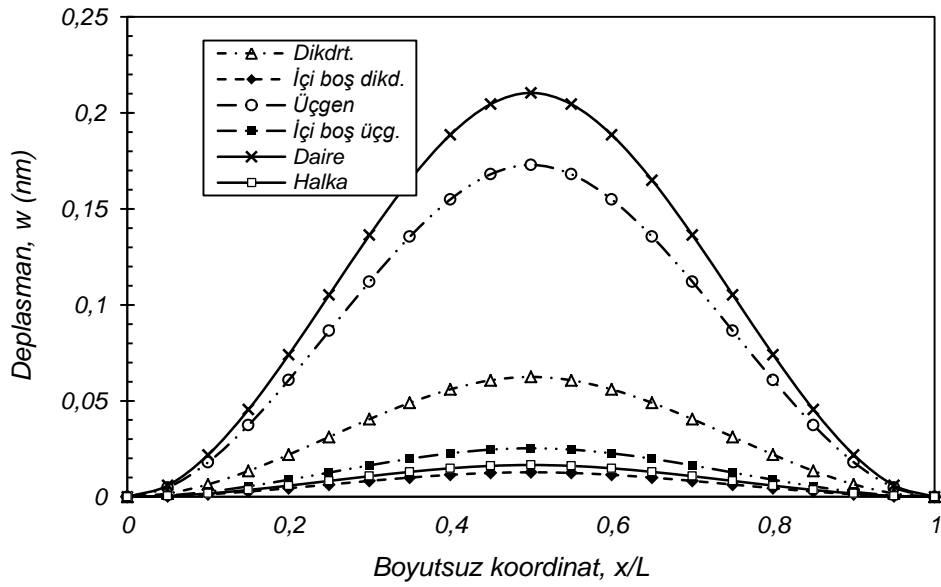


(a)

(Devamı Arkada)



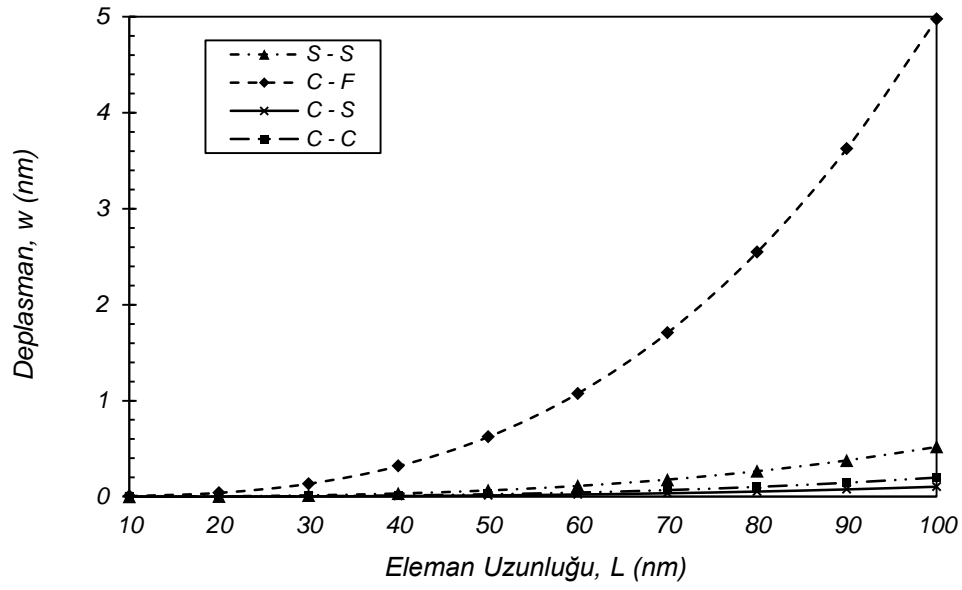
(b)



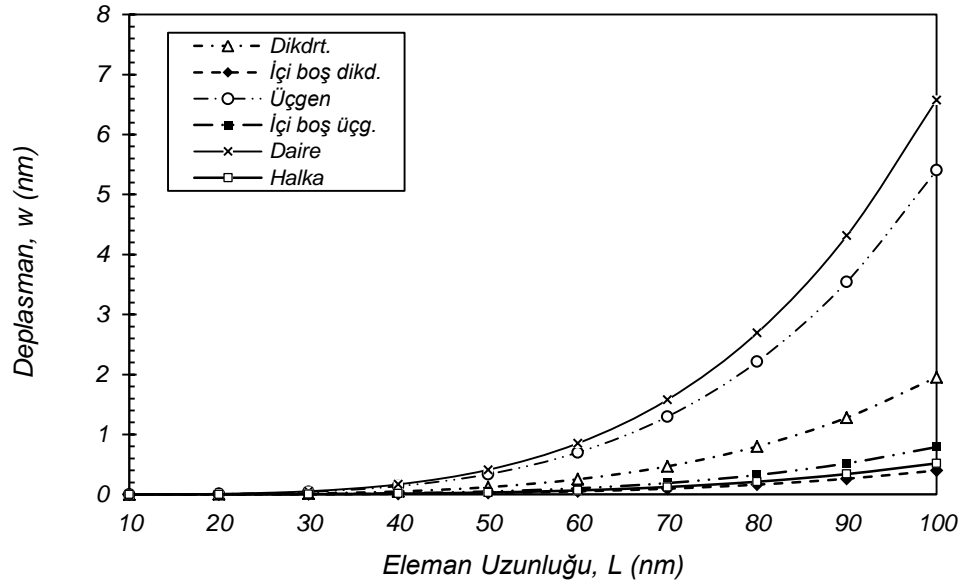
(c)

**Şekil 4.4.** Eşit alanlı farklı kesitli kirişlerin açıklık ortasında tekil yüke maruz kalması durumunda yapacağı çökme diyagramı ( $q = 1 \text{ nN/nm}$ ,  $L = 20 \text{ nm}$ ,  $A = 4 \text{ nm}^2$ )

a) S – S b) C – S c) C – C

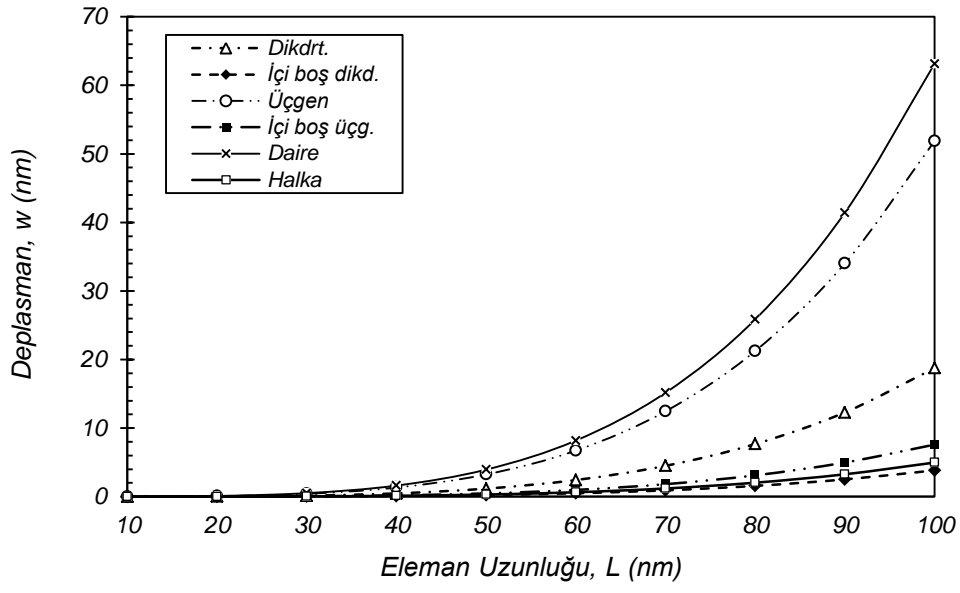


**Şekil 4.5.** Farklı mesnetlenme tipindeki farklı uzunluktaki kirişlerin açıklık boyunca yayılı yüke maruz kalması durumunda oluşacak maksimum çökme değerleri ( $q=1\text{ nN/nm}$ ,  $A=5\text{ nm}^2$ )

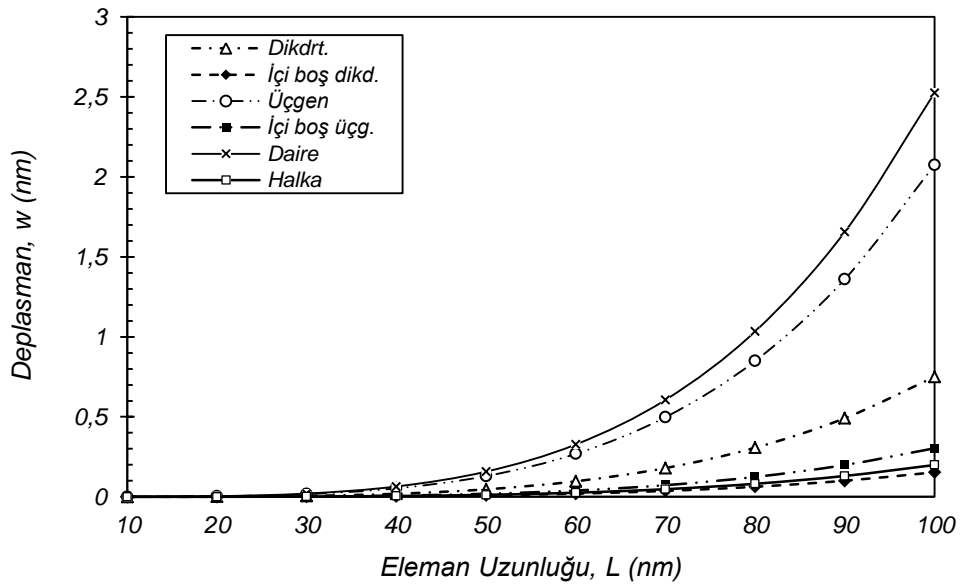


(a)

(Devamı Arkada)

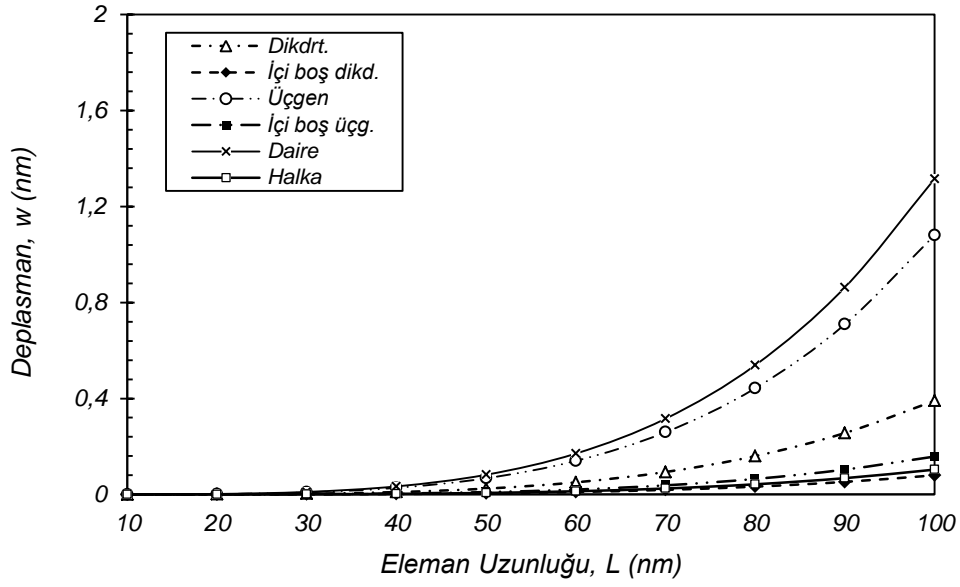


(b)



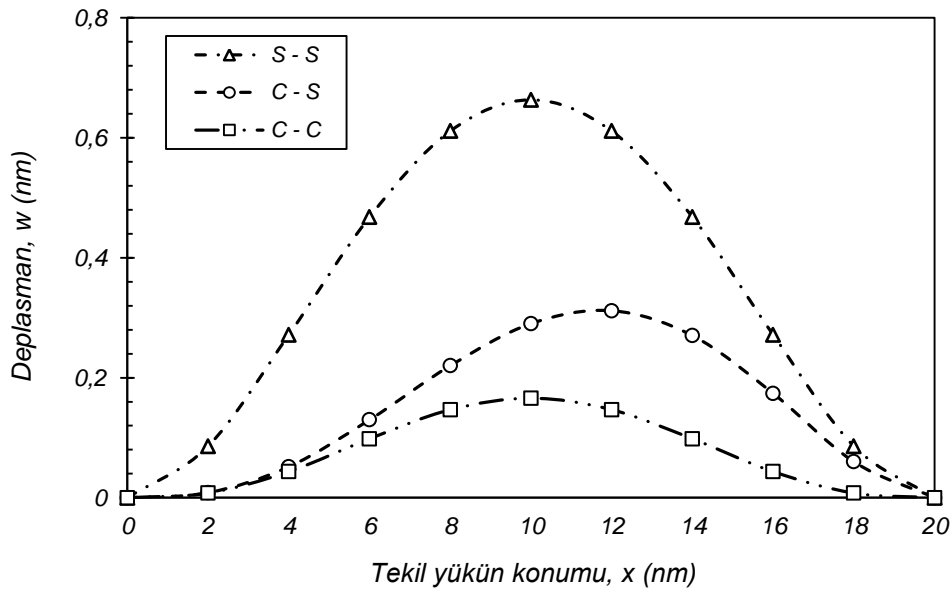
(c)

(Devamı Arkada)

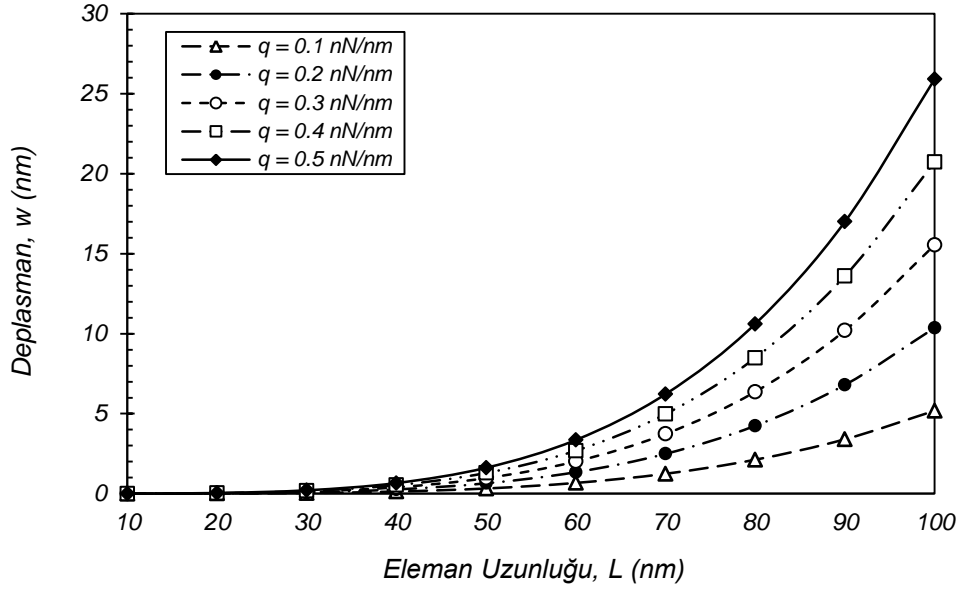


(d)

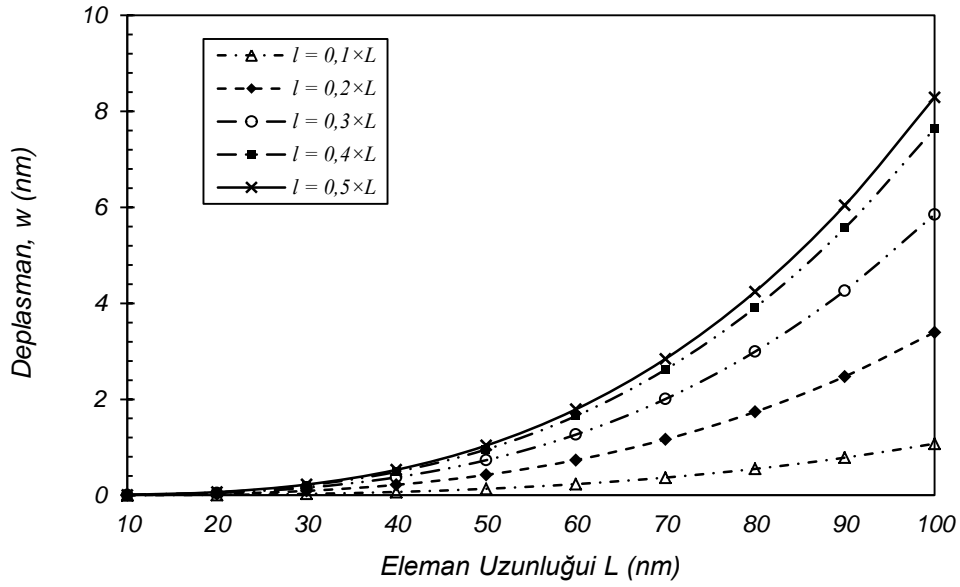
**Şekil 4.6.** Farklı uzunlukta olan eşit alanlı farklı kesitli kirişlerin açıklık boyunca yayılı yüke maruz kalması durumunda oluşacak maksimum çökme değerleri ( $q = 0.01 \text{ nN/nm}$ ,  $A = 5 \text{ nm}^2$ ) a) S – S b) C – F c) C – S d) C – C



**Şekil 4.7.** Kiriş üzerindeki tekil yükün konumunun değişken olması durumunda oluşacak maksimum çökme değerlerinin farklı sınır şartlı elemanlar için karşılaştırılması ( $P = 100 \text{ nN}$ ,  $A = 5 \text{ nm}^2$ )

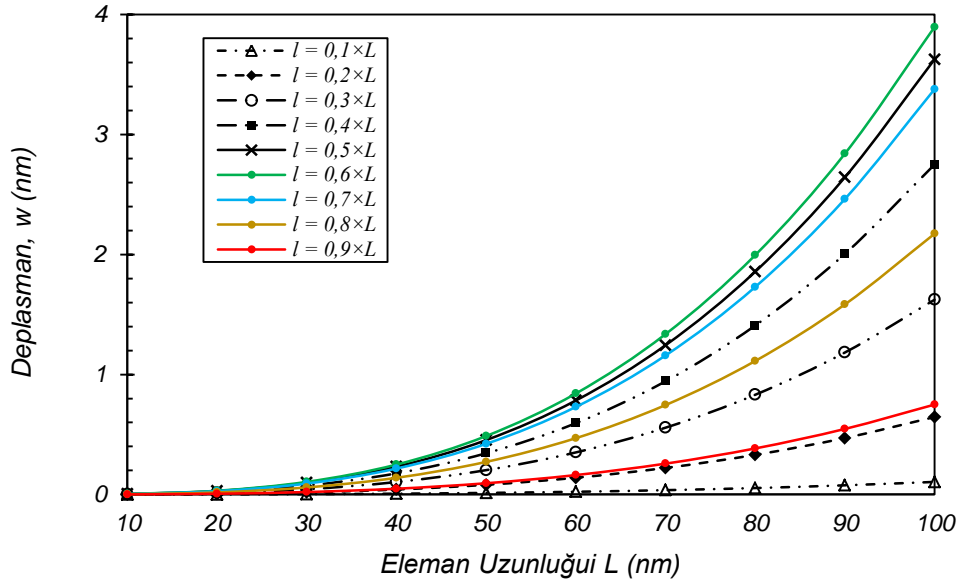


**Şekil 4.8.** Farklı şiddetdeki yayılı yüklerin S – S kirişine açıklık boyunca etkimesi durumunda kirişte oluşacak maksimum çökmenin eleman uzunluğuna göre değişimi ( $A = 5 \text{ nm}^2$ )



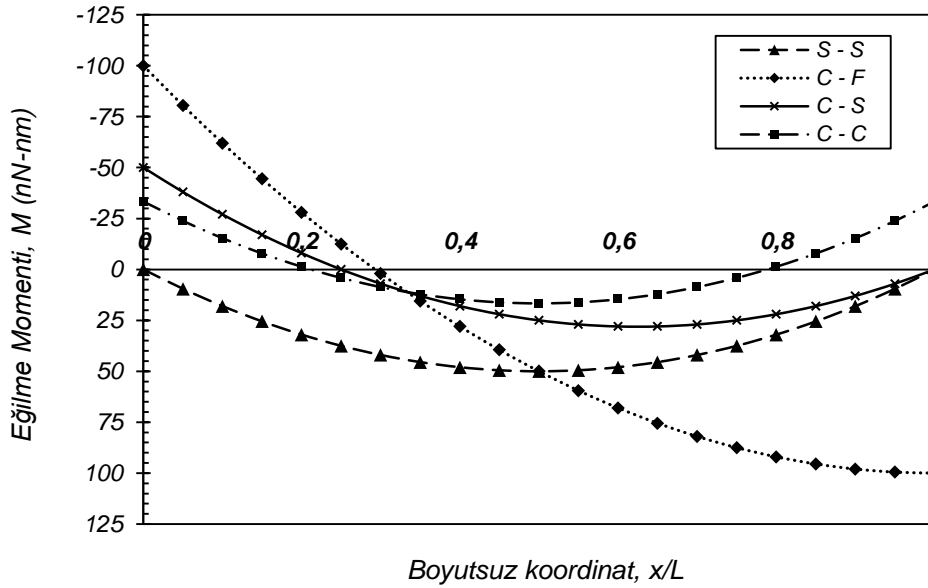
(a)

(Devamı Arkada)

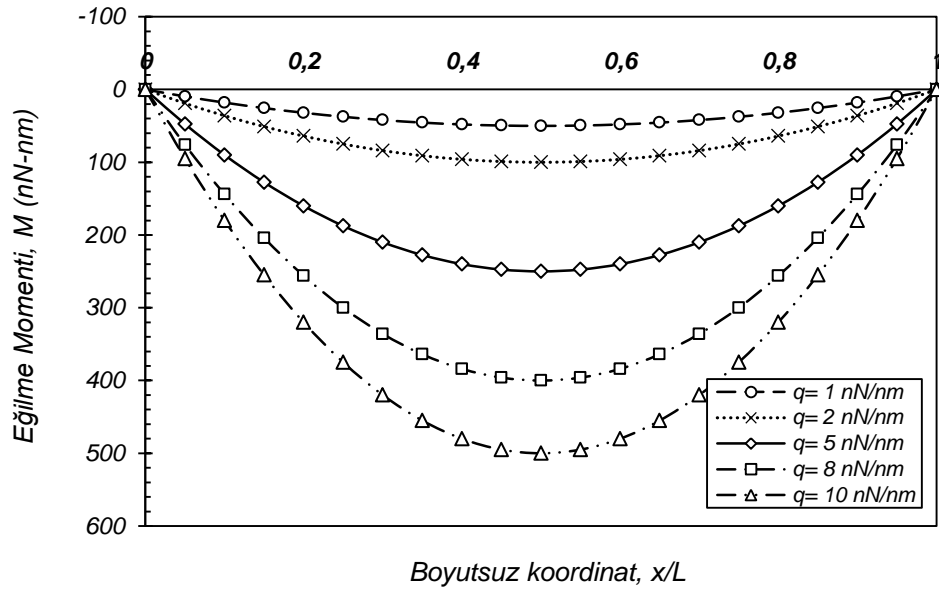


(b)

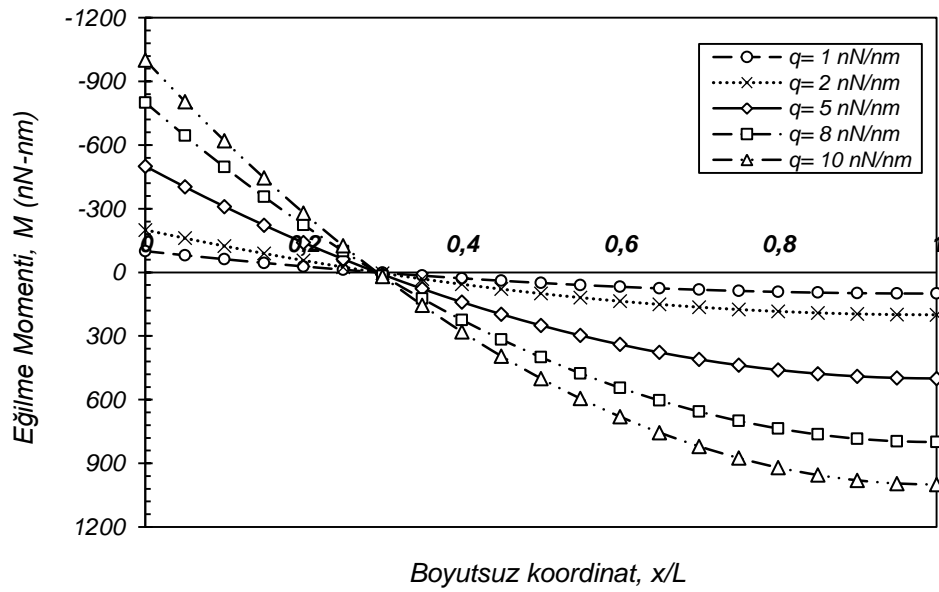
**Şekil 4.9.** Tekil yükün farklı konumlarda etkimesi durumunda oluşacak maksimum çökmenin eleman uzunluğuna göre değişimi ( $P = 10 \text{ nN}$ ,  $A = 5 \text{ nm}^2$ ) a) S – S b) C – S



**Şekil 4.10.** Farklı mesnetlenme koşullarındaki kirişler için yayılı yük altında oluşacak eğilme momenti diyagramları ( $q = 1 \text{ nN/nm}$ ,  $L = 20 \text{ nm}$ ,  $A = 5 \text{ nm}^2$ )



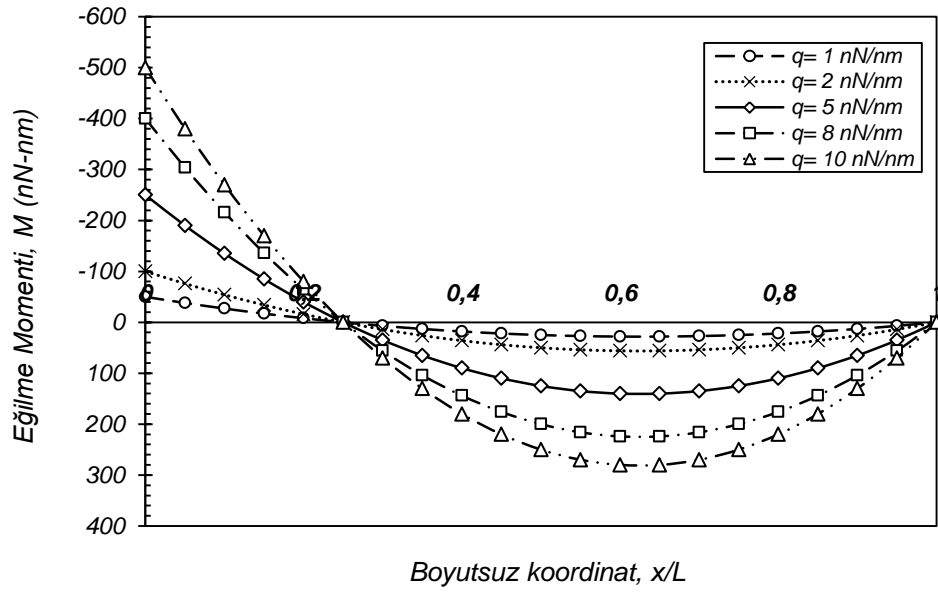
(a)



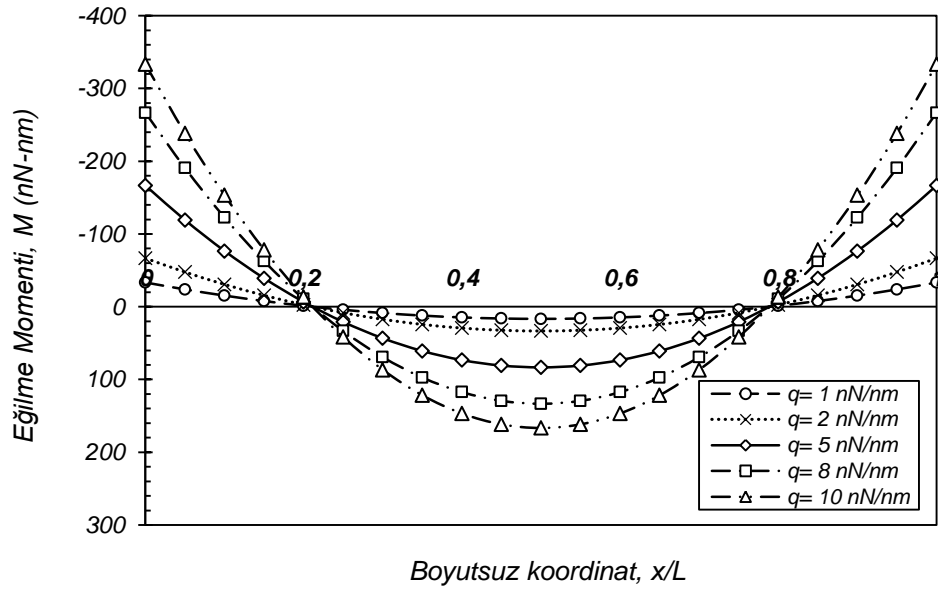
(b)

(Devamı Arkada)



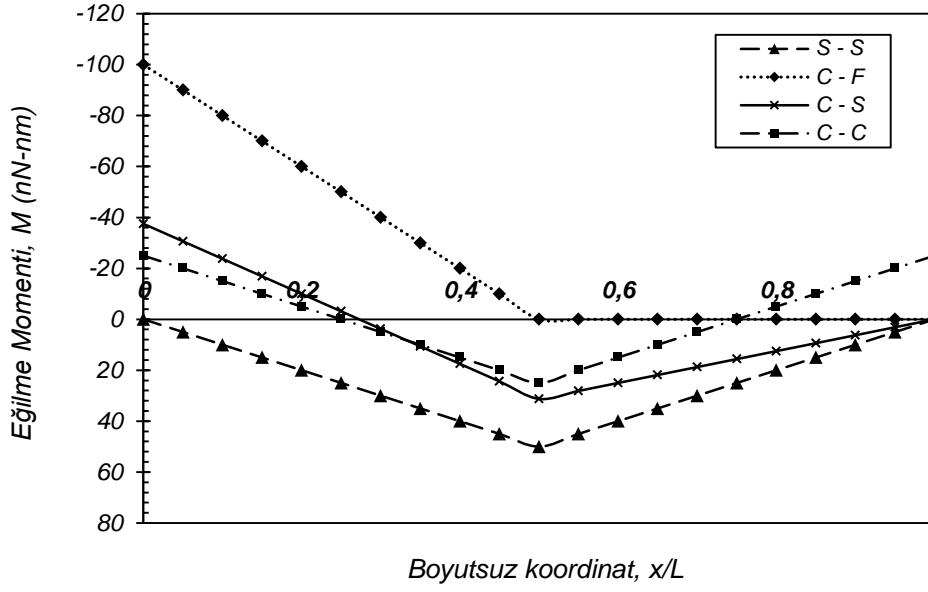


(c)

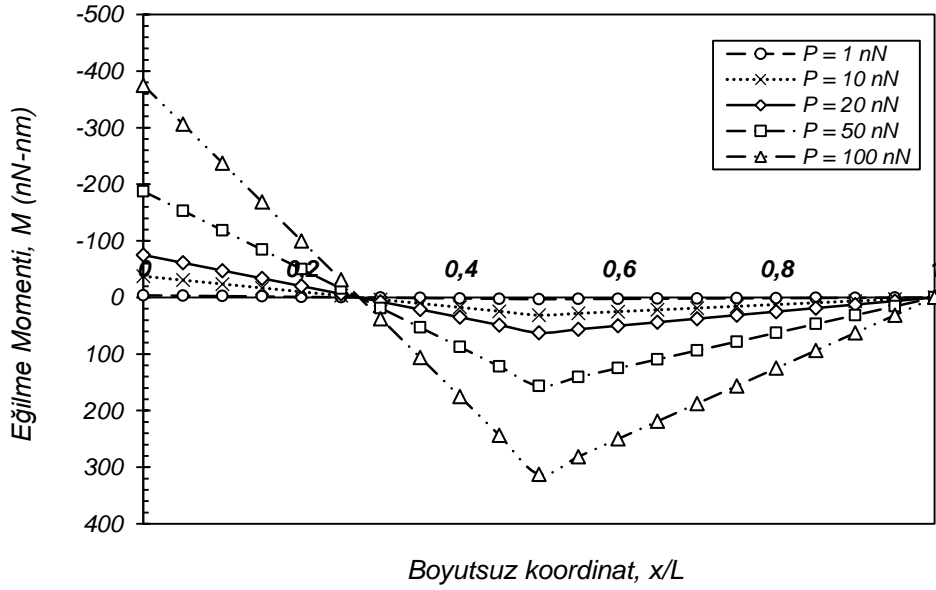


(d)

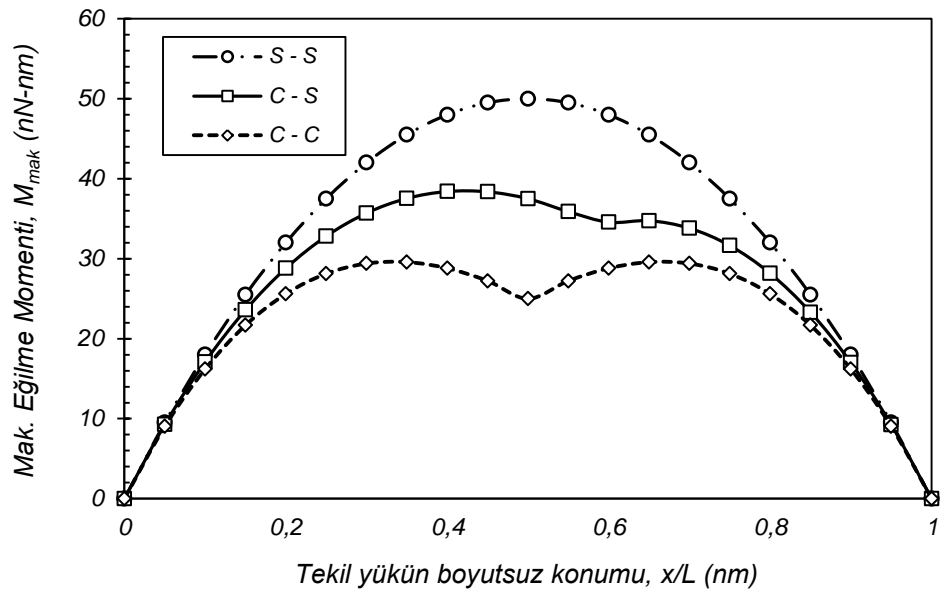
**Şekil 4.11.** Farklı yayılı yük değerleri altında oluşacak eğilme momenti diyagramları ( $L = 20\text{nm}$ ,  $A = 5\text{ nm}^2$ ) a) S – S b) C – F c) C – S d) C – C



**Şekil 4.12.** Farklı mesnetlenme koşullarındaki kirişler için açıklık ortasında tekil yük altında oluşacak eğilme momenti diyagramları ( $P = 10 \text{ nN}$ ,  $L = 20 \text{ nm}$ ,  $A = 5 \text{ nm}^2$ )



**Şekil 4.13.** C – S kirişi için açıklık ortasında farklı şiddetteki tekil yükler altında oluşacak eğilme momenti diyagramları ( $L = 20 \text{ nm}$ ,  $A = 5 \text{ nm}^2$ )



**Şekil 4.14.** Maksimum momentin mutlak değerce şiddetinin tekil yükün konumuna göre değişimi ( $P = 10$  nN,  $L = 20$  nm,  $A = 5$  nm<sup>2</sup>)

## 5. TARTIŞMA

Bu çalışmada Euler–Bernoulli kiriş teorisine göre CNT malzemesinden modellenen farklı geometrik kesite sahip kirişlerin elastik eğri yöntemi ile statik analizi yapılmıştır. Değişik mesnetlenme şartlarındaki kirişlerin açıklık boyunca yayılı yük veya açıklık üzerinde herhangi bir noktada tekil yüke maruz kalması durumları ayrı ayrı incelenmiştir. Statik analiz kapsamında yük etkisindeki yer değiştirme ve eğilme iç tesirlerinin miktarları hesaplanmıştır. Bu değerler sınır şart tipi, yük tipi ve şiddeti, uzunluk değeri, kesit geometrisi ve boyutları gibi çok çeşitli yönlerden ele alınmıştır.

Çizelge 4.3'ten açıkça görüldüğü gibi mesnetlenme tipinin ve kesit tipinin deplasman üzerinde doğrudan etkisi vardır. Deplasman miktarlarına bakınca en az deplasman C-C sınır koşulunda görülürken en fazla deplasman ise büyük fark ile C-F sınır koşulunda gözlemlenmektedir. Kesitler arasında ise eğilmeye karşı en iyi direnci gösteren kesit dikdörtgen kesit iken en zayıf direnci gösteren kesit ise altıgen kesit olmuştur.

Deplasman davranışında mesnetlenme tipinin önemini göstermek için Şekil 4.1'deki farklı mesnetlenme koşullarının verdiği deplasman değerlerini gösteren şekil çizdirilmiştir. Bu şekilden anlaşıldığı gibi C-F mesnet koşulunda modellenen kirişin bir ucunda herhangi bir mesnetlenme olmadığı için maksimum deplasman diğer mesnetlenme koşullarında açıklığın tam ortasında görülürken C-F için maksimum deplasman boş olan (mesnetsiz) uçta görülmektedir.

Şekil 4.2'de farklı mesnet koşulları için eşit alanlı farklı kesitli kirişlerin açıklık boyunca yayılı yüke maruz kalması durumunda yapacağı çökme diyagramları çizdirilmiştir. Görüldüğü gibi, C-S haricindeki mesnetlenme durumları için maksimum deplasman kiriş açıklığının ortasında görülürken, C-S için maksimum çökme basit mesnete daha yakın olduğu gösterilmiştir. Ayrıca, kesit tiplerini karşılaştırmak gerekirse, eşit kesit alanına sahip farklı kesit geometrileri içinde daire kesit en yüksek deplasmanı göstermiştir.

Modellenen kiriş uzunluğunun farklı değişkenlerle birlikte deplasmana etkisi Şekiller 4.5-4.9'da gösterilmiştir. Kesit geometrileri incelendiğinde daha önceki sonuçlara paralel olarak en zayıf deplasman direncini daire kesit gösterirken en güçlü dirence sahip kesit ise içi boş dikdörtgen olmuştur. Ayrıca, Şekil 4.9'da tekil yükün farklı konumlarda etkimesi durumunda oluşacak maksimum çökmenin eleman uzunluğuna göre değişimi gösterilmiştir. Burada en fazla deplasman gösteren yükleme durumu beklenildiği gibi açıklık S-S mesnetlenme koşulu için ortasında, C-S mesnetlenme durumu için ise " $0.6xL$ " de görülmüştür.

Farklı yayılı yük değerleri altında oluşacak eğilme momenti diyagramları Şekil 4.11'de gösterilmiştir. Beklenildiği gibi modellenen kirişe uygulanan farklı şiddetlerdeki yayılı yüklerin deplasmanla doğru orantısı mevcuttur. Artan yayılı yük değerleri kirişte oluşan eğilme momenti değerlerinin mutlakça büyüktür.

## 6. SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında elde edilen denklemler yönetiminde çizelgelerde sadece deplasmanlar verilmiştir. Buna göre bir takım sonuçlara varılmıştır ve bunlar aşağıda sıralanmıştır:

1. Kesit alan, yük tipi ve şiddeti gibi parametrelerin değişmediği bir kirişte en az çökmeyi dikdörtgen kesit yapar çünkü dikdörtgen kesit karesel kesite göre yüksekliği artırılmış bir kesittir ve atalet momenti çok daha yüksektir. Üçgen, beşgen ve altıgen gibi kesitler düzgün çokgendir ve kareye eşit alanlı olması durumunda karesel kesite yakın bir atalet momenti verir. Neticede en az çökmeyi dikdörtgen kesit yapar. Bunlarla beraber içi boş kesitlerin atalet momenti içi dolu kesitlere göre yüksek olduğundan içi boş kesitlerden modellenmiş kirişlerde daha az çökme görülür.
2. Kesit ve yük tipinin aynı, kesit alanın ve yük şiddetinin kendi içinde eşit olduğu farklı sınır koşullardaki kirişlerden en az çökmeyi C-C kirişi yapar çünkü her iki sınır koşul da tam rijittir. Basit mesnet yarı rijit olup boş uç hiç rijit değildir. Bu mantıkla çökmenin en azdan en fazlaya C-C, C-S, S-S ve C-F sınır şartlarına göre oluşması beklenir ve öyle olduğu da çizelgelerde görülebilir.
3. Her parametrenin kendi içinde aynı ancak yük tipinin mutlak değerce maksimum ve eşit eğilme etkisi verecek biçimde farklı değer ve tipte olduğu durumda oluşan çökmelerden S-S ve C-F kirişinde yayılı yük tekil yüke göre daha çok çökme verirken C-S ve C-C'de durum tam tersidir.
4. Uzunluk ve yük şiddeti arttıkça çökmenin ve eğilme momentinin şiddeti elbette artar ancak bunların ötesinde daha başka bir sonuç, tekil yüklü sistemlerde tekil yük mesnetten uzaklaşıp açıklık ortasına gittikçe çökme artar. Ancak simetrik koşullara sahip olmayan C-S'de tam ortada değil, az rijit olan basit mesnede biraz daha yakinken daha çok çökme görülür.
5. C-C ve C-S kirişinde tekil yük mesnetten uzaklaşırken maksimum moment bazen tekil yüklü noktada (açıklık bölgesinde) bazen de ankastre mesnet elemanında görülür. Bu söylenen, Şekil 4.14. tarafından desteklenir niteliktedir.

## 7. KAYNAKLAR

- Akgöz, B. 2010. Yüksek mertebeden elastisite teorileriyle mikro ve nano yapıların lineer ve lineer olmayan analizleri. Yüksek lisans tezi, Akdeniz Üniversitesi, 72s.
- Cenger, Y. 2006. Nanoteknoloji ve karbon nanoyapılar. Lisans tezi, Ankara Üniversitesi, 80s.
- Chen, Y. 2014. Nanotubes and nanosheets, CRC Press, Boca Raton, 607 s.
- Cireli, A., Kutlu, B., Onar, N., Erkan, G. 2006. Tekstilde ileri teknolojiler. *TMMOB Tekstil Mühendisleri Odası Tekstil ve Mühendis Dergisi*.
- Çıracı, S. 2005. Nanoteknolojide yeni ufuklar, *Bilim ve Teknik Dergisi*.
- Çıracı, S. 2006. Nanoteknolojide yeni ufuklar, *Bilim ve Teknik Dergisi*.
- Ellse, D. 2016. Graphene to help boost solar power panel efficiency. <http://cellnexx.co.uk/2016/11/17/graphene-to-help-boost-solar-power-panel-efficiency/> [Son erişim tarihi: 29.07.2017].
- Erkoç, Ş. 2001. Karbon nano yapılar, *Bilim ve Teknik Dergisi*.
- Hançer, S. 2010. Çift duvarlı karbon nanotüplerin mekanik özelliklerinin incelenmesi. Yüksek lisans tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, 43 s.
- Işık, Ç. 2011. Nano ve mikro yapıların yerel olmayan elastisite teorisi ile eğilme ve titreşim hesabı. Yüksek lisans tezi, Akdeniz Üniversitesi, 143s.
- İnan, M. 1970. Cisimlerin Mukavemeti. Ofset Matbaacılık, İstanbul, 560 s.
- Kösegil Toksöz, A. 2010. Yerel olmayan elastisite teorisinde Açık ve Ritz yöntemlerinin nanoteknolojiye uygulanması. Doktora tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, 134s.
- Kutucu, B. 2010. Nanoteknoloji ve çift duvarlı karbon nanotüplerin incelenmesi, Yüksek lisans tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, 84 s.
- Numanoğlu, H.M. 2017. Nanoyapıların kiriş ve çubuk modelinin yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak titreşim analizi. Bitirme Tezi, Akdeniz Üniversitesi, (yayınlanmamış), 172s.
- Omurtag, M.H. 2013. Mukavemet Cilt 2. Birsen Yayınevi, İstanbul, 480 s.
- Omurtag, M.H. 2014. Mukavemet Cilt 1. Birsen Yayınevi, İstanbul, 484 s.
- Özer, Y. 2008. Nanobilim ve nanoteknoloji: Ülke güvenliği/etkinliği açısından doğru modeli belirlenmesi. Yüksek lisans tezi, Kara Harp Okulu, 197 s.

- Panchal, M.B., Upadhyay, S.H. 2013. Cantilevered single walled boron nitride nanotube based nanomechanical resonators of zigzag and armchair forms, *Physica E*, 73–82.
- Rafı – Tabar, H. 2007. *Computational physics of carbon nanotubes*. Cambridge University Press, Cambridge, 493 s.
- Seçgin, S. 2010. Karbon nanotüplerin çökme davranışlarının sürekli ortam giriş modelleri kullanılarak incelenmesi. Yüksek lisans tezi, Trakya Üniversitesi, 51 s.
- Sevi, A.H. 2006. Nanoteknolojide karbon nanotüplerin dayanıklılık simülasyonu, Yüksek lisans tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, 43 s.
- Seyman, M.C., 2010. Çift duvarlı karbon nanotüplerin incelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü., 71s.
- Shima, H. 2012. Buckling of carbon nanotubes: A State of the art review. *Materials*, 47–84
- Süngü, B. 2006. Sıkı bağ moleküler dinamik yöntemiyle karbon nanotüplerin bilgisayar simülasyonu. Doktora tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, 134s.
- Tepe, A. 2007. Nanoteknolojide nano ölçekteki yapıların yerel olmayan elastisite çerçevesinde incelenmesi. Doktora tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, 99 s.
- Yaylı, M.Ö. 2010. Yerel olmayan elastisite teorisine göre nano ölçekteki kirişlerin doğrusal olmayan teoriye göre incelenmesi. Doktora tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, 85s.
- Yengejeh, S.I., Kazemi, S.A., Oschner, A. 2015. *A Primer on the Geometry of Carbon Nanotubes and Their Modifications*, Springer Publishing., 70s.
- Yetim, A. 2011. Karbon Nanotüpler, Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi.
- Zheng, B., Lowther, J.E. 2010. Numerical investigations into mechanical properties of hexagonal silicon carbon nanowires and nanotubes. *The Royal Society of Chemistry*, 1733–1739
- Anonim 1: <https://www.nano.gov/nanotech-101/what/nano-size> [Son erişim tarihi: 28.07.2017]
- Anonim 2:  
[https://www.nyu.edu/classes/tuckerman/adv.chem/lectures/lecture\\_17/node7.html](https://www.nyu.edu/classes/tuckerman/adv.chem/lectures/lecture_17/node7.html) [Son erişim tarihi: 29.07.2017]
- Anonim 3: <https://www.nano.gov/nanotech-101/what/working-nanoscale> [Son erişim tarihi: 29.07.2017]

Anonim 4: <http://kprblog.in/wp-content/uploads/2015/05/dg.jpeg>. [Son erişim tarihi: 06.08.2017].

Anonim 5: <https://www.intechopen.com/books/carbon-nanotubes-polymer-nanocomposites/polymer-carbon-nanotube-nanocomposites> [Son erişim tarihi: 07.08.2017].



## 8. EKLER

Elastik cisimler mekaniğinde çok farklı kiriş teorileri bulunmaktadır. Bütün kesme etkilerini ele alan Timoshenko kiriş teorisi buna örnektir. Timoshenko kiriş teorisi gibi kaymayı göz önüne alan ancak dönül ataleti ihmal eden birinci dereceden kesme deformasyonu kiriş teorisi, trigonometrik kiriş teorisi, hiperbolik kiriş teorisi de örnek verilebilir. Bu örneklerin yanı sıra günümüzde bazı bilim adamları da kiriş teorisi geliştirmektedir. Bu tez kapsamında yapılan eğilme analizleri çeşitli kiriş teorilerine uyarlanabilir ve kapsam genişleyebilir.

Elemanların çökme ve eğilme denklemleri klasik elastisite teorisinin yönetici denklemleri hükmünde verilmiştir. Ancak mikro ve nano yapıya inildiğinde klasik teorisinin dışında atomik etkiyi göz önüne alan teoriler geliştirilmiştir. Bu teorilerden birkaçı lokal olmayan elastisite teorisi, değiştirilmiş gerilme çifti elastisite teorisi, değiştirilmiş şekil değiştirme değişimi elastisite teorisi, mikropolar elastisite teorisi ve yüzey enerjili elastisite teorisidir. Bu teoriler günümüzde halen gelişmektedir. Boyut etkisini de göz önüne alan eğilme denklemleri yine tez çalışmasına uyarlanarak sonuçlar verilebilir.

Tezin kapsamı analitik denklemlerin yanı sıra nümerik denklemler ve matematiksel algoritmalar kullanılarak da genişletilebilir. Şöyle ki, eğilme denklemleri sonlu farklar, sonlu elemanlar, Rayleigh-Ritz, Newton-Raphson gibi sayısal yöntemler kullanılarak da çözülebilir. Son yıllarda kullanımı giderek artan matematiksel algoritmalar da eğilme problemlerine uyarlanabilir ve bu konuda bir takım çalışmalar literatürde mevcuttur.

## ÖZGEÇMİŞ

**ÖMER GÖK**

**E-mail:** omergokins@gmail.com



### ÖĞRENİM BİLGİLERİ

Yüksek Lisans	Akdeniz Üniversitesi
2015-2017	Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Antalya
Lisans	Akdeniz Üniversitesi
2011-2015	Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Antalya

### MESLEKİ VE İDARİ GÖREVLER

Çelik Şase Mühendisliği	
2016- Devam Ediyor	İmaş Makine, Konya