AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

Zuhal HAZAR

DİLBİLİM VE MATEMATİK İLİŞKİSİNDE SAUSSURE, GÖDEL, POPPER

Felsefe Ana Bilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

Antalya, 2017

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

Zuhal HAZAR

DİLBİLİM VE MATEMATİK İLİŞKİSİNDE SAUSSURE, GÖDEL, POPPER

Danışman
Yrd. Doç. Dr. Mehmet Fatih DOĞRUCAN

Felsefe Ana Bilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

Antalya, 2017

T.C.

Akdeniz Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğüne

Zuhal HAZAR'ın bu çalışması, jürimiz tarafından Felsefe Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan	: Prof. Dr. Hasan ASLAN	(İmza)
Üye (Danışmanı)	: Yrd. Doç. Dr. M. Fatih DOĞRUCAN	(İmza)
Üye	: Yrd. Doç. Dr. Mustafa KAYA	(İmza)

Tez Başlığı: Dilbilim ve Matematik İlişkisinde Saussure, Gödel, Popper

Onay: Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

Tez Savunma Tarihi : 26/05/2017
Mezuniyet Tarihi : 06/07/2017

(İmza)
Prof. Dr. İhsan BULUT
Müdür

AKADEMİK BEYAN

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Dilbilim ve Matematik İlişkisinde Saussure, Gödel, Popper” adlı bu çalışmanın, akademik kural ve etik değerlere uygun bir biçimde tarafımca yazıldığını, yararlandığım bütün eserlerin kaynakçada gösterildiğini ve çalışma içerisinde bu eserlere atıf yapıldığını belirtir; bunu şerefimle doğrularım.

(İmza)

Zuhal HAZAR

T.C.

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

TEZ ÇALIŞMASI ORİJİNALLİK RAPORU

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ'NE

ÖĞRENCİ BİLGİLERİ	
Adı-Soyadı	**Zuhal HAZAR**
Öğrenci Numarası	**20145231002**
Enstitü Ana Bilim Dalı	**Felsefe**
Programı	**Tezli Yüksek Lisans**
Programın Türü	**(x) Tezli Yüksek Lisans ( ) Doktora ( ) Tezsiz Yüksek Lisans**
Danışmanının Unvanı, Adı-Soyadı	**Yrd. Doç. Dr. M. Fatih DOĞRUCAN**
Tez Başlığı	**Dilbilim ve Matematik İlişkisinde Saussure, Gödel, Popper**
Turnitin Ödev Numarası	**827017557**

Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışmasının a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana Bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 76 sayfalık kısmına ilişkin olarak, 29/06/2017 tarihinde tarafımdan Turnitin adlı intihal tespit programından Sosyal Bilimler Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nda belirlenen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan ve ekte sunulan rapora göre, tezin/dönem projesinin benzerlik oranı;

alıntılar hariç % 3

alıntılar dahil % 9 'dur.

Danışman tarafından uygun olan seçenek işaretlenmelidir:

(x) Benzerlik oranları belirlenen limitleri aşmıyor ise;
Yukarıda yer alan beyanın ve ekte sunulan Tez Çalışması Orijinallik Raporu'nun doğruluğunu onaylarım.

( ) Benzerlik oranları belirlenen limitleri aşıyor, ancak tez/dönem projesi danışmanı intihal yapılmadığı kanısında ise;

Yukarıda yer alan beyanın ve ekte sunulan Tez Çalışması Orijinallik Raporu'nun doğruluğunu onaylar ve Uygulama Esasları'nda öngörülen yüzdelik sınırlarının aşılmasına karşın, aşağıda belirtilen gerekçe ile intihal yapılmadığı kanısında olduğumu beyan ederim.

Gerekçe:

Benzerlik taraması yukarıda verilen ölçütlerin ışığı altında tarafımca yapılmıştır. İlgili tezin orijinallik raporunun uygun olduğunu beyan ederim.

29/06/2017

(imzası)
Yrd. Doç. Dr. M. Fatih
DOĞRUCAN

İ Ç İ N D E K İ L E R

BİRİNCİ BÖLÜM
MATEMATİKSEL DÜŞÜNME VE DİLSEL YETERLİLİK

İKİNCİ BÖLÜM
MATEMATİKSEL DÜŞÜNMEDE DİL VE SAUSSURECÜ YAKLAŞIM

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
GÖDEL, MATEMATİKSEL DÜŞÜNME VE DİL

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM
GÖDEL'İN YARATTIĞI KIRILMALARIN SAUSSURECÜ YAKLAŞIMLA BİLİME ETKİLERİ

BEŞİNCİ BÖLÜM
BİLİM FELSEFESİNDE POPPER'IN MANTIK DENETLEMESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

TABLOLAR LİSTESİ

KISALTMALAR LİSTESİ

.	: çarpım
+	: toplama
=	: eşit
-	: çıkarma
DH	: termokimyada ısı değişimi
F	: fizikte iki kütle arasındaki çekim kuvvetinin büyüklüğü
G	: fizikte evrensel çekim sabiti
r	: fizikte iki kütle arasındaki mesafe
E	: fizikte cismin enerjisi
m	: fizikte cismin kütlesi
c^2	: fizikte ışık hızının karesinin sayısal değeri
Ψ	: teorik fizikte sistemin dalga fonksiyonu
H	: teorik fizikte Hamiltonyen operatörü
E	: teorik fizikte öz değer enerjisi
Σ	: matematikte büyük toplam işleci
İ	: matematikte sanal sayı
H	: bilgi bilişim teorisinde entropi belirteci
P	: bilgi bilişim teorisinde olasılık dağılım operatörü
Log	: matematikte logaritma fonksiyonu
k	: kaos teorisinde formül sabiti
x	: matematiksel değişken
t	: matematikte zaman değişkeni
p	: sembolik mantıkta önerme değişkeni
q	: sembolik mantıkta önerme değişkeni
r	: sembolik mantıkta önerme değişkeni
s	: sembolik mantıkta önerme değişkeni
~	: sembolik mantıkta “değilleme” işareti
V	: sembolik mantıkta “veya”
Λ	: sembolik mantıkta “ve”
→	: sembolik mantıkta “ise”
↔	: sembolik mantıkta “ancak ve ancak”

σ^2	: olasılıkta “yayılım”
μ	: olasılıkta “aritmetik ortalama”
f(x)	: matematikte “fonksiyon”
e	: yaklaşık 2.71 değerinde irrasyonel bir matematiksel sabit
$\boldsymbol{\pi}$	: yaklaşık 3.14 değerinde irrasyonel bir matematiksel sabit
$\sqrt{.}$	: matematikte “köklü ifade”
Lim	: matematikte “limit” kısaltması
df	: diferansiyel denklemlerde fonksiyonun toplam değişimi
dt	: diferansiyel denklemlerde fonksiyonun zamana bağlı değişimi
h	: diferansiyel denklemlerde çok küçük değişim
n	: matematiksel değişken
∞	: sonsuz
A(ABC)	: üçgende alan
Ç(ABC)	: üçgende çevre
a	: üçgende kenar uzunluğu
b	: üçgende kenar uzunluğu
c	: üçgende kenar uzunluğu
h_a	: üçgende yükseklik
h_b	: üçgende yükseklik
h_c	: üçgende yükseklik
u	: üçgenin toplam uzunluğunun yarısı
O	: geometride çevrel çember merkezi
r	: çember merkezi
sin	: trigonometride sinüs
$(\hat{A})$	: geometride “açı”
(N, +, .)	: toplama ve çarpma işlemine göre “doğal sayı kümesi”
~	: Gödel sayılaştırmasında 1
v	: Gödel sayılaştırmasında 2
$\rightarrow$	: Gödel sayılaştırmasında 3
$\exists$	: Gödel sayılaştırmasında 4
=	: Gödel sayılaştırmasında 5
0	: Gödel sayılaştırmasında 6
S	: Gödel sayılaştırmasında 7

(	: Gödel sayılaştırmasında 8
)	: Gödel sayılaştırmasında 9
,	: Gödel sayılaştırmasında 10
+	: Gödel sayılaştırmasında 11
x	: Gödel sayılaştırmasında 12
∃x	: sembolik mantıkta niceleyici
sy	: matematikte ardışık sayı
dem	: sayı-kuramsal bağıntının karşılık geldiği üst-matematiksel bağıntı
Dem	: matematikte biçimsel tamdeyim
G	: Gödel makalesinde Gödel sayısı
PM	: Principia Mathematica

ÖZET

Bilim dünyasının ortak dili olan matematik, kendi tarih serüveninde birçok kereler içsel bunalımlara tanık olmuştur. Bu bunalımları, dönüşümler geçirerek atlatan matematik, her geçirdiği bunalımdan sonra biraz daha güçlenmiştir. Gittikçe daha sarsılmaz bir görünüm elde ederken, kendine has bir düşünsel tekniğe ve dile sahip olmuştur. Matematiksel düşünme etkinliğine dayalı dili, somut gerçekliği açıklama yetisi sayesinde bilimin de ortak dili haline gelmiştir. Mantık temelli bir yaklaşımla tamamen biçimselleştirilmeye çalışılan bu dil, Gödel'in yarattığı mantıksal kırılmalarla önüne geçilemez ciddi bir yara almıştır.

Bilim tarihinden anlaşıldığı üzere, neredeyse tüm disiplinler için ortak kullanım dili haline gelen matematiksel düşünme dili, Saussurecü bir yaklaşımla ele alındığında, anlaşılmaktadır ki kolayca bırakılabilecek bir dil değildir. Artık bilmekteyiz ki bir topluluk için ortak amaca yönelik kullanılan ve göstergelere sahip olan bir dil terkedilebilir değildir.

Öyle ise henüz kendi tamlığını, sistemsel dili içinde ifade etme yetisine sahip olamayan matematiksel düşünme dili nasıl oluyor da görsel ve fizik dünya için temsil dili olmaya devam edebiliyor?

Bu tezin amacı, matematiksel düşünme dilinin bilim dünyasındaki yerini ve değerini Saussurecü bir yaklaşımla ifade ederken, Popper'ın bilim felsefesinde oldukça yaygın kabul gören yanlışlama teorisinin matematik için de kullanılabileceğini göstermektir. Bu yolla, Gödel'in matematiksel düşünme diline kattığı göreceliğe rağmen, bu dilin kullanımının yararlı olduğu sürece devam edebileceği sonucuna ulaşılmaya çalışılacaktır.

Anahtar Kelimeler: Saussure, Gödel, Popper, Dilbilim, Göstergebilim, Mantık, Matematik, Yanlışlama

SUMMARY

SAUSSURE, GÖDEL, POPPER IN RELATION TO LINGUISTIC AND MATHEMATICS

Mathematics which is the common language of scientific world has witnessed internal crisis for many times in its own historical development. By bypassing these crises with a series of transformations, it was reborn like a phoenix from its own ashes. While getting a more steady appearance it had a unique intellectual technique and language. Its language based on mathematical thinking turned out to be the common language of science, too, due to the ability of explaining the concrete reality. This language ,which has been tried to be fully formalized with a logic-based approach, has been irrepressibly wounded by the logical breaks created by Godel.

As cleary understood from the history of science, the language of mathematical thinking which has turned to be a common language for almost all disciplines, while taken with a Saussurean approach, apparently is not a language which can be easily left. We now know that a language used for a common purpose and possesing signs is not abandonable.

So how can the language of mathematical thinking, which still lacks the ability to express its own completeness in the systematic language, continue to be a representation language for the visual and physical world?

The purpose of this thesis is to show that while the language of mathematical thinking expresses its place and value in the scientific world with a Saussurean approach, the falsibility theory widely accepted in Popper’s philosophy of science can be used for mathematics as well. In this way, although Gödel's contribution to mathematical thinking is relative, it will try to achieve the result that the use of this language can continue as long as it is useful.

Keywords: Saussure, Gödel, Popper, Linguistic, Semiology, Logic, Mathematics, Falsibility

GİRİŞ

Bu çalışmada, Saussure'ün göstergebilim teorisinden faydalanarak, dil ve matematik arasında aynı doğrultuya sahip paralel bir ilişki kurarak bilim dünyasının coğrafya-bağımsız ortak dili olan matematik dilinin, bilimsel tüm disiplinler için vazgeçilmez olduğuna dair vurgu yapılacaktır. Dil ve matematik arasındaki paralellik yansıtılırken öncelikle ikisinin temelinde yatan mantıksal altyapı ele alınacaktır. Mantığın, matematiksel düşünme diliyle ya da insanın duygu-durumsal açılımı için elzem olan ve kullanılagelen tüm diğer dil sistemleriyle birlikte düşünülmesi, hem alışkanlıkla hem de tutarlılık açısından kullanımda rahatlık sağlaması sebebiyle normal karşılanmaktadır. Daha da ileri gidilerek denilebilir ki kurulan her cümlede, ister sözsel veya yazınsal, ister işaret sistemi üzerine olsun, belli bir mantık kategorisi belirlemek ve buna dayanarak mantıksal doğruluk veya mantıksal yeterlilik aramak da zaman geçtikçe bir gereklilik haline gelmiştir.

Tüm diller için elzem olan mantıksal tutarlılık gerekliliği merkeze alınarak, çoklukla dilin de matematik gibi klasik mantığın üç değişmez kuralına odaklı olarak biçimselleştirilerek, toplulukta yaşayan bireyler arasında karşılıklı açılımlarda bu mantıksal çerçevenin dışına çıkmadan hareket edilmesinin sağlandığı ifade edilecektir. Sözü geçen mantıksal tutarlılık gerekliliğinden dolayı uzunca süreler mantığın dil ve özelde matematik ile bir ve aynı şeymiş gibi görülmüş olduğuna yer verilecektir. Savımı desteklemek için Port-Royal mantığında kullanılan dilbilim tekniklerinin, dilin özne-yüklem ilişkisinin mantığın kategorilerine göre belirlenmek suretiyle matematiksel ölçekte biçimselleştiği ayrıca belirtilecektir. Nomanklatüralist yaklaşımda da benzer bir durum olarak kavram-nesne arasında bire-bir ilişki belirlenmeye çalışıldığı, dolayısıyla dilin oldukça sınırlı ve eksik bir hale büründüğüne değinilecektir. Çalışmamın devamında, mantıksal kategorilerden uzaklaşmadan hem dil hem de matematiğe katılmış olan post-modern yaklaşımla, hem dilin hem de matematiğin sanıldığı gibi sınırlandırılamayacağı Saussure ve Gödel'den faydalanılarak gösterilmeye çalışılacaktır.

Post-modern yaklaşımda dilbilim için, Saussure'ün etkisini taşıyan göstergebilimin getirilerinden faydalanılarak dilin sınırlandırılamayacağı, gösterge-anlam ve gösterge-değerlik ilişkisi içerisinde yansıtılmaya çalışılacak, toplumsal sözleşmeye dayalı olan dilde kolektif şuur ve psikolojik mahiyete değinilecektir. Aynı doğrultuda ele alınacak matematik için benzer bir savunma, Gödel'in, matematik sistemlerin eksik olduğuna dair ispatlarını verdiği eksiklik teoremlerinden hareketle yapılacaktır. Matematiğin salt biçimsel bir dille ifade edilerek, sezgisel aklın yaratabileceği aklın sınırlarını mantıksal olarak belirleyememe sıkıntılardan kurtarılabileceği fikrinin pek de geçerli olmadığını, a priori doğrulara dayalı aksiyomatik yapıların temele alınmasıyla oluşturulan teoremlerin tutarlılığının olabilmesi için sistemin temelinde karar verilemez yapıların olduğunun kabul edilmesi gerektiği ve bu durumda matematik sistemlerin tam olamayacağının gösterildiğine değinilecektir. Böylece tıpkı dilde olduğu gibi matematikte de zihnin a priori doğrularından yola çıkılmasından dolayı matematiğin tüm oluşum ve gelişim sürecinde sezgisellik taşıdığı iddia edilecektir.

Temelde dil ve matematik bağlamından hiç ayrılmadan, bilim dünyası için matematik dilinin vazgeçilemez oluşu, Saussure'ün göstergebilim tezine dayanılarak açıklanırken diğer yandan, kullanılan bu dilin sanıldığı kadar sağlam temellere sahip olmadığı da Gödel'in eksiklik teoremleri üzerinden açıklanmaya çalışılacaktır. Sırasıyla, dilbilime kattığı psikolojik mahiyet ile Saussure ve matematikte sezgici akla yer açan Gödel'in aslında bu iki alana görecelik kattığından bahisle gösterge-anlam bağlamında bir göstergenin edindiği değerlik ile kalıcılık kazandığına değinilecektir.

Bir disiplinin matematiksel olduğu ölçüde bilimsel olduğu savından yola çıkılarak, matematiğe en uzak disiplinlerin bile artık kendi kavramlarını ifade ederken matematikten faydalandıkları örneklenerek aktarılacaktır. Tezimde kullandığım örneklerden birini burada da belirtmek gerekirse, kalkülüsün temel teoreminin, hayata dair bilimsel açıklamalarda bulunan neredeyse her disiplinin olguları ve sonuçlarını ifade etmesine yarayan bir gösteren olarak, ortalama dünya nüfusu, siyaset biliminde oy verme modeli, kimyasal reaksiyonlar, paranın marjinal üretkenliği, fizikçiler arasında bir yeniliğin yayılması vb. dramatik şekilde birbirinden farklı olan birçok alanda gösterilen olguya anlam kazandırması açısından oldukça elzem bir yer teşkil etmekte olduğunu daha pek çok örnekle gösterge bağlamında ispatlanmaya çalışılacaktır. Matematik göstergelerin diğer disiplinlere kolayca sirayet etmesinin tek nedeninin, bu göstergelerin kazandığı anlam ve değerlikle sınırlı olmadığı, bunun yanı sıra matematiğin bir dil olarak net ve sarsılmaz duruşunu sağlamlaştıran matematiksel ispat yöntemlerinin başında gelen tümdengelim yönteminin de ikinci bir neden olduğu dile getirilecektir.

İspat yöntemleri açısından tam bir kesinliğe ulaşamayan disiplinler için matematiksel dil, kesinliğin tatmin edici bir haliymiş gibi görünse de Popper'ın bilimde yöntemsel açıdan getirdiği mantıksal çıkarımı en çok da tümevarım sorununa bir çözüm getirmiş gibi görünmektedir. Öncelikle bu yöntem açıklanacak, daha sonra da bilimin dili matematiğin özellikle olasılık ve istatistik gibi alt dallarında sıklıkla yaşanan, her olasılığı değerlendirebilmenin mümkün olmaması sebebiyle genelde örnek uzay üzerinden işlem yürütülmesi ile yaklaşık sonuca ulaşma durumu dile getirilecektir. Olasılık bazlı bu soruna kesin bir çözüm getirilemediği ve bu sebepten Popper'ın yönteminin, deneysel diğer bilimler için olduğu gibi matematik için de kullanılıp kullanılamayacağı sorgusuna geçilecektir. En zeki insan aklının ve en uzun insan yaşam süresinin ötesinde akla ve zamana ihtiyaç duyan ispatların, günümüzde bilgisayarlara dayalı doğruluklarını ya da geçerliliklerini kabullenmemiz gerektiğine vurgu yapılacaktır. Günümüz dünyasında matematiğin, gelişim gösterdiği son haliyle bilgisayarca yapılan ispatlara dayandığı, dolayısıyla kesinlikten uzaklaştığı ve bu sebepten, dili olduğu bilim dünyasında kabul edilir ölçütte kesinlik olamayacağı iddia edilecektir. İddiam, Popper'ın mantıksal çıkarım yöntemine dayalı yanlışlanabilirlik kuramının bir sonucu olarak, bir kuramdan ya da bir teoriden fayda sağlandığı sürece bu teori ya da kuramın kullanılması gerektiğine vurgu yapılarak sürdürülecektir. Yeniden Saussure'cü yaklaşımdan faydalanarak dilin hantallığına ve kolay kolay değiştirilemeyeceğine değinerek, Popper'ın kuramını naifçe zorlayarak, bilimin ortak dili matematiğin de ispatsal açıdan kesinlikten uzaklaşmaya başlamasına rağmen, matematiğin bilim dünyasında oturmuş göstergelerinin öylece değiştirilemeyeceği ve dolayısıyla bu dilin yararlı olduğu sürece kullanılması gerektiği savunulacaktır.

Bu tez konusunu belirlememin ana sebebi, tüm bilimsel disiplinler arasında matematiğin dil kategorisinde değerlendirilebilecek kadar sağlam göstergeler kazanmış olması ve çok anlamlılıktan uzak şekilde her disiplin için kısa ve öz ifadelerle açılım yolu olarak kabul edilmesidir. Sistemlerindeki tamlık sorununa ve ispatlanması zor teoremlerinin bilgisayar desteği ile çözümlenmeye çalışılmasına rağmen, matematiğin otonom olamayacak ölçütte sezgisel bir akla ihtiyaç duyuyor olduğuna işaret etmek ve bu doğrultuda düşünüldüğünde zayıflamış gibi görünen bu dilin, bilakis insan aklının edimlerine bağlı olarak güçlendiğini gösterme gerekliliğinden kaynaklanmaktadır.

Çalışmamda, matematiğin bilim dünyası için vazgeçilmez oluşunu aktarılmaya çalışılırken, ısrarla dil ve matematik bağlamında kalma çabası içinde olunacaktır. Hem Saussure hem de Gödel'in anlatıldığı bölümlerde Saussure'ün göstergebilim tezinin ana teması olan gösteren-gösterilen bağlantısallığında özellikle matematiksel örneklerle aktarım yapılacaktır. Bunu yapmadaki amacım dil-matematik çerçevesinin kaybolmamasını sağlamaktır.

Toplam beş bölümden oluşan bu tezin ilk bölümünde, bilim ve felsefede adı geçen neredeyse tüm zekâların, evreni anlamlandırma çabalarında matematiğe özel bir yer verdikleri ve bu sebeple evrenin dilinin matematik olduğu kabulü ile yola çıkılacaktır. Mantıksal çıkarımlar sonucu insan aklının kollektif şuuruna hitap eden matematiksel düşünme dilinin, bilimsel dünyanın da ortak dili olmasıyla beraber, salt aklın gelebileceği en üst bilgi halinin temsili olduğu ve bilimsellik ölçütü olarak kullanıldığına değinilecektir. Kendine has alfabesiyle kurduğu teorem bazlı cümleleri ve yine tümdengelimsel akıl yürütmeleriyle kendini doğru ifade etme yeteneğiyle, tüm dünya yayılımlı, bilimsel topluluğun dili olmuştur. Bunun yanı sıra matematiğin kendi içinde de dilsel bazda yetkinlik kazandığı vurgulanacaktır. Matematiksel düşünme dilinin mantık temelli abecesinin, mantıksal tutarlılığını kaybetmeden genişletilebilme özelliğine değinilecektir. Matematiğin, dilsel ve göstergesel olarak zenginleşmeye oldukça müsait yapısı vurgulanacaktır.

Ikinci bölümde, Saussure'ün dile getirdiği psikolojik mahiyet, göstergenin anlam kazanımı ile toplumun ortak şuuruna hitap ettiği sürece kalıcığına yer verilecek, dilbilimde Saussurecü yaklaşıma değinilerek, matematik ve dil arasındaki bağlam, Saussure'ün göstergebilim teorisi üzerinden verilmeye çalışılacaktır. Burada göstergeyi, gösteren-gösterilen olarak ayırarak bu iki parametreden öncelikle gösterenin değiştiği, gösterilenin değişmediği; daha sonra gösterilenin değiştiği, gösterenin değişmediği durumlarda göstergenin değişip değişmediğini sorgulanarak göstergenin değişmediği yolunda tespitim sunulacaktır. Gösteren-gösterilen arasında gerçekleşen değişimin, göstergeyi değiştirmese de gösterge-anlam arasında farklılaşma gerçekleştirdiği, salt matematik-dil çerçevesi içerisinde kalınarak, matematik formüller üzerinden örneklerle verilecektir. Burada amacım matematik göstergelerin diğer disiplinlere sirayetini göstergebilim üzerinden açıklamaya çalışmaktır.

Üçüncü bölümde, matematiksel terimlerin veya göstergelerin kullanım alanlarına göre anlam ve değerlik kazandıkları, Saussure'ün satranç oyunu örneği üzerinden açıklanacaktır. Matematik üzerinden anlam ve değerlikle ilgili yeni şeyler söyleme konusunda Gödel'den faydalanılacaktır. Gödel'in kullandığı meta-matematiksel dil ile matematik formüllerin, kendileri hakkında konuşarak matematiğin çekirdeğinde bulunan aksiyomlar ve postulatlara dair karar verilemezlik durumlarını ifade ettikleri, yine Gödel'in eksiklik teoremlerinin yol göstericiliğinden faydalanılarak dile getirilecektir. Matematik dilinde zeminde yatan a priori doğrulukların kanıtlanamadığı ve bu doğrulukların insan zihnine bağlılıklarından dolayı matematikte göreceli yaklaşım olduğu savunulacaktır. Bu durumun matematiğin kesinliği inancına darbe vurduğu ve dolayısıyla bilimin dili olan matematiğin bilim dünyasındaki yerinin sorgulanması gerektiğine işaret edilecektir.

Dördüncü bölümde, Gödel'in yarattığı kırılmaların bilime etkileri görecelik bağlamında Saussurecü göstergebilim ile açıklanmaya çalışılarak matematik dilinin sirayet ettiği her disiplin için de ancak göreceli bir kesinlikten bahsedilebileceğine değinilecektir. Buradan hareketle bilimde ve dilbilimde post-modern yaklaşım söz konusu olduğu vurgulanacaktır. Bilimdeki post-modern yaklaşımın bilimsel doğruluk göstergesi olan ispat yöntemlerinin de sorgulanmasına kadar gittiği anlatılacak ve sonrasında Popper'in bilim felsefesine getirdiği bir yenilik olan mantık çıkarımına değinilerek, bu çıkarımın sadece tümevarım sorununa yeni bir yaklaşım olmakla kalmayıp bir çözüm olabildiği gibi tümdengelim, tümevarım vb. ispat yöntemleri kullanan matematik için de matematiğin kesinlikten uzaklaştığı yerde bir çözüm olup olamayacağı sorgusuna geçilecektir.

Beşinci bölümde Popper'ın mantık denetlemesi açıklandıktan sonra, bu yöntemin bilimde kesinlik boyutuna takılmadan, bilimde geçerlilik ve kullanılabilirlik bağlamında yaklaşıldığında kuramların veya teorilerin daha sağlam alt yapılı alternatifleri doğana kadar bu kuram ve teorilerden faydalanılması gerektiğine dayandığı ve bu bakış açısıyla hareket edildiğinde her disipline sirayet etmiş matematik dilinin de yöntemsel açıdan bu mantıksal denetlemeden faydalanıp faydalanamayacağı sorgulanacaktır.

Sonuçta tüm bölümlerden elde edilen total bir şeye değinilmeye çalışılacaktır: Matematik, zihnin doğruluğu ön kabullere dayalı a priori doğrularından hareket ettiği için kesinliğinden şüphe duyulur hale gelmişse de göstergeleriyle, kazandığı değerliklerle, nesnel gerçekliğe değme şekliyle bilimin ve evrenin dili olmayı hak etmektedir. Bununla birlikte gelişen bilim ve matematik için insan aklı artık yeterli gelemediğinden bilgisayar temelli ispatların doğru ve tutarlı olduklarına riayet etmek zorunda kalabilmekteyiz. Bu bağlamda ele alındığında Popper'ın yanlışlanabilirlik kuramının bir sonucu olarak, gerek ve yeter derecede faydaya bağlı kalarak matematiğin günümüz ihtiyaçlarına yanıt verebildiği sürece bilim dünyasındaki yerinin sağlamlığına vurgu yapılarak tezimin sonucuna ulaşılmış olunacaktır.

BİRİNCİ BÖLÜM
MATEMATİKSEL DÜŞÜNME VE DİLSEL YETERLİLİK

Matematik, geçmişten günümüze, kullanım sıklığı ve şekli, uygulanan bilim dalına göre değişmekle birlikte neredeyse her zaman ve her bilim dalı için kilit rol oynamıştır. Deneysel, kümülatif, tümevarımsal, tümdengelimsel, normatif ya da olgusal olup olmadığına bakılmaksızın, bir şekilde matematikten yolu geçmemiş; geçerken de içi boş görünen matematiğin totolojik önerme sistemlerinden faydalanmamış bir bilim dalı neredeyse yoktur. Matematiğe en uzak bilim alanlarından biri gibi görünen, varlığı bilimsel olarak henüz doğrulanamayan beden-ruh ikiliği üzerine çalışan Psikoloji disiplini bile "davranışın niceliksel analizi" vb. ölçüme dayalı teorilerini geliştirmek için kendi içinde matematiksel psikoloji gibi bir alt alana ayrılma sürecine girmiştir. Felsefe dâhil, tüm disiplinler için matematiğin pür, uygulamalı ya da geometrinin Öklid veya Öklid-dışı olarak ayrılmadan, bir bütün olarak büyük bir meraka ve hayranlığa mazhar olmasının altında yatan neden ne olabilir?

Nesneleri soyut olan matematik, somut gerçekliğe parmağının ucuyla değerken bunu olabilecek en ekonomik şekilde ve en estetik incelikteki şiir gibi, zihinden kâğıda izini bırakarak yapmaktadır. Matematiksel düşünmenin nesneleri olan formlar ya da idealar, zihnimizde birer ideal iken gerçek dünyada zihnimizin iyi birer yansımasından ibaret olup, özel dil kurulumlu dışa vurum gücüne sahiptir. Tüm disiplinlerin en keskini ve sadesi olan matematik, zihinden yaşanır dünyaya akış gerçekleştirebildiğinden dolayı, başta Platon gibi büyük bir filozof olmak üzere epistemologları da her zaman şaşırtmıştır. Öyle ki Platon, matematiksel ideleri bilginin çeşitleri arasında özel bir yere koymakla kalmamış ayrıca kurduğu felsefe okulu Akademia'nın kapısına "geometri bilmeyen giremez" diye de yazmıştır. Matematik, aritmetik ve geometri ile uğraşanlar üzerine belirttiği kendi görüşünü Platon, "Devlet" isimli yapıtının 510d pasajında şöyle ifade etmektedir: "Onlar görünür formları kullanır ve onlara dair konuşmalar yaparlar, zira onlara dair değil, onların imgelerine ve onlara benzeyenlere dair düşünürken, zihinlerindeki araştırmalarını çizdikleri imgeye değil, karenin kendisine dayandırırlar" (Dağtaşoğlu, 2013: 116). Matematiksel düşünme dilinin, filozoflar için, duyulur dünyadan anlaşılabilir yaşam dünyasına doğru gerçek bilgiye giden yolda, kullanılan sözsel ve yazınsal dil de dâhil olmak üzere yol gösterici özellikte olduğu aşikârdır.

1.1 Dil Olarak Matematiğin Diğer Disiplinlerdeki Yeri

Tarihte özel bir yer tutmuş en parlak zekâların, evreni anlamak, değerlendirmek ve anladıklarını doğru, yeterli ve herkes için geçerli bir dille anlatmak için kullandıkları teorilerin ve yasaların oluşturulma dilinin, matematiksel ifadeler ve formüller içerdiği apaçıktır. Burada dikkati en çok çeken durumlardan biri yüzyıllar boyunca Tanrı merkezli felsefeye dayalı olarak Platon ve Aristoteles kaynaklı çalışmalar yürüten ortaçağ ve hatta yeniçağ filozoflarının, teleolojik olarak doğayı ve Tanrıyı anlama yolunda matematiksel düşünceden faydalandığı gözlemlenmektedir.

> Ortaçağ felsefesi, yine aynı bağlamda Yeniçağ felsefesinin doğanın ve doğadaki dinamik sürecin, matematiksel olarak belirlenebilen içkin yapısıyla ilgilendiği ve fail nedensellik üzerine yoğunlaştığı yerde, teleolojik bir anlayışla doğayı Tanrı tarafından bir amaca göre yaratılmış ve düzenlenmiş statik bir sistem olarak görmüştür (Cevizci, 2009: 97).

Kullanılan dilin ifade yeteneği sadece filozofların değil, diğer bilim insanlarının da gözünden kaçmamış olacak ki genel olarak bilim dünyası yine matematiksel düşünce dili üzerinden kendini açımlamıştır. Dilsel kabiliyeti ve ekonomik göstergeler kullanmamızdaki katkıları sayesinde, matematiksel düşünme yoluyla deneysel veya doğal ve sosyal içerikli bir disiplinin, sayfalarca ifade etmeye çalıştığı ve her bakan göze yeteri kadar açıklayıcı olamadığı yerde, matematiksel bir ifade, bu işi bazen sadece bir satır kullanarak ve konuyu inceleyenin, kültürel bazda hangi dili kullandığını hiç önemsemeyerek kendi adına yaratılmış evrensel dille apaçık olarak temsil etmeyi başarmaktadır.

Fiziksel ve kimyasal tepkimelerdeki ısı alış-verişini inceleyen termokimyada “entalpi” olarak bilinen basit ısı denkleminin sayfa dolusu niteliksel açıklamasından sonra verilen formülün, sadece bir satır yer kaplaması ne hoş bir görüntü sergilemektedir. Tıpkı özlü söz gibi:

$$DH = DH_{\text{ürünler}} - DH_{girenler}$$

Bu örnekleri uzun uzun sıralayabiliriz fakat içinde bulunduğumuz evreni daha iyi anlayabilmemizi sağlayan çok özel birkaç örnek vermek yeterli gelecektir.

Örneğin; Isaac Newton’un Evrensel Yer Çekimi Yasası, günümüzde halen uydu ve sondaların yörüngelerini tasarlamak için kullanılmaya devam edilmekte olup, gezegenlerin çizdikleri yörüngeleri ve yerçekiminin dünyada ve evrende nasıl işlediğini anlamamızı sağlamaktadır. Bu sarsılmaz görünümlü yasa, Einstein’e kadar süren 200 yıllık serüveninde matematiksel düşünme altyapısıyla evreni anlatan en iyi dil içeriğine sahip olmuştur.

$$F_1 = F_2 = G\frac{m_1.m_2}{r^2}$$

Keza, Newton'un yer çekimi yasasının eksiklerini gören, getirdiği geniş yelpazeli açıklamalarıyla bu yasanın açıklarını da örtmeyi başaran Einstein, "izafiyet teorisi"nde ilk bakışta salt matematiksel olarak görülebilecek bir dil kullanmıştır. Gözlemlerden ve deneylerden oldukça uzak ama bir o kadar soyut düşünceye bağlı fikirler içeren matematik dilli teorik (kuramsal) fizik sayesinde uzay ve zaman arasında kurduğu bağıntıyla, bizim evrenin geçmişi, şimdisi ve geleceği ile ilgili bilgimizi oldukça derinleştirmiştir.

$$E=m.c^2$$

Bununla birlikte, "Genel Schrödinger Denklemi" kuantum sistemlerinin kuantum durumlarının zamana bağlı değişimlerini göstermektedir. Kuantum mekaniğine göre atom ve atom-altı parçacıkların davranışlarını ifade eden, özel sabitlere bağlı bir denklemler sistemi kurmuştur. "Genel Schrödinger denklemi" nükleer enerji (uranyumu parçalayarak su oluşturmakta ve bunu da yüksek basınçla elektrik enerjisine dönüştürerek, hayatımıza zararları olmasına rağmen, büyük rahatlık sağlamaktadır), mikroçipler (binlerce transistör, direnç ve diğer devre elementleri içeren bu çipler, bilgisayarlardan telefonlara ve oyuncaklara kadar geniş bir alanda kullanım kolaylığı sağlamaktadır), elektron mikroskopları (görüntüyü birkaç milyon defa büyüterek atom veya virüs gibi gözle görülemeyen yapıları gözlemlememizi sağlamaktadır) ve kuantum hesaplamalarının önünü açarak kullandığı pür matematik diliyle gözlemlenebilir dünya için mükemmel bir zemin hazırlamıştır.

Schrödinger denklemi günümüz dünyasının fiziksel bütünlüğünü matematiksel düşünme dilini kullanarak 17. yüzyılda felsefe literatürüne girmiş monadlara gönderme yapmaktadır. Leibniz "The Monadology" isimli yapıtında şöyle demektedir: "… her yaratılan varlığın ve dolayısıyla oluşturulan monad'ın değişime tabi olduğunu ve ayrıca bu değişimin her birinde devamlı olduğunu varsayıyorum" (Leibniz, 1898:2). Fizik disiplininden edinilen bilgiye göre her madde kendine has bir enerji taşımaktadır ve değişim yaşayan madde enerjiye indirgenebilmektedir. "Herşey bir yana, yirminci yüzyıl fiziğinin temel öğretilerinden biri maddenin enerjiye indirgenebilir olduğu-fiziki evrenin nihai bileşeninin enerji olduğu öğretisidir" (Magee, 2000: 106). Tıpkı Leibniz'in monadlar üzerine kuramında olduğu gibi 17. yüzyılda henüz fizik disiplini kelime hazinesi açısından bu kadar gelişmemişken zihin, tin vb. terimler kullanılmakta iken günümüz bilim gelişmesinde bu terimler artık enerji olarak dönüşüm geçirmişlerdir. “Leibniz bu düşünceye hayli yakın bir şeyler ifade etmeye çalışıyordu. O maddenin, kendileri maddi olmayan etkinlik eğilimlerinden meydana geldiğini söylemekteydi-ve bu, bizim gerçekten de doğru olduğunu bildiğimiz bir şeydir (Magee, 2000: 106).

$$H\psi = E\psi$$

Schrödinger, bu denklemleri türev, lineer cebir, integral, diferansiyel denklem vb. matematik formüller terminolojisini kullanarak üretmiştir. Bu denklem, fizik dünyasını tanımlarken matematiksel dil kullanmasına rağmen klasik fiziğin ötesine geçerek, gerçek dünyanın en yakın matematiksel modelini sağlamaktadır.

Mesela, Bilgi Bilişim Teorisi: Matematiğin bir branşı olarak görülmeye başlanan bu teori, semboller aracılığıyla bilgi kodlaması, bilginin iletim hızının hesaplanması alanlarında kullanılmaktadır. İnternetin ve mobil cep telefonlarının gelişimiyle ilgili de ayrıca başvurulan bir teoridir. Bu teori sayesinde, günümüz fizik dünyasına yeni felsefi bir episteme türü hâkim olmuş gibi durmaktadır.

$$H = -\sum_i p(x_i) \log x_i$$

Günümüz için en özel denklemlerden biri sayılan Kaos Teorisi, yine matematiğin bir branşı sayılmakla birlikte alabildiğine fizik dünya temsilidir. Oldukça hassas davranışlı kompleks sistemlerin şartlara bağlı (nano-saniyeler içerisinde) en hafif değişimlerinin ölçümlerinde mükemmel bir çalışma arkadaşıdır. Özünde, çok küçük değişimlerin nasıl büyük sonuçlar doğurabildiğini göstermek için kullanılmaktadır. Kelebek etkisinin temelini oluşturan Lorenz Çekicisinin hava durumu tahminlerini üç güne kadar bire bir netlikte vermesi, en iyi örneklerden biri sayılmaktadır. Kaos teorisi (veya kargaşa kuramı) alabildiğine dünyalıdır; her şeye ve her yere dokunmaktadır: meteoroloji, sosyoloji, fizik, bilgisayar bilimi, mühendislik, ekonomi, biyoloji, kuyumculuk ve daha güzeli, elbette ki felsefe…

$$X_{t+1} = kx_t(1 - x_t)$$

Geçmişten günümüze birçok matematikçi filozof, matematiğin ve kullanageldiğimiz matematiksel düşünme dilinin kökeni konusunda karşılıklı olarak iknada zorlandıkları ciddi tartışmalara girmişlerdir. Matematiğin doğanın kendini açımlama dili olduğuna inanan filozoflar çoklukla matematiğin doğa sayesinde keşfedildiğini söylemekten geri kaçmamaktadırlar.

> Örneğin, matematiksel doğru doğada fiziksel olarak bulunmayabilir ama doğru düşüncesi (kavramı) doğada vardır ve doğa bize doğru kavramını sezdirtir. Upuzun bir ağaç, denizle gökyüzünü ayıran çizgi, güneş ışınları doğru kavramını fısıldarlar. Bal peteğinin hücreleri matematiksel altıgeni, gece gördüğümüz yıldızlar matematiksel noktayı, ay, güneş ve gezegenler matematiksel çemberi ve küreyi fısıldarlar. Gezegenlerin yörüngesi elipsi ve genel olarak eğriyi fısıldar. Geçen günler, mevsimler ve yıllar, bir ormandaki ağaçlari bir bitkinin yaprakları, 1,2,3 gibi sayı kavramlarını fısıldar (Nesin, 1995: 31).

Matematik ve geometri sistemlerinin gelişmesiyle birlikte bugün fizik dünya temsilinin yanı sıra sonsuz küçük ve sonsuz büyüğe zihinsel ve kağıt üzerinde görsel olarak vakıf olma şansını sunan Fraktal Geometri, gerçek anlamda doğayı ve sonsuzu temsil yeteneğine sahiptir. Bu çerçeveden bakıldığında matematiğin doğanın dili olduğu konusunda görüşler biraz daha ağır basmaktadır. Çünkü gün geçtikçe bilimde yaşanan gelişmeler doğrultusunda, doğayı anlamlandırmada kullanılan dilin matematiksel düşünme dili olması gerektiğine dair oldukça sağlam kanıtlar elde edilmiştir. Öyle ki üç boyutlu olarak nitelendirdiğimiz görsel uzayın aslında kesirli boyutlardan oluştuğunu öğrenmiş bulunmaktayız. Bugün bir jeolog gözlemde bulunduğu kayanın üç boyutlu olduğunu değil, aslında 2,7 boyutlu olduğunu basit birkaç logaritmik hesapla elde edilen boyut sayesinde bilmektedir.

Başta fizik disiplini olmak üzere bilim dalları matematiksel düşüncenin bu saf temsilini o kadar çok sevmişlerdir ki kendilerini bu formel dille öne çıkarmayı daha bilimsel bir kıyafete bürünmek gibi görmüşlerdir. Onları, artık alt dalları olmaktan çıkmış, "kuramsal" ön adını almış isimleri temsil etmektedir. Hatta kuramsal fizik o kadar başarılı formelleşmiştir ki ilk bakışta neredeyse "matematik" denecek duruma gelmiştir.

Yukarıda yer verilen örneklerden de görüldüğü üzere, tüm bu disiplinleri matematiksel oldukları ölçüde bilimsel saymaya, bunun yanı sıra doğayı anlama ve anlatma yolunda verilebilecek en iyi temsil dili olarak görmeye başlamış bulunmaktayız. Üretilen her hipotez ya da teori için matematiksel altyapılı ispatlar talep etmekteyiz. Saydığımız tüm bu disiplinler, matematiğin çoklukla uygulamalı alt-kısmından faydalanarak kuramsal bir görünüm kazanmışlardır. Dolayısıyla denebilir ki başrolü, fizik ve görsel dünyaya uygulama gücü açısından bakıldığında kalkülüs temelli diferansiyel denklemler hak etmektedir.

> Analizin özünü oluşturan bu tekniğin, aslında uygulama alanına girmeyen hiçbir çalışma alanı yoktur, denebilir. Aşağıda diferansiyel denklem aracılığıyla çözüm getirilen problemlere tipik birkaç örnek vermekle yetinilmiştir:

- Bir gezegen, uydu, roket ya da merminin hareketini belirlemeye ilişkin problemler;
- Bir elektrik devresindeki akım ya da yükü saptama;
- Bir tel ya da zarın titreşimini belirleme;
- Radyo-aktif bir maddenin çözümlenme hızını saptama;
- Nüfus artış hızını (belli bir ülke ya da dünyada) bulma;
- Kimyasal maddelerin reaksiyonlarını inceleme;
- Belli geometrik özellikler taşıyan eğrileri belirleme (Yıldırım, 1996: 136).

Matematiksel düşünme tekniklerinin sosyal bilimlere de model sağlama açısından oldukça faydalı olduğunu bilmekteyiz. Buna en güzel örnek "Gauss eğrisi" olarak verilebilir. "…normal dağılım eğrisi diye bilinen bu eğri, gözlem ya da ölçme sonuçlarına dayanan pek çok frekans dağılımlarının yaklaşık uyum gösterdiği kuramsal bir modeldir." (Yıldırım, 1996: 137). Bu model özellikle davranış bilimleri üzerine çalışılan alanlarda yaşam bulmakta ve bu disiplinlerin temsilini kolaylaştırmaktadır. Temeli ne olursa olsun en basit anketten en ağır öngörülere kadar istatistiksel araştırmalarda, normal dağılım eğrisi kullanılmaktadır. Özellikle örneklemeye dayanan çalışmalarda, seçilen örnek uzayda evrene ilişkin değişkenleri hesaplamada "normal dağılım eğrisi (Gauss eğrisi)" daima başvurulan ilk modeldir.

Tüm bu uygulamalı matematik esasına dayalı temsiller dışında bir de matematiğin pür halinin diğer disiplinlere, kendilerini ifade edebilecekleri özel bir dil olarak yardımcı olduğunu görmekteyiz. Pür matematiksel dil çoğunlukla gözlemden uzak sistemlere sahip olmakla birlikte uzun yıllar sonra kendini gözleme dayalı bir disiplinin açıklama dili olarak bulmaktadır. Olasılık üzerine kurulmuş "soyut grup teorisi" buna örnek olarak gösterilebilir.

1811 yılında doğmuş Evariste Galois, permütasyon topluluğunu ifade edebilmek için "grup" kelimesini kullanan ilk matematikçidir. Böylece matematiksel alt yapıyla bilimsel literatüre yeni bir terim eklemekle kalmamış bir de anlamı olan yeni bir kavram kazandırmıştır. Gerçekten de Grup Teorisi, epey uzun bir süre bekledikten sonra, kriptografide ve çağdaş fizikte kullanım alanı bulmuştur. Bu iki disiplin dışında kendi içinde de özel bir uygulama alanına sahip olup, diferansiyel denklemlerin simetrilerini belirlemede kullanılmaktadır.

> Çağdaş fizikte çekirdek parçacıklarının dağılım ve etkileşiminde kendini açığa vuran simetrilerin karmaşık grubunu, Grup Teorisi'nin beklenmedik bir yetkinlikle temsil ettiğini öğreniyoruz. Bilindiği üzere bu teori ayrıca büyük bir veri yığınına düzen getirmek, yeni parçacıkların keşfine yol açmak gibi işlevleriyle de soyut bir sistemin olgular dünyasını betimleme ve açıklamada ne denli önemli olabileceğine parlak bir örnek oluşturmaktadır (Yıldırım, 1996: 137).

1.2 Tarihsel Sürecinde Matematiğin Kendi İçinde Kullandığı Dilin Yetkinliği

Diğer bilimlerden farklı olarak, düşünceyle var olan özel bir dile sahip matematik, fizik dünyaya temsili dil yansıması olgusal ama içyapısı tamamen kuramsal ve hatta Gödel sonrası büyük bir çoğunlukla göreceli sayılabilecek olan bir sarsılmaz sistemler bütünüdür. Nesneleri nokta, sayı, sınıf, küme, doğru vb. idealler olup, mantığın yapısal ilkelerini içeren dedüktif çıkarımlara dayandığı için de nevi şahsına münhasırdır. Matematiksel düşüncede bu önceliği, konuşma dilindeki "agu"yu temsilen "sayı"ya vermek daha akılcı olabilir. Sayıları kullanırken "2+2=4" denkleminin sağ ve sol tarafının konuşma diline dönüşümünü yaptığımızda "bunların toplamı şudur" ifadesini içerdiğini görmek sadece bir saniyemizi almaktadır.

> Doğrusu, dünya sayılarla soyut olarak dile getirilebilen fizik özellikler taşır. Çünkü sayı nesnelerden değil, nesnenin üzerinde iş gören yasalardan meydana gelir. Gerçeklik elbette sayıyı esinler ama onu oluşturmaz. Çünkü insanoğlu bu gerçekliğin nesnelerini, bilinen bütün ilerlemeleri eksiksiz bir biçimde gerçekleştirmesini sağlayan düşüncenin yalın nesnelerine dönüştürmeyi bilmiştir. Rivarol şöyle diyordu: "İnsan, evinde merdivende oturmaz ama onu kullanarak her yere çıkar, her yere ulaşır, aynı şekilde insan aklı da sayılarda yaşamaz ama onlarla bilime ve her türlü sanata varır (Dönmez, 2002: 35).

İçine doğduğumuz bağlamda yaşarken kültürle ve diğer işaret sistemleriyle elde ettiğimiz konuşma dilimiz, düşüncemizle birlikte yaşantımız boyunca bizimle birlikte gelişmekte iken paralelinde yazı dilimizi de öncelemekte ve geliştirmektedir. Oysa matematiksel düşünme temelli dil için bu geçerli değildir. İnsanlık için gizemi çözülemeden, neredeyse Platon'un epistemolojisini desteklercesine denilebilir ki matematiksel dil, idea gibi düşünsel bazda üst aklımıza hitaben özel bir yer tutmaktadır. Ulaşması özel çaba gerektirmekte ve ulaşıldığında da bu dil bağlamından çıkılabilmesi, bilimsel açıdan kullanışlılığı ve temsil yeteneğinin gücü dolayısıyla mümkün olamamaktadır.

Henüz birkaç yüzyıl öncesi için değerlendirme yapmak gerekirse basit hesaplamalar için öğrenilmesi icap eden ilkel çarpma veya bölme işlemleri üzerine kurulu matematiksel dili öğrenebilmek için soylular (bu disiplini öğrenmek için zengin olmak gerekiyordu), beyinsel ve düşünsel kazanımlar edinebilmek uğruna zorlu yol koşullarına direnerek ülke değiştirmekteydiler. Oysa günümüzde matematik dilinin bu ilkel formlarının üzerine inanılmaz derecede kuvvetli dile sahip üst yapılar inşa edilmiştir. Böyle bakıldığında matematiğin dildeki sadeliğinin ulaştığı nokta ve gerçek yaşamda kullanım açısından geldiği safha takdire şayandır. Bunun yanı sıra dedüksiyon yardımıyla birkaç aksiyomun temele alınmasıyla oluşturulan bu dilin cümleleri sayılabilecek teoremler, fizik dünyada ve davranışsal bilimlerde, üzerine birçok işlem tesis edilebildiği için oldukça kullanışlıdır. Hepsi gerçekliğimize ve pratiğimize dokunan aksiyom-postulat temelli bu teoremler matematiğe olabildiğince formel bir görünüm kazandırmıştır.

Ayrım yaparak ifade etmek gerekirse matematikten önce geometri düşünsel özünü iletmede bu şiirsel biçime ve dilsel yeterliliğe kavuşmuştur. MÖ. Altıncı yüzyıldan Öklid'e kadar ilkel hallerine rastladığımız geometrik ispat yöntemlerinden sonra Öklid'in (MÖ. 330-275), geometrinin tarihsel gelişimini gösterdiği "Elementler" adlı, uzunca bir süre meydan okunamaz yapıtında, geometrinin temelini dört apaçık aksiyom ve bir postulat kullanarak kurmasının ardından tüm diğer teoremleri bu temel üzerinden inşa ettiğine tanıklık etmekteyiz. 2000 yılı aşkın bir süre tek başına bir otorite sayılmış olan bu aksiyomatik sistemler bütünü aydınlanma çağına kadar ve hatta daha sonrasında bile tüm bilimlerin yanında felsefenin de özel konularından biri haline gelmiştir. Descartes'ın yapmak istediği şeylerden biri geometrinin biçimsel ve ispatsal açıdan gösterdiği sağlamlığı felsefe alanına da taşımak olmuştur. Bu yolla mükemmel bir yeni sistem dönüşümü oluşturarak, cebirsel dile sahip analitik geometriyi geliştirmiştir. Kant, Öklid geometrisinin aksiyom ve postulatlarının temel özelliklerini insan aklı için zorunlu yani a priori doğrular olarak ifade etmiştir ve uzay tanımında kullanmıştır. Dolayısıyla Kant için tek bir uzay vardır o da Öklid uzayıdır. Öklid uzayının dayandığı çok ünlü dört aksiyom ve bir postulat (ya da postulatı, matematikçiler için çok farklı olmamalarına karşın felsefeciler için özel bir ayrıma sahiptir) aşağıdaki gibidir:

1. Bir doğru herhangi bir noktadan başka bir noktaya çizilebilir.
2. Bir doğru parçası doğrusal bir çizgi üzerinde sürekli uzatılabilir.
3. Bir daireyi herhangi bir merkez ve uzaklıkla belirleyebiliriz.
4. Tüm dik açılar birbirlerine eşittir.
5. İki doğru üzerine düşen bir doğru çizgi, aynı yandaki iç açıları birlikte iki dik açıdan az yapıyorsa, iki doğru çizgi, iç açıların bulunduğu yanda yeterince uzatıldığında birleşir (Yıldırım, 1996: 29).

İlk dört aksiyom incelendiğinde bunların başka bir açıklamaya gerek duymadığı ve birbirinden bağımsız olduğu matematikçi, mantıkçı ya da bilim felsefecisi olmayan biri tarafından bile kolayca görülebilmektedir. Oysa formel yapısının tüm bu çekiciliğinin yanında 5. Postulat yani Paralellik aksiyomu başka türlü bir şey içermektedir. Bu postulat için Öklid tarafından kullanılan dilin matematikçiler ve filozoflar arasında yetersiz olduğu yani kapsamının dar olduğu ve tam anlamıyla genel-geçer bir gerçekliğe yeter olmadığı tarihsel süreç içerisinde ancak sezgisel olarak dile getirilebilmiştir. Henüz matematiksel düşünme açısından uygun dille ifade edilemeyen bu postulattaki dil açığı, Pisagorcularda $\sqrt{2}$ gibi rasyonel olmayan sayıların yol açtığı bunalımdan daha beterini içinde taşıyarak bangır bangır yeni geometrilerin doğuşunu müjdelemektedir.

Birçok matematikçi, mantıkçı ve filozofun gözünde, Öklid'in 5. postulatı bir postulat niteliği taşımadığı için bir teorem olarak ispat edilmesi gerekir durumda görülmüştür. Sistemin oturaklı bir görünüm kazanması yönünde birçok çaba sergilenmiş olup, bu çabalar bir yandan Öklid-dışı geometrilerin ortaya çıkmasına yol açmış diğer yandan matematiğin dilinin kendi içinde yetkinleşebilmesine ön ayak olmuştur. Öklid geometrisinin açıklamada yetersiz olduğu yerde eskisi üzerine kurulu yeni dille Öklid-dışı geometriler doğmuştur.

Bu yeni ifade biçimi ya da matematiksel düşünme temelli dil kurulumunda ilk adım Gauss tarafından atılmıştır. Sonra sırasıyla Gauss'un kurduğundan farklı olarak Lobachevsky ve Öklid-dışı diğer bir sistemi kuran Alman matematikçi Bernhard Riemann (1826-1866) aynı yoldan devam etmiştir. Riemann sistemini niteleyen özelliklerden biri doğruların sonlu ama sınırsız sayılması, diğeri ise uzay kavramının yeni bir içerik kazanmasıdır. Bu şekilde giderilmeye çalışılan dilsel yetersizlik yeni açılım kazanmıştır ve Öklid sistemindeki göstergesel tanımlanamazlık yerini, göstergebilimsel açıdan daha sağlam olan bir tutarlı sistemler yığınına bırakmış olup, bu boşluğun doldurulması matematiğin kendisine olduğu kadar başka disiplinlere de-özellikle Einstein ve Heisenberg'in kuramsal fizik kurulumuna-yarar sağlamıştır.

Özetle, 2000 yıl boyunca doğruluğuna kesin gözüyle bakılan Öklid'in 5. Postulatının, yanlış olduğunun kanıtlanamamasıyla birlikte sezgisel olarak eksik duruşu, düşünsel bazda iletilmeye çalışılan bilgiyi yetersiz kılmıştır. Kullanılacak dilin henüz oturmamış olması arayışlara yol açarak, devrimsel kabul edilebilecek ölçüde yeni geometrilerin doğmasına sebep olmuştur. O kadar ki Riemann'ın, Öklid'in 5. Postulatına getirdiği yeni yorumdan sonra eliptik geometrinin doğuşu gerçekleşmiştir. Matematiksel düşüncenin tarih serüveninde kendine sağlam yer bulamamış Öklid geometrisinin 5. Postulatı daha oturaklı bir düşünce biçiminde ve dilsel göstergeye Riemann ile ulaşmıştır. Bu yerinde sayan bir buluş değil aksine birçok alanda olduğu gibi matematikten biçimsel ve söylemsel olarak destek alan fizik, kimya, biyoloji vb. empirik bilimleri de etkilemiştir.

Bir yandan geometride tüm bu gelişmeler yaşanırken, öte yandan matematiksel dil de inanılmaz bir hızla, diğer deneysel ve olgusal bilimlerin ihtiyaçları doğrultusunda aksiyomatik temellere dayalı formelleşme aşamasında düşünsel ve biçimsel olgunluk için mükemmel bir noktaya gelmiştir. Ondokuzuncu yüzyıl sonları tek başına mantık temelli matematiksel düşünme ve bunların gelişimiyle doğmuş olan Analitik (çözümleyici) Felsefenin ivme kazandığı dönem olarak görülmektedir.

1.2.1 Matematiksel Düşünmede Dilsel Yetkinlik ve Mantıksal Temellendirme

Gelinen noktada, matematiksel düşüncenin mantığa indirgenip indirgenemeyeceği sorusuyla yeni bir adım atılarak mantıksal kurallar çerçevesinde tamamen biçim kazanmış bir sistemler topluluğu elde edilmiştir. Bu yaklaşım yani matematiksel formun mantıkla buluşturulması gerektiği fikri Peano, Frege, Hilbert ve Russel gibi mantıkçı-matematikçiler sayesinde belirgin bir karakter kazanmıştır. Gottlob FREGE, Cantor'un sonsuzluk üzerine kurulu kümeler teorisinden etkilenerek formel bir sistem inşa etmek istemiştir. Frege'nin niyeti matematiği mantık dışında büyümekten engellemek ve aritmetiği de mantığın bir branşı haline getirmekti (Çevik, 2014: 271).

Ondokuzuncu yüzyıldan sonraki günümüz ilk çağdaş mantık sistemini Frege kurmuş, hemen ardından üç ciltlik "Principia Mathematica" ile Russell ve Whitehead'ın kurduğu mantık sistemi gelmiştir. Bunlar dışında Hilbert de aynı doğrultudan hareket ederek, mantıkçıların ve matematikçilerin sonsuza kadar çelişkilerden ve paradokslardan uzak kalarak sistem geliştirmeleri için formel anlatımlı tutarlı ve tam kurulumlar yapmak adına çabalamıştır. "Hilbert matematiğin tümünün dikkatle yazılmış aksiyomlar kümesinden çıkarsanabileceğine ve bu aksiyomlar kümesinin tamlığı üzerine yapılacak ispatlar için mekanik bir yöntem olduğuna inanmıştır" (Çevik, 2014: 271). Peano, tıpkı Öklid'in geometride gerçekleştirdiği dedüktif çıkarım odaklı aksiyomatik sistemi örnek alarak, aritmetikte ve giderek analizde aksiyom temelli sistem ortaya koymuştur. "Böylece Peano'nun öngördüğü sistem, belli dönüştürme (ya da çıkarım) kurallarıyla simgesel bir dile dayanan soyut bir kuruluştur" (Yıldırım, 1996: 81). Bu tip sistemsel kurulumlardan sonra artık matematik ve matematiksel düşünme tek başına düşünülemez hale gelmiş; mantık temelli dilsel yaklaşımlar söz konusu olmuştur. Matematikçi-mantıkçı filozoflar kurdukları sistemler için mantığı ve mantık kurallarını birer alet gibi kullanır duruma gelmişlerdir. Kazanımı için uğraşılan formel dil, aksiyom ve postulatlardan oluşan mantıksal çıkarımlar barındıran bir sistemdir. Bu sayede mantığın da gücünü arkasına alan matematiksel düşünme, kendi yolunda kullandığı dille sarsılmaz bir kale görünümü elde etmiştir.

Yukarıda adı geçen Peano'nun, aritmetiği nasıl ilkel terimler kullanarak aksiyomatikleştirdiğine bakmak yarar sağlayacaktır. Aşağıda, kolay anlaşılır olabilmesi için aksiyomlar olabildiğince terimsel ve formel dilden uzak yazılmıştır. Bu aksiyomlara dikkatle bakıldığında, "doğal sayı", "1" ve "ardıl" kavramları gözlemlenebilir.

> Profesör Peano işe doğal sayılar adını verdiği bir nesneler kümesinin var olduğunu önceden kabul ederek başlar. Bu nesnelerin kendileri tanımlanmamışlardır. Peano onların beş aksiyomu sağladıklarını kabul eder. Bu aksiyomlar şunlardır:

Aksiyom A: Verilen küme boş değildir. 1 adı verilen bir nesne içerir.

Aksiyom B: Her doğal sayı için onun ardılı denilen başka bir doğal sayı ve yalnızca bir doğal sayı vardır.

Aksiyom C: Ardılı 1 olan hiçbir doğal sayı yoktur.

Aksiyom D: İki doğal sayının ardılları eşitse doğal sayılar da eşittir.

Aksiyom E: Eğer herhangi bir doğal sayı topluluğu 1'i içeriyorsa ve herhangi bir doğal sayıyı içerdiğinde o doğal sayının da ardılını içerme özelliği varsa o zaman bu topluluk gerçekte bütün doğal sayıları içerir (Kıng, 1997: 38).

Mantıkçılığın ilk kurucularından olan Frege ile birlikte Peano da aritmetik üzerine kurduğu ekonomik dili mantığa dayandırması sebebiyle mantıkçılığın ilk aşamasını kuran öncülerden sayılır. Bu iş ciddi bir felsefi girişim olarak değerlendirilmektedir.

İkinci aşama Bertrand Russell (1872-1970) ile başlar. Russell çalışmasını önce 1903'te yayımlanan *Principles of Mathematics* adlı yapıtında, daha sonra A. N. Whitehead (1861-1947)'le ortak yazarı olduğu ve modern mantığın anıtsal yapıtı sayılan *Principia Mathematica* (üç cilt, 1910-1913)'da ortaya koyar. Russell matematiğin mantığa indirgenmesi ötesinde iki disiplinin özdeş olduğu tezinin tüm kapsamıyla *Principia Mathematica'da* kanıtlandığı savındadır. Frege'de olduğu gibi Russell'ın çalışmasında da hareket noktasını Peano postulatları oluşturur. … Mantıkçılığın yadsınamaz önemli bir başarısı, formel mantıkla matematiğin ilişkisini kanıtlamanın yanı sıra tüm klasik matematiğin tek bir formel sisteme indirgenme olanağını göstermiş olmasıdır (Yıldırım, 1996: 91).

1.2.2 Matematikte Yerleşiklik Kazanan Mantıksal Dilin Üretimi

Matematiğin ve geometrinin, mantık yardımıyla formel dil kazanmasına dayalı programı, o dönemlerde bir yandan Hilbert bir diğer yandan ise Russell ve Whitehead tarafından yürütülmüştür. Bu dilin nasıl üretildiğine gelince; "Principia Mathematica" temel mantık önermelerini biçimselleştirerek, ilk önce dizgede kullanılacak imlerin tam listesini çıkarmıştır. Bunlar "Principia Mathematica"nin sözcük dağarcığı olup devamında oluşum kuralları belirlenmiştir. Bu yolla formül elde edilmiştir yani dizgenin gramer yapısı oluşturulmuştur. Daha sonra da dönüşüm kuralları yani çıkarımlar elde edilmiştir. Denebilir ki teoremler bu yolla elde edilmiştir. Önerme değişkenlerini,

"p", "q", "r", "s" vb.

gibi harfler temsil ederken, önerme eklemleri ya da değişmez imleri de (sırasıyla "değil", "veya", "ve", "ise", "ancak ve ancak")

$$\sim, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$$

gibi sembollerle temsil edilmiştir.

Bu şekilde müthiş bir çabanın eseri olan Hilbert Programı ve "Principia Mathematica" gibi özel yapıtlara ve çalışmalara imza atan Hilbert, Russell ve Whitehead gibi matematikçiler ve mantıkçı filozoflar yalnızca mantığın haklı kurucusu olmakla kalmamış, ayrıca matematiğin formelleştirilmesini, gerçek bir dile dönüşmesini ve matematiksel düşünmenin katı kuralları olan mantıksal göstergelere de sahip olmasını sağlamıştır.

1.2.3 Matematiksel Düşünmede Mantık Temelli Abece

Biçimsel görünüme kavuşmuş olan matematiksel düşünme dili kendine has genişletilebilir özel bir alfabeye sahip olmuştur. "Her yazılan dilin abecesi (alfabesi) olduğu gibi her matematiksel kuramın da bir abecesi vardır" (Nesin, 1995: 33). Mantıkçı filozoflar sayesinde, matematiksel düşünmenin iletilmesinde,

"p", "q", "r", "s" vb.

önerme değişkenleri ile birlikte,

$\sim, \vee, \wedge, \rightarrow$

gibi bağlaçlarla ya da önerme eklemlerini kullanarak elde edilmiş özel bir dile sahip olunmuştur. Bu simgeler sayesinde belli mantıksal kurallar çerçevesinde, istenildiği ölçüde önerme elde etme şansı bulunmakta olup, matematiksel göstergeler tutarlılık çerçevesinde özgür hareket eder olmuştur. Bu sebeptendir ki önermesel mantık, matematiksel düşünmeyi yansıtmak için bulunmaz bir nimettir. Burada Ali NESİN'in "Önermeler Mantığı" isimli kitabından bir tanımla ve bu tanıma dayalı bir örnek verilmiştir.

Tanım:

(i) Her temel önerme bir önermedir.

(ii) Eğer p bir önermeyse (~p) de bir önermedir.

(iii) Eğer p ve q birer önermeyse (p→q) de bir önermedir.

(iv) Her önerme, önermeler mantığının bir sözcüğüdür ve önermeler mantığının bir sözcüğü ancak yukarıdaki kurallar sonlu olarak uygulanarak elde edilmişse bir önermedir (Nesin, 1996: 42).

Bu tanım ışığında

$\boldsymbol{p_1}$	kural (i)'e göre bir önermedir.
$\boldsymbol{p_2}$	kural (i)'e göre bir önermedir.
$(\boldsymbol{p_1} \rightarrow \boldsymbol{p_2})$	kural (iii)'e göre bir önermedir.
$(\sim p)$	kural (ii)'e göre bir önermedir.
$((\boldsymbol{p_1} \rightarrow \boldsymbol{p_2}) \rightarrow (\sim p))$	kural (iii)'e göre bir önermedir (Nesin, 1996: 42).

Yukarıda verilen tanım farklı tanımlara dönüşebileceği gibi aynı tanım çerçevesinde istenilen her ölçütte yeni cümleler veya matematiksel anlatılar geliştirilebilir. Bu yolla, matematiksel ifadede sınırsız ve mantıksal çerçevesini kaybetmeyen tutarlı sistemler elde edilmiştir. Yeni bir tanım ve bu tanım için bir örnek vermek gerekirse;

Tanım: Önermeler mantığının sembolik önermeleri aşağıdaki iki kurala göre oluşturulur:

(i) Her önerme değişkeni bir sembolik önermedir.

(ii) A bir sembolik önerme ise ~A bir sembolik önermedir.

(iii) A ve B birer sembolik önerme ise $(A\wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \rightarrow B)$, $(A \leftrightarrow B)$ sembolik önermelerdir.

Örnek:

(i) p, q, r ve diğer tüm değişkenler sembolik önermelerdir.

(ii) ~p, ~q, ~r ve diğer tüm değillenmiş önerme değişkenleri sembolik önermelerdir.

(iii) $(p \wedge q)$, $(p \vee r)$, $(r \rightarrow q)$, $(s \leftrightarrow p)$ sembolik önermelerdir.

(iv) $\sim(p \wedge q)$, $\sim(p \vee r)$, $\sim(r \rightarrow q)$, $\sim(s \leftrightarrow p)$ sembolik önermelerdir.

(v) $((p \wedge q) \rightarrow (p \vee r))$, $\sim((p \wedge q) \rightarrow (p \vee r))$ sembolik önermelerdir.

(vi) $\sim\sim p$, $\sim\sim (p \wedge q)$, $\sim\sim\sim (p \wedge q)$ sembolik önermelerdir (Taşdelen, 2011: 31).

Önermeler mantığı bize sadece matematiksel düşünmede değil ve ayrıca matematiksel ispat yöntemlerinde de oldukça ekonomi kazandırmıştır. Düşüncede, düşüncenin yansıtılmasında ve dilsel aktarımında zamandan ve düşünsel kargaşadan uzak pür temsillerle matematiksel ispatlara sağlamlık kazandırmıştır.

İKİNCİ BÖLÜM
MATEMATİKSEL DÜŞÜNMEDE DİL VE SAUSSURECÜ YAKLAŞIM

2.1 Matematiksel Düşünme Dili

Matematiksel düşünmenin kendine has dilinin diğer disiplinler için de bir ifade biçimi olarak bu kadar kullanışlı olmasının esas ölçütünün ne olduğunun incelenmesi gerekmektedir. Bilindiği üzere sağladığı kullanışlılık, teorileri olabilecek en kısa yolla ifade etme yetisi ve bu sebeplerle kazandığı cazibesi sayesinde formel sistemler bütünü matematik, yazın ve düşünsel dil kategorisinde sarsılmaz bir yere sahiptir. Bilim dünyasının ortak bir dil kullanamadığı dönemlerden yola çıkarak denebilir ki matematiksel düşünme dilinin günümüz bilim dünyasında kullanılan ortak dile dönüşmesi, dilsel ifadelerde oluşması muhtemel çok anlamlılık, çok anlamlılığa dayalı hatalar, gereksiz ifade kullanımının sebebiyet vereceği muhtemel zaman ve enerji kaybını tamamen yok etmiştir. Tüm bu açıklamalar çerçevesinde, sadece yirminci yüzyıl dilbilimi üzerinde değil, aynı zamanda insanlık ve sosyal bilimler konusunda çalışılan disiplinler üzerinde de çok derin bir etki alanı yaratan İsviçreli ünlü dilbilimci Saussure'den (1857-1913) faydalanmakta yarar var.

2.2 Saussure Hakkında

Dilbilimin gerçek ve tek eşsiz nesnesinin, üzerine çalışılan ve kendisi için uğraşılan dil olduğunu dile getiren ve dilbilimde harikalar yaratmış biri için alabildiğine sade, olaysız ve içine kapanık hayatından dolayı Ferdinand de Saussure (1857-1913), dikkatleri cezbetmektedir. Çocukluk dönemlerinde ana dili Fransızca olmasına rağmen önce Almanca, daha sonra da İngilizce öğrenmiştir. Bir dil dâhisi olan Saussure, kendi çabalarıyla Yunanca ve daha sonra eski Latince öğrenmiştir. Doğabilimci bir ailenin çocuğu olan Saussure, ilk gençlik dönemlerinde aile geleneğini bozmadan 1875 yılında Cenevre Üniversitesinde kimya ve fizik alanlarında eğitim almaya başlamıştır. Dildeki yeteneğine ve dil üzerine çalışmalarına devam etmesine rağmen kişiliğindeki paradoksal durum, onun bu yeteneğini görmezden gelip kendini üniversite eğitiminde doğa bilimlerinde çabalamasına kadar götürmüştür. Bu durum entelektüel seviyesi azımsanamayacak ölçülerde olan ailesinin dikkatini çekmiş ve ailesinin yönlendirmesi üzerine (özellikle büyükbabasının yönlendirmeleri etkili olmuştur) 1876 yılında, Leibzig Üniversitesinde dilbilim alanında eğitim almak üzere Cenevre'den ayrılmıştır. Dil kariyerinin parlaklığının yanı sıra Port-Royal mantığının eksiklerini yakalayan Saussure, ölümünden çok sonra, hatta hala günümüzde bile hayranlık uyandıran "Genel

Dilbilim Yazıları" başlığı altında toplanmış fikirlerini çekingen bir tavırla yayımlamaktan imtina etmiştir. Bu sebeptendir ki "Genel Dilbilim Yazıları" farklı zamanlarda yapılmış derslerde farklı öğrencilerin tuttuğu ders notlarından ibarettir. Adı geçen bu yaptın farklı editörlerin elinden geçtiği de hesaba katılırsa Saussure'ün dilbilimcilere, kendini bire-bir anlama şansı vermediği ortaya çıkacaktır. Bu yüzdendir ki anlaşılması zor, anlaşıldığında da dilbilime aynı durağan perspektiften bakılması mümkün değildir.

> Saussure, birçok alanda veya disiplinde, ilişkiler sistemi üzerinde yoğunlaşmaya sebep olarak kullanılan tekniği değiştirmiştir. Cassirer altını çizerek şöyle bir iddiada bulunmaktadır: Bizim yüzyılımızın düşüncesi için, aslında dünya artık özerk nesnelerin bağımsız bir varlıklar topluluğu değil; bilakis ilişkisel sistemler dizgesidir (Culler, 1976: 116).

Saussure, dilbilime Port-Royal mantığı çerçevesinden bakmamıştır. 1660 yılında yazılmış Port Royal mantığı kitabı, dile gelen kurulu cümle yapılarının düşüncenin yansıması olarak görülmesi üzerinedir. Bu şekilde mantıkla kategorize edilmiş bir dil sistemi belirgin bir hal almıştır.

> Dilin bir yapıya sahip olduğu, fakat bu yapının bir başka yapının, düşüncenin yansıması olduğu görüşünde temel bulan "gramer incelemesi" (Port Royal Grameri, 1660), cümle yapılarını, düşüncenin mantıksal biçimlerinden çıkarsamaya çalışıyordu. Örneğin, töz ve nitelik kategorilerine, sırasıyla, isim ve sıfat gramer kategorileri karşılık geliyordu. Bu görüş Saussure'e göre, dilin özerkliğini tanımıyordu (Altuğ, 2001: 173).

Saussure, Port-Royal isimli yapıtta dilbilgisinin evrensel mantık kurallarına indirgenmesi çabasını yanlış bulmuştur. "Daha kesin olarak söylersek, Ferdinand de Saussure'ün 1910 yılında, "Cours de Linguistique Générale" adlı kitabında yaptığı tanıma göre, im, imleyen ile imlenenden oluşmuş bir çifttir. Yani duyulur bir olgu (sesçil, görsel…) ile bunun dile getirdiği şeyin oluşturduğu bir çifttir" (Ifrah, 1995: 18).

2.2.1 Dilbilimde Saussurecü Yaklaşım

Saussure'ün tezi, bir dil çalışmasında esas nesnenin, belirli bir zamandaki durumu üzerinedir. Buna senkronik (eş zamanlı) çalışma denebilir. Saussure, bir dil durumunun, oldukça rastlantısal ve sistem içerisinde bağlantılar sayesinde tanımlanabilir sosyal kurulumlu bir işaretler sistemi olduğunu ifade etmektedir. Saussure için, göstergebilimsel sistem fikirleri açıklayıcı tüm işaretler sistemidir. Bu sistemler için birer örnek olarak gösterilebilecek sağır-dilsiz alfabesi, sembolik ritüeller, nazik formülasyonlar, emir kipleri vb. doğal dillerin yanında, matematik, bizim için bu tezin önceliği olan dildir. Saussure, doğal obje olarak bir dilin, tarihsel bir süreçten hiç kopmadan belirlenmiş kurallar ile uyumlu geliştiğini; dil anlayışının ise bir sosyal üretim olduğunu (sadece kişisel veya ortak dizayna bağlı olmadığını) dile getirmektedir. Saussure şöyle demektedir: "…dilin insanlar arasında vuku bulması toplumsal olması… Bu koşuldan kendimi soyutlarsam, diyelim ki odamda sırf eğlence olsun diye kâğıt üstünde bir dil yaratsam, "dil" üstüne söyleyeceklerimin hiçbiri doğru olmayacak ya da illa ki doğru olmayacaktır" (Saussure, 2014: 10).

2.3 Matematiksel Düşünme ve Göstergebilim

5300 yıllık bilinen tarihinde matematiksel düşünme, edindiği kazanımları terk etmeden, üzerine inşa kabulleriyle kendine has yazılabilir ve kendi içine haiz toplulukta konuşulabilir bir dile sahip olagelmiştir. Töz ve ilineklerin mantıksal kategorilerinin isim ve sıfatın gramatik kategorilerine tekabül etmesi gibi, düşünceyle varolan özel dile sahip matematik disiplini de zaman zaman geleneksel gramer gibi, kendine has cümlelerinin yapısını düşüncenin mantıksal formundan çıkarsamayı denemiştir. Oysa Saussure'e göre bu yeterli değildir çünkü geleneksel gramer kendisini verilmiş bir şeyin temeli saymaktadır. Diğer dillerden (konuşulagelen ya da işaretler sistemine dayalı kurulagelen) farklı olarak matematiksel düşünme dili coğrafyasal farklılıklara dayanmamaktadır. Tüm dünya üzerinde bilimin aktarım dili olmuştur. Bununla birlikte dil olarak yer bulduğu herhangi bir disiplinin taşıdığı içeriksel özellikler bazında farklı anlamlar kazanmaktadır. Saussure'ün yapısalcılığının ana teması da bu durumu doğrular nitelikte olup, dilbilimsel ünitelerin sentaktik ve bağlantısallıkları dışında bir anlam ifade etmedikleri, bu yüzden de mecburen dâhil oldukları sistemde anlam kazandıkları prensibine dayanmaktadır. Saussure, bu yolla semantiğin önünü açmaktadır.

> Saussure, bu durumu açıklamak için satrancı örnek olarak göstermektedir. Yani bir satranç oyuncusunun bu oyunu oynayabilmek için, öncelikle hangi taşın hangi role sahip, diğer anlamda bu oyunun genel kurallarının ne olduğunu öğrenmek zorunda kalacağını ifade etmektedir. Oyunun kuralları ve her taşın kendine has kural çerçevesinde görevi; bir dil içindeki topluluğun dilin genel kurallarıyla kendi özel görevleri çerçevesinde o dili kullanma zorunluluğuna benzerlik göstermektedir (Holdcroft, 1991: 78).

Aynı bakış açısı Wittgenstein'ın dil oyunlarında görülmektedir. Buradan yola çıkarak kişinin kendi başına sosyal çevreden soyutlanmış olarak kurduğu özel dilin, toplumda karşılık esası gözetildiğinde yer bulamayacağını ve dolayısıyla şahsa özel bu dilin bir gösterge-anlam bütünlüğüne kavuşamayacağını görmek de mümkündür. Toplumsal kurallar çerçevesinde veya en azından küçük bir topluluk için bile olsa ortak bir kararla belirlenmiş kurallar ışığında bir dil geliştirilebilir ve ancak bu yolla belirlenmiş göstergeler, anlamlarıyla var olabilirler.

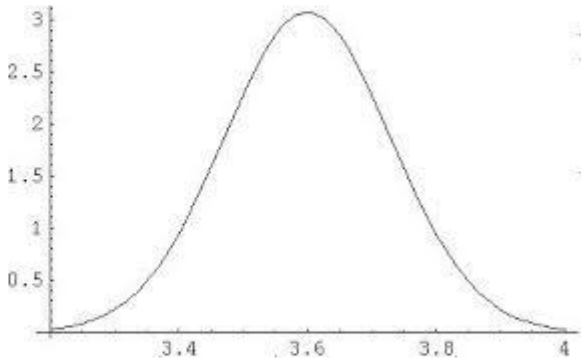
2.3.1 Göstergebilimde Gösterenin Aynı Gösterilenin Farklı Olduğu Durumlar

Burada yine Saussure'den destek alarak denilebilir ki genel anlamda aynı matematik modeli farklı disiplinlerde yüklendiği mana neticesinde farklı olguları anlamlandırmaktadır. Bu duruma Gauus'un normal dağılım eğrisi (ya da terimsel olmayan ismiyle "çan eğrisi") örnek olarak gösterilebilir.

2.3.1.1 Normal Dağılım Eğrisinin Gösteren Olarak Kullanıldığı Alanlar

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

formülasyonuna sahip Gauss eğrisi,



Şekil 2.1 Normal Dağılım Eğrisi

Kaynak: bilgisayarkavramları.sadievrenseker.com erişim tarihi: 06.03.2017

şeklinde görsel bir temsile sahip olup, hava kirliliğinden, entropi (genellikle bir sistemdeki düzensizlik ve rastgelelik olarak tanımlanır), görüntü işleme, difüzyon denklemi açılımı, nüfus artışının gelirle bağlantılarından, en basit not ortalaması hesaplamalarına kadar hemen her yerde kullanım açısından ve mühendislik hesapları dahil diğer sosyal içerikli tüm yorumlamalara kadar temsil yeteneğine sahiptir.

2.3.1.2 Kalkülüsün Temel Teoreminin Gösteren Olarak Kullanıldığı Alanlar

Benzer şekilde verilebilecek birçok örnek arasından kalkülüs'ün temel teoremi olan

$$\frac{df}{dt} = \lim_{h \to 0} \left(\frac{f(t+h) - f(t)}{h} \right)$$

denklemi sadece matematiksel düşünme dili için değil neredeyse her disiplin için özel bir yer tutmaktadır. Oldukça geniş bir bilimsel disiplin alanına nüfuz etmekte olan bu denklem, Saussurecü dilsel yapısalcılık çerçevesinden bakıldığında denilebilir ki tüm bilimde kullanıldığı yere göre yeni anlamlar kazanmaktadır. Bu denklem tek başına, hangi alanda kullandığı hiçbir önem taşımazken, ilgili displin için en uygun çözümün gerektiği her türlü problemde kullanılır. Birçok doğa kanununun temelinde yer alan, kalkülüsün temel teoremi olan bu denklem için matematikçi Ian Stewart şöyle yazmaktadır: "Diğer bütün matematiksel tekniklerden öte, bu denklem modern dünyayı yaratmıştır” (Stewart, 2012: 52).

Bu denklemin kullanım alanları sıralanarak yukarıda yapılan atıfın yerindeliği gösterilecektir:

> Reklamcılık, hücrelerin yaş dağılımı, allometrik (büyümeyle vücudun çeşitli kısımları arasında değişme durumu) denklemler, anestezi kullanım miktarı, atmosferik basınç, otokatalitik enzim reaksiyonu, ortalama maliyet, ortalama gelir, ortalama dünya nüfusu, bazal metabolik oranlama, inşaat projesinde teklif verme, kan basıncı, aracı kurum komisyonu, kalsiyum metabolizması, telefon santralindeki arama frekansı, göl kapasitesi, sermaye yatırımı modeli, bir taşınmazın sermaye modeli, bir odadaki veya havadaki karbondioksit oranı, kimyasal reaksiyonlar, tahmin edilen donma havasına verilen narenciye üreticilerinin tepkisi, vücuttaki bir ilacın dağılım yoğunluğu, tüketici fiyatı indeksi, gelir ve perakende fiyatlarının bir fonksiyonu olarak gıdayı tüketmek, yağ tüketimi, samanın radyoaktive iyot ile bulaşması, sürekli rant, elektrik tüketimi, hastaneye kaldırma maliyeti, suç oranı, arz-talep döngüsü, Sudan’ın kuraklaştırılması, yapı dizaynı, doğal kaynakların tüketilmesi, amortisman, atletik alan tasarımı, yağmur oluğu tasarımı, fizikçiler arasında bir yeniliğin yayılması, indirim sistemleri, IQ dağılımı, ekonomik sipariş miktarı, esneklik maliyeti, ölçümsel hata tahminleri, suyun buharlaşması, yangın sigortası talepleri, enzim kinetiği, grip salgını, rezerv banacılığı kırılganlığı, gen frekansı, yer çekimi hakkında Galileo’nin tahmini, gayri safi milli hasıla, tümör büyüme oranı, bakteri enfeksiyonu insidansı, enflasyon, izokestler hatları, kan örneklerinin laboratuvar testleri, günışığı uzunluğu, lojistik büyüme, akciğer kanserinin sigarayla ilişkisi, paranın marjinal üretkenliği, hücre popülasyonunun mitozu, hücre membranına giren çözünen maddelerin hareketi, Mortgage ödemeleri, ulusal borçlanma, en uygun havayolu tarifeleri, bir şehrin nüfus yoğunluğu, populasyon genetiği, av-avcı ilişkisi, bir kaza geçirme olasılığı, üretici artığı, kalite kontrol, radyoaktif yayılım, hükümet düzenlemelerine uyum oranı, fiyata göre satışların azalma oranı, artrit hastalarının rahatlama zamanı, rulet, toplumsal yayılım, bir paraşüt atlayıcısının terminal hızı, dolar değeri, siyaset biliminde oy verme modeli, savaş asabiyeti, beyaz kan hücresi sayısı, dünya petrol tüketimi… (Goldstein vd., 1990: index of apllications).

Bu yolla sentaktik kurulumu denk olmaktan öte bire bir aynı olan matematiksel bir denklem, uygulandığı disipline göre semantik açıdan değişim yaşamaktadır. Yukarıdaki alıntıdan gözlemleneceği üzere bu denklemin hayata dair anlam kazanmadığı neredeyse hiçbir disiplin, sirayet etmediği hiçbir yaşamsal olgu yoktur. Yorumsal açıdan yaklaşıldığında, imlediklerinin birbirlerinden dramatik bir şekilde ayrı olmalarına rağmen, tek başına bir imleyen olan bu denklemin kendisinden daha iyi bir gösterenin bulunamayacağı apaçık ortadadır. Saussure'ün göstergebilim teorisinde;

gösterge = gösteren + gösterilen

olduğuna göre matematik dili açısından yaklaşırsak, elimizdeki en basit matematiksel düşünme kalıbında matematiksel bir denklem olan (gösteren): a=b-c gibi basit çıkarma işlemi denklemi; termokimyada ısı denkleminin "açığa çıkan enerji" (gösterilen) hesaplamasını ifade ederken,

(gösteren) $DH = DH_{ürünler} - DH_{girenler}$

şeklinde olup, herhangi bir basit bakkal hesabında satıcı tarafından alıcıya verilen para üstü (gösterilen) hesaplanırken,

para üstü = verilen para - malın tutarı (gösteren)

şeklinde temsil etmektedir.

Burada ilk dikkat etmemiz gereken husus, ifade şekli değişse bile aslında aynı sentaktik yapının kullanıldığı gerçeğidir. Ne yazarsak yazalım aşağıda formüle edildiği şekilde bir ifade elde etmiş olup;

"a = b - c"

demekteyiz ve fakat bu ifadenin tekabül ettiği olgu değişmektedir.

Öyle ise Saussurecü yaklaşımla, "gösterge= gösteren+gösterilen" formülasyonunda, gösteren değişmemekle birlikte gösterilen değişmiş olup burada semantik açıdan göstergemizde anlam kazanımı yaşanmıştır. Bu durum, matematiksel düşünme diline kargaşanın değil, tam aksine sadeliğin ve kullanışlılığın hakim olduğunun bir göstergesidir. Matematiksel düşünmenin dil sisteminin terimleri tıpkı diğer konuşulagelen dillerde olduğu gibi kelimelere dönüşmektedir. Yukarıda kalkülüsün temel teoreminin yansıttığı ya da işaret ettiği olgular değerlendirildiğinde, görüldüğü üzere matematikteki dilbilimsel öğeler bir sistem oluşturmakta ve sistemin elementleri arasında gerçek hayata tekabül eden gösterge temelli bir ilişki bulunmaktadır.

2.3.2 Göstergebilimde Gösterenin Farklı Gösterilenin Aynı Olduğu Durumlar

Yukarıdaki örneklerde "gösterge = gösteren + gösterilen" formülasyonunda "gösterilen"in değiştiği ama "gösteren"in aynı olduğu durumlar ele alınmıştır. Tüm bu ölçütlere göstergebilimsel olarak bakıldığında bir anlam kayması yaşandığı gözlemlenmektedir. Şimdi aynı form içerisinde "gösteren"in değiştiği durumlara örnek verilebilir.

2.3.2.1 Örnekler

Sayılabilir sonsuz kümelerin, insan için düşünsel bazda, matematiksel düşünme için terimsel bazda belirsiz olan aynı sonsuza işaret etmesi durumu ele alınmıştır:

$$(n, n+1, n+2,\ldots) \rightarrow \infty$$

$$(2n, 2n+2, 2n+4,\ldots) \rightarrow \infty$$

$$(2n+1, 2n+3, 2n+5,\ldots) \rightarrow \infty$$

Başka bir örnek olarak,

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}\right) \rightarrow 0$$

Cauchy dizinin alt dizisi olan aşağıdaki denklemin de aynı sıfıra yakınsaması görülmektedir.

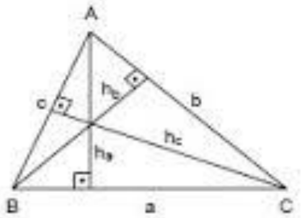
$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2^n}\right) \rightarrow 0$$

Yukarıda ifade ettiğimiz matematiksel düşünme örneklerinden yola çıkarak, "gösteren"in değiştiği ama "gösterilen"in değişmediği durumlar görmekteyiz.

Burada ele aldığımız ilk örneğimizde, sayılabilir sonsuz çift tamsayılar kümesi olan ikinci kümemiz ve sayılabilir sonsuz tek tamsayılar kümesi olan üçüncü kümemiz aslında ilk sayılabilir sonsuz tamsayılar kümemizin birer alt kümesidirler. Bu örnekler sınırsızca ve özgürce çoğaltılabilir olmasına karşın biz sadece bu iki kümeden söz edecek olursak gerçekte farklı gösterimlere sahip olup farklı isimlerle temsil edilmelerine rağmen iki kümemizin de tam olarak nerede sonlandığını bilemememekteyiz. Bu durumda her ne kadar farklı bir şey söylüyor olsak da iki kümemiz için de yapacağımız gönderme bir matematik sisteminin formel yapısında aynı olmaktadır: ikisi de sonsuza gitmektedir. İkinci örneğimizde ise Cauchy dizisi ve alt dizisinin, limit kullanılarak aynı sıfıra yakınsadıkları görülmektedir.

Bu duruma bir örnek daha vermek gerekirse, aynı sonuca ulaştıran farklı denklemler kurularak çözülebilen bir geometri sorusunu ele alabiliriz. Bir üçgenin alan hesaplamasında yükseklik ve herhangi bir kenar uzunluğu biliniyor ise kullanılan genel formül aşağıda gösterildiği gibi olmakla beraber,

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$



Şekil 2.2 Üçgende Alan Hesaplaması

Kaynak: www.matematiktutkusu.com erişim tarihi: 06.03.2017

yukarıda şekli verilen üçgende yükseklik bilinmiyor ve sadece kenar uzunlukları bilindiği takdirde aynı sonuca ulaşmak için kullanılacak formül,

$Ç(\widehat{ABC}) = a + b + c$ olmak üzere,

$$u = \frac{a+b+c}{2} = \frac{Ç(\widehat{ABC})}{2}$$

$$\boxed{A(\widehat{ABC}) = \sqrt{u \cdot (u-a) \cdot (u-b) \cdot (u-c)}}$$

şeklindedir.

Şekil 2.3 Üçgende Alan Hesaplaması

Kaynak: www.matematiktutkusu.com erişim tarihi: 06.03.2017

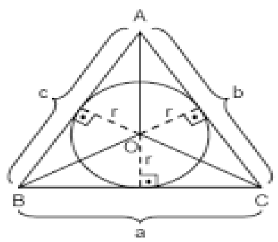
şayet aynı üçgen için bize verilenler kenar uzunluklarının yanı sıra bir iç teğet çemberi ve bu çemberin yarıçapı ise birkaç ek çizimle, istenirse üçgen alan hesaplaması için hazırlanmış en ilkel formülasyon kullanılabilir, öte yandan aşağıda görüldüğü üzere kenar uzunlukları toplamının yarısı ile iç teğet çemberinin yarıçapının çarpımı bize yeni förmülasyonla aynı alanı verecektir,

O, iç teğet çemberinin merkezi r, çemberin yarıçapı ve

$u = \frac{a+b+c}{2}$ olmak üzere

$A(\widehat{ABC}) = u \cdot r$

şeklindedir.



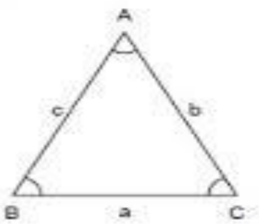
Şekil 2.4 Üçgende Alan Hesaplaması

Kaynak: www.matematiktutkusu.com erişim tarihi: 06.03.2017 bununla birlikte, trigonometrinin açı hesaplaması üzerine gelişmiş formel dili sayesinde sadece bir açık ve iki kenar ölçüsüyle de istediğimiz alan hesabını yapabilmekteyiz. Elimizde aynı üçgene ait kenarlar ve bunlar arasındaki açı ölçüleri verilmiş ise bu durumda trigonometrinin göstergesel dilinden faydalanarak kullanacağımız alan formülü aşağıda görüldüğü şekilde olacaktır.

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} b \cdot c \sin(\widehat{A})$$

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} a \cdot c \sin(\widehat{B})$$

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} a \cdot b \sin(\widehat{C})$$



Şekil 2.5 Üçgende Alan Hesaplaması

Kaynak: www.matematiktutkusu.com erişim tarihi: 06.03.2017

Yukarıda görülen üçgende alan hesaplamasında, bize verilen bilgiler (yükseklik, kenar uzunluğu, iç teğet çemberinin yarıçapı ya da kenarlar arasındaki açılar) doğrultusunda kullanılan dört farklı formülasyondan görülmektedir ki farklı sentaktik yapıya sahip formüller bizi aynı noktaya götürmektedir. Çünkü bu formüller ışığında yapacağımız işlemler tamamen aynı amaç için aynı sonuca götüren farklı yöntemler içermektedir.

Sauusure'un gelişmiş dilbilim kuramının temellerini Locke'da görmek mümkündür. Locke, zihnimizde doğuştan gelen hiçbir fikir bulunmadığını, tamamen boş bir zihinle dünyaya gelindiğini iddia etmektedir. Felsefeye "tabula rasa" (boş levha) terimini kazandıran Locke, epistemolojisinde ide-gösterge arasında bir bağıntı kurarak zihin ile nesneler arasındaki bağıntıyı açıklama yoluna gitmiştir. "Locke'un ide'yi merkeze koyan bilgi çözümlemesi, göstergeler öğretisi doğrultusunda sözcüklerin semantiğine yönelir" (Altuğ, 2001: 29).

Böyle bir durumda, Saussurecü bir yaklaşımla denebilir ki göstergenin bir bütün olduğu gösteren-gösterilen arasından herhangi birinin değişimi göstergeyi değiştirmemekle birlikte gösterge-anlam ilişkisini etkilemektedir.

Öyle ise "gösterge = gösteren + gösterilen" formülasyonunda ister "gösteren" sabit iken "gösterilen" değişmiş olsun; ister "gösterilen" sabit iken "gösteren" değişmiş olsun, her halükarda gösterge semantik açıdan değişim yaşamaktadır.

2.3.3 Matematiksel Düşünmede Saussurecü Gösterge-Anlam İlişkisi

Saussure, dilin adlar dizininden oluştuğu fikrini eleştirir. Bu görüş, kelimelerin bağımsız bir şekilde tanımlanabilir şeylerin etiketleri olduğunu savunmaktadır. Nomanklatüralizmde, kelimeler anlamlarından arındırılarak içi boş imlermiş gibi kullanılmaktadır. Bu yaklaşımda gösterge ile anlam arasındaki bağın psikolojik alt yapısı gözden kaçmaktadır. Bir şey ile isminin bağlantılandırılması basit bir işlemmiş gibi görünür, oysa yukarıdaki örneklerden görüldüğü üzere bu noksan bir yaklaşımdır. "Bundan dolayıdır ki Saussure birçok yerde nomanklatüralizmi eleştirir. Her işarete, kelimelerin birbirinden bağımsız bir biçimde tekabül etmesinin doğru mantıktan geçmediğini ve eksik olduğunu dile getirir" (Holdcroft, 1991: 48). Bu eksik mantıkla yaklaşıldığında kelimelerin işaret ettikleri şeye göre anlam kazandıkları gerçeğini görmezden gelmiş oluruz.

> Göstergeyi anlamla karşıtlaştırmak, dolayısıyla son derece yanıltıcıdır. Anlamın gösterge olmaksızın var olamayacağı ve anlamın göstergenin ters yüzündeki deneyimden başka bir şey olmadığı-tıpkı bir kâğıdın ön ve arka yüzünü makasla ayrı ayrı kesemeyeceğimiz gibi-göz önünde tutulursa, bunlar zihne ait tek bir kavramın iki biçimidir (Saussure, 2014: 104).

Daha önce verilmiş örneklerden de anlaşılacağı üzere, imlenen ve imleyen birbirlerinden bağımsız düşünülememektedir, dolayısıyla Saussure'e katılmamak mümkün değildir. "Gösteren- gösterilen arasındaki ilişki nedensiz (rastlantısal) değil, tersine bu gerekli bir bağıntıdır çünkü aklımda ikisi birlikte izlenim bırakırlar ve bu döngüde ortak olarak çağrışımda bulunurlar" (Holdcroft, 1991: 53).

Saussure'e göre düşünceler cümlenin kurulumu ifade ederken, cümlenin kurulumu da düşüncelere tekabül eder. Başka bir deyişle, gramerimizin kategorileri ve cümlelerimizin kurulumu; mantık kategorilerimiz ve düşünce kurulumumuz tarafından motive olurlar (edilirler). Öyle ise sadece "gösterge = gösteren + gösterilen" formu değil bir de "gösterge-anlam" formunu da akılda tutulmalıdır.

Tamamen biçimsel bir dil kazanmış pür matematiksel düşünme ve alt dalı geometri, bu sayede "gösterge-anlam" kendini açımlamış ve bu dilin tutarlılığı sayesinde bilginin pratik metotlarının gelişimi, örneklerden anlaşıldığı üzere, bilgi erişimini daha geniş mecralara ulaştırma imkânı sağlamıştır. Bu durum, bütünlük içinde göstergelerin simgesel bir dille bilgiyi nakletmesi olayıdır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
GÖDEL, MATEMATİKSEL DÜŞÜNME VE DİL

Bundan sonra matematiksel düşünme dili, kurulu düzeniyle ve tutarlılığıyla her mecrada kullanılabilir bir göstergeler topluluğu olmuştur. Bir matematik denkleminin 1-1 eşlemeyle kendine başka bir disiplinde açıklama rolü edinmesi, zamanla onu daha güçlü kılmıştır. Saussure'e göre, bir dili sosyal anlamda genel kullanıma sahip kılan şey, aynı dil topluluğundaki kullanıcıların nasıl benzer sunumları elde ettiklerine bağlıdır: onlar, sistematik olarak aynı konsepte, aynı akustik-ses ile bağlantı kurarak yanıt verirler. Benzer şekilde matematiksel düşünme dili de aksiyom ve postulatları sayesinde ürettiği teoremler ve formülleriyle, bilimin sosyal çevresinde ortak dil olmuştur ve bu topluluğun bağlantı aracına dönüşmüştür.

3.1 Saussureci Yaklaşımla Matematiksel Terimlerin Kullanım Değerlikleri

Saussure'e göre, bir satranç oyunu ile bir dil arasında kıyaslama yapılabilecek üç ana unsur vardır. Holdcroft'un (1991: 78) çalışmasında verdiği bu unsurlar aşağıda örneklendirildiği üzere matematiksel düşünme dili için de geçerlidir:

1. Nasıl ki oyunun durumuna göre, parçanın (taşın) değeri satranç tahtasındaki pozisyonuna bağlıysa (vezirin değerinin, şahın hemen yanında yer aldığı pozisyona bağlı olması gibi) ve daha ziyade, taşın diğer taşlarla bağlantısına (bağıntısına) bağlıysa, verilmiş bir dilde de bir kelimenin değeri, diğer kelimelerle olan bağıntısına bağlıdır.
2. Satrançta, verilmiş her durum anlık olduğu için, taşın değeri durumdan duruma değişkenlik gösterir (piyonun bir anda şah mata gitmesi gibi). Bu durumun aynısı dil ve kelime için de geçerlidir.
3. Bir satranç oyununda, bir durumdan başka bir duruma geçiş için sadece bir taş hareket ettirilebilir. Bir dilde de değişim sadece "izole edilmiş parçayı (kelimeyi)" etkilemektedir.

Matematiksel düşünme dilini, satranç gibi bir oyun olarak kabul edersek, içinde barındırdığı her gösterge, kullanıldığı andan itibaren semantik açıdan değer kazanır. Öteki türlü içi boş imlerden başka bir şey değildir. Bunun yanı sıra oyundaki rolüne göre de matematiksel düşünme dilini haiz bir terimin değerini belirleyebiliriz. Özel olarak sıfırın, matematiksel düşünme dilinde tanımlanmış her "uzay" (form) için ayrı bir değere sahip olması, bu duruma verilebilecek en iyi örnektir. "Sıfır nedir?" sorusuna buradaki yanıt yine bir soru olan, “hangi uzayın sıfırı?” sorusudur. Matematiksel düşünme dilinde tanımlanmış özel bir fonksiyon ya da kısaca çarpma işleminde (karmaşık sayılar, reel sayılar, rasyonel sayılar ya da tam sayılar olduğu gözetilmeksizin) sıfırın,

“$0*X=0$”

işlemi için, matematiksel düşünme dilinde inanılmaz kuvvetli “yutan eleman” olması ve yine aynı sıfırın,

“$0+X=X$”

işlemi için, matematiksel düşünme dilinde inanılmaz zayıf “etkisiz eleman” olması gibi basit örnekler dışında daha pek çok zor ve karmaşık (topolojik uzaylardan sayılan Hilbert uzayları ya da manifold yapılar vb.) örnekler de verilebilir.

3.2 Meta-Matematiksel Dilde Gödel, Saussure Benzerliği

“Principia Mathematica” ile Russell ve Whitehead’ın; Hilbert programıyla Hilbert’in giriştikleri büyük çabalar sayesinde, mantıksal kurallar çerçevesinde gerçekleşmiş olan matematiksel düşünmenin, yetkin bir dile kavuşması ve kullanım alanlarına bağlı olarak değerlik taşıması durumu, diğer bilimler nezdinde onun, “bilimlerin anası” ünvanına layık olduğunu göstermiştir. Tüm bunlar, matematiksel düşünmede birer kazanım olsa da matematik çevresinde ve matematiğin kendi içinde durum, tersine bir yönde hareket etmiştir. Gödel, matematiksel düşünmenin temellerini yine matematiksel düşünmenin dilini kullanarak, meta-matematik ile bu dil üzerine konuşarak, temelden sarsmıştır. Tam da burada Gödel, Saussure gibi davranmıştır. Saussure, dilin nasıl değiştiğini açıklamak için dile başvurmuştur çünkü ona göre konuşmanın içinde, dilin tüm çekirdeği bulunur. Gödel de kabul edilenden uzak olarak, matematiğin eksikliğini matematiksel düşünme diliyle savunmuştur.

Kendi dönemi için büyük başarı yakalamış muazzam çalışma Pirincipia Mathematica henüz kendi başarısının tadına varamamışken, matematik tarihi içinde yeni bir bunalıma sebep olmuştur. Bu bunalım matematik tarihindeki $\sqrt{2}$ irrasyonel sayısının ya da Öklid’in paralel postulatının yarattığı cinsten bir bunalım da değildir. En nihayetinde bu bunalımlar yeni gelişmeleri doğurmakla kalmamış, bilakis olumlamışlardır da. Oysa Hilbert ve “Pirincipia Mathematica” yapıtının yazarlarından Russell, matematiksel düşünmenin dilini pekiştirdiklerini düşündükleri yerde daha beterini yaşayacaklardır. Sonu hüsranla biten bambaşka boyutlar... Bu hüsrana sebep olan da yine kendi çevrelerinden bir matematikçi olan

25 yaşındaki parlak mantıkçı-matematikçi Gödel'dir. "Gödel, matematik için bir kötülüktür. Gödel'den sonra matematiğin, yalnızca Tanrının değil bir de dünyayı ve diğer herşeyi anlamanın dili olduğu fikri artık bir işe yaramamaktadır. Bu durum, içinde bulunduğumuz postmodern belirsizliğin bir parçasıdır" (Goldstein, 2005: 24). Bu cümleden anlaşılmaktadır ki Gödel'den sonra matematiğe farklı bir perspektiften yaklaşılmaya başlanmıştır.

3.3 Gödel Hakkında

Kurt Friedrich Gödel, 28 Nisan 1906 yılında Avusturya-Macaristan İmparatorluğuna bağlı Brünn'de doğmuştur. Ölümüne sebep olmuş obsesif kişiliğiyle bilinen Gödel, yaklaşık yedi yaşlarındayken yaşadığı ateşli romatizma hastalığından dolayı bütün hayatı boyunca kalıcı kalp rahatsızlığı taşıdığına dair kendini inandırmıştır. Eşinin ölümünden sonra hiç kimseye güvenmeyen Gödel, paranoyaya kapılarak, başkalarının yemeğine zehir katacağı düşüncesiyle yemek yemeyi reddetmiş ve 29,5 kilograma kadar düşerek besin yetersizliğinden dolayı Princeton hastanesinde ölmüştür (Duzi, 2017: 4).

Dil alanındaki başarısına rağmen, Avusturya-Macaristan İmparatorluğunun yıkımında doğal olarak Çek vatandaşı olan Gödel, hiçbir zaman bu dili öğrenmemiştir. Bu dilde eğitimi de reddeden Gödel, ağabeyinin de tıp eğitimi aldığı Viyana Üniversitesi'nde teorik fizik ve matematik alanlarında yetiştirilmek üzere eğitimine başlamıştır. Burada eğitim alırken matematik-mantık-felsefe alanlarına kaymış, eğitimini bu doğrultuda tamamlamıştır. Viyana çevresinde pozitivist-mantıkçılar ve emprist-mantıkçılar arasında bulunmuş olup, özellikle pozitivist-mantıkçı Rudolf Carnap'tan etkilenmiştir (Duzi, 2017: 2). Gödel özel olarak "Principia Mathematica" ve Hilbert programları üzerine çalışmalar yapmıştır. Bu çalışmalar sonucunda, günümüzde hala şaşkınlık uyandıran ve felsefi açıdan derin etkiler bırakan ünlü teoremlerini yazmıştır.

3.3.1 Matematiksel Düşüncenin Formelleşmesi Çabasında Gödel Darbesi

Gödel'in 1931'de yayımlanan ünlü makalesinde, oluşturduğu iki teoremi hem matematiksel hem de meta-matematikseldir. A priori olarak ispatlanan bu teoremler bir de matematik hakkında durum açıklayan sonuçlar taşır. Bunlar, düşünsel bazda matematiksel doğrulukların genel doğası üzerine konuşan teoremlerdir. "Gödel'in teoremleri kısaca halis (pür) matematiği, matematiksel düşünme diliyle yakalamaya çalışmaktadır" (Goldsteın, 2005: 27). Kullandıkları üst dil ile bu teoremler, matematiksel düşünme dilinin hem içinden hem de dışından konuşmaktadırlar.

Gödel'in meta-matematiksel dille yazılmış ünlü teoremleri, "Principia Mathematica ve İlişkili Dizgelerin Biçimsel Olarak Kararlaştırılamayan Önermeleri Üzerine" isimli makalesinde, "Principia Mathematica" adlı yapıt üzerine yaptığı çalışmaların bir sonucudur. Bu çalışmasında, Russell ve Whitehead tarafından kaleme alınan üç ciltlik "Principia Mathematica"nın kendi kendisinin konusu olduğunu, başka bir deyişle Principia Mathematica sisteminin formüllerinin birbirleriyle ilgili konuşan ya da kendileri hakkında konuşan formüller gibi olduğunu göstermeyi başarmıştır. Gödel, "Principia Mathematica" nin kendisi hakkında "Bu formül, "Principia Mathematica"nin kuralları doğrultusunda ispatlanamaz" dediğini fark etmiştir. Saussurecü yaklaşımla ifade etmek gerekirse, "üzerine konuşulan şey, matematiksel düşünmenin dilinin kendisi" olmuştur.

3.4 Gödel Kanıtlaması

Dolayısıyla, her bilim dalının imrendiği düşünsel matematiğin, alabildiğine somutlaşmış mantıkla pekişmiş formel halinde yaşanan bu handikap Gödel tarafından matematiğin kağıt üzerinde kuruluşuna büyük bir darbe olmuştur. Çünkü O, doğru bir ifadenin "Principia Mathematica" sisteminin kurallarıyla doğruluğunun ispatlanamayacağını göstermiş; ispatlanamamasının sebebini ise tamamen anlamlı olan bu önermelerin a priori doğruluğuna bağlamıştır ve bu durumun, basit sistemler haricinde, tek bir sistemde değil, "Principia Mathematica" içindeki her sistemde geçerli olduğunu göstermiştir. Özetlemek gerekirse, Leon Weber'in (2017: 1-4) makalesinden yola çıkarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

1. Gödel'in ilk eksiklik teoremi: Doğal sayılar kümesi (her doğal sayı bir tamsayı olduğundan, küme kapsamı tamsayı olarak da alınabilir) üzerinde yapılan toplama ve çarpma işlemine göre (N, +, ·) sisteminde doğruluğu ispatlanamayan doğru önermeler vardır.

2. Gödel'in ikinci eksiklik teoremi: Doğal sayılar kümesi (her doğal sayı bir tamsayı olduğundan, küme kapsamı tamsayı olarak da alınabilir) üzerinde yapılan toplama ve çarpma işlemine göre (N, +, ·) sisteminin tamlığı bu sistemin kendi içinde kanıtlanamaz.

Bu sebepten Gödel'in buluşları, matematiğin sarsılmazlığını, Pisagor ve Platon'dan beridir insan entelektüelitesinin ve aklının ulaşabileceği en üst idealardan biri olduğu fikrini temelden sarsmıştır. Çünkü matematiğin çözülemez problemlere kendi içinde sahip olduğunu ve asla tam-kapalı bir sistem olarak kendini tamamlayamayacağını göstermiştir (Goldsteın, 2005: 28). Gödel, kumdan kaleyi yıkmıştır.

Descartes'in felsefeyi, geometrinin dizgelerinden faydalanarak tümdengelimsel akıl yürütmenin sarsılmaz unsurlarını taşıyan kaleye çevirme çabası gibi, Spinoza da ünlü yapıtı

“Ethica”da, Tanrı ve tabiatı bütünleştirme çabasında geometrik dizgeleri kullanarak, tamamen tümdengelimsel bir akıl yürütme yöntemiyle, metafiziğine geometrinin sarsılmaz görünümünü kazandırmayı başarmıştır.

> Spinoza böylece din felsefesi, fizik, bilgi teorisi, psikoloji ve ahlakı tek bir kadronun sınırları içine koyabiliyor. Nitekim nedensellik kanununun kesin tatbiki yardımı ile realizmin gelişmesi onda insanın Tanrı ile mistik birleşmesine (ayn’ül-cem) engel olmamıştır, hatta onu kolaylaştırır. Şunu da katalım ki bu büyük ve çeşitli fikir zincirlenmesi geometrik bir tarzda (more geometrico) teoremler ve kanıtlar şeklinde açıklanmıştır. (Spinoza, 2006: 15)

Oysa Gödel’den sonra görülmektedir ki bu tümdengelimsel akıl yürütme kökenli dil, sanıldığı kadar sağlam bir sistemler bütünü alt yapıya sahip değildir. Aslında “Principia Mathematica”yı çökerterek Gödel, matematiksel düşüncenin katı aksiyomatik sistemlerle yakalanabileceği, tam görüntüsünün elde edilebileceği ümitlerini de beraberinde yıkmıştır. Bu doğrultuda ele alındığında, Gödel’in 1. ve 2. eksiklik teoremleri, matematiğin ve matematiksel düşünce dilinin temeline bir saldırıdır. Beraberinde mantıkçıları, matematikçileri ve filozofları matematiğin birdenbire büründüğü gizemin içine sürüklemiştir. Poincaré’nin, matematiği, “temelleri kumdan zemin üzerine kurulu bir saray”a benzetmesi bu sebepten olsa gerek. Gödel teoremleri, formel sistemlerin temel iki amacına (tutarlılık ve tamlık), son derece basit dizgeler dışında, gerçekleşme olanağı tanımamaktadır (Yıldırım, 1996: 65). Başka bir deyişle**,** eğer dil sistematik ise her göstergesinin, Saussurecü yaklaşımla o sisteme ait olması gerekir, dolayısıyla aritmetik dâhil olmak üzere matematiğin hiçbir dalında tutarlılık, o dizgenin el verdiği yöntemle, ispatlanamıyorsa, başka bir dizgeden alınacak yardımcı bir aksiyom seti, dâhil edileceği sistemin kendi göstergesi olamayacaktır. Bu koşul değerlendirildiğinde, matematiksel düşünce dilinin aksiyom-postulat temelli sisteminin bir engeller silsilesi taşıdığı görülmektedir.

Gödel’den sonra, bilimsel disiplinlerin birbirleriyle ve toplulukları dışındakilerle en iyi anlaşma diline sahip olmasını sağlayan matematiksel düşüncenin kesinliği fikrine -özelde elbette ki matematikten daha kesin, net bir bilim olamayacağı fikrine- sadık kalmak mümkün olabilir mi? Kaldı ki bilimde dilsel kesinliğin orijini gibi görülen matematik, mantıksal açıdan ne kadar dedüktif olursa olsun kendi kesinliğini kanıtlayamayacak ve onlarsız da yapamayacağı temel taşları olan aksiyomlardan ayrı düşünülemeyecektir.

> Gödel 1931’de kaba bir anlatımla, matematiksel bir sistemin tutarlılığına ilişkin her ispatın, kesin bir çelişki içerdiğini gösterir. Yani matematikte tutarlılık ispatına yönelik bir girişim tutarsızlığa yol açmaktadır. Bugüne değin Gödel’in bu buluşunun geçersizliği ne yazık ki ortaya konamamıştır. Aslında bu sonuç yalnız matematik için değil, tüm bilim için önemli bir olaydır (Yıldırım, 1996: 203).

Temeldeki bu taşların (aksiyom/postulat/teorem vb.) doğrulukları, dahil oldukları sistem içerisinde ispatlanamazken, matematiksel sistemler hala inşa edilmeye devam etmektedir. Bunun açık sebeplerinden biri, bir matematikçinin, matematikçi-filozoftan farklı olarak nesnenin doğasıyla değil; soyut yapısıyla, onun formel sistem üzerindeki açıklanışıyla ilgilendiği ve kullandığı matematiksel dil temelinin zayıf olup olmadığına bakmadan ispatlarını elindeki öncüllerinin dedüktif çıkarsamasından yaptığı gerçeğidir. Oysa bir matematikçi-filozof önceliğini matematiksel ispat sonucuna vermez, bilakis bu ispatın öncüllerinin temellerine iner yani araştırmasına aksiyom ve biraz daha sentetik hali olan postulatların nereden geldiği sorgusuyla başlamaktadır.

3.4.1 Eşleme Fikrinin Gödel Kanıtlamasındaki Yeri

Gödel, matematiksel düşünmenin dilini kullanarak, "Principia Mathematica"'da meta-matematiksel bir yöntemle Richardian paradoksuna benzer bir paradoks elde etmiştir. Gödel, eşlemesini göstergebilimsel dil kullanarak, matematiksel düşünme dili hakkında konuşacak üst-aritmetiksel tümceler üreterek yapmıştır. Kullandığı meta-matematiksel cümle sonuç olarak şunu söylemektedir: "G formülü, Principia Mathematica'nın kuralları kullanılarak ispatlanamaz" (Nagel ve Newman, 2001: 68). Matematikteki aksiyomatik sistemlerin temeline ve dolayısıyla matematik diline bir saldırı gibi karşılanan bu gerçeklik uzunca süreler matematikçilerin görmezden gelmeye çabaladıkları realite olmuştur. "…ne herhangi bir şahsın ne de bir topluluğun, gösterge kurulduktan sonra onu değiştirme gücü yoktur" (Holdcroft, 1991:12). Gödel, bu göstergeler bütününü sarsmayı başarmış olsa da matematiğin kendine has bütünlüğü neticede kaybolmamıştır. Doğru anlamak için en başa dönerek takip edecek olursak, Gödel öncelikle, benzerlik kurduğu Richardian paradoksunun izlediği yolu takip ederek; "bir n sayısının Richardian olabilmesi için n'in Richardian olmaması gerekir" sonucunun bir benzerini elde etmiştir. Richard paradoksunu yakından görerek Gödel'in yol haritasını daha iyi anlayabiliriz.

3.4.2 Richard Paradoksu

Asal sayıların pür aritmetiksel özelliklerinin formüle edileceği ve tanımlanacağı herhangi bir dili ele alarak bu dilde söylenebilecek tanımlar incelenecek olursa; Asal sayılar, "1'den ve kendinden başka hiçbir tamsayıyla bölünmeyen sayılardır" biçiminde tanımlanabilir.

> Bu tanımlardan her birinin ancak sonlu sayıda sözcük içereceklerini, dolayısıyla sonlu sayıda abece harfi içereceklerini rahatlıkla görebiliriz. Buna göre tanımları dizisel bir sıraya göre yerleştirebiliriz.

> Eğer bir tanımdaki var olan harflerin sayısı, bir diğer tanımın harflerinin sayısından küçükse, ilk tanım diğerinden önce yazılacaktır ve eğer iki tanım da aynı sayıda harfe sahip ise bunlardan hangisinin önce geleceği, her birinin sahip olduğu harflerin abecedeki sırasına bağlıdır. Bu sıra temel alınarak her bir tanıma bir tek tamsayı karşılık gelecektir ve tanımın dizideki yerini temsil edecektir. Örneğin, en az sayıda harfe sahip tanım 1 sayısına karşılık gelecek, dizide bundan sonra gelen tanım 2 sayısına karşılık gelecek ve bu böyle sürecektir (Nagel ve Newman, 2007: 78-79).

Görüldüğü üzere her bir tanım kendisine karşılık gelen bir tamsayı ile ifade edilerek nomanklatüralist bir yaklaşımla bir dizin elde edilmek suretiyle üst-dil inşa edilmiştir. “Dil ve Mantık daim biçimde kendi kavramsalı ile ele alınmış, arada oluşturduğu köprü ve mantık bir episteme meselesi biçiminde hep akıl-nesne şeklinde alınmıştır” (Doğrucan, 2017: 1).

> Her tanıma bir tek tamsayı karşılık geldiğinden, bazı durumlarda tanımın belirttiği özelliklerle ona karşılık gelen tamsayının aynı özelliklere sahip olduğu durumlar olabilir. Örneğin, “1’den ve kendinden başka hiçbir tamsayıyla bölünemez” tanımındaki deyimin sıra sayısının 17 olduğunu varsayalım; 17’nin kendisinin tanımdaki deyimle aynı özelliğe sahip olduğu açıktır. Öte yandan, “bir tamsayının kendisiyle çarpılmasından elde edilen” tanımındaki deyimin sıra sayısının 15 olduğunu varsayalım; 15’in deyimde belirtilen özelliğe sahip olmadığı da açıktır. İkinci örnekteki durumu, 15 sayısının Richardcı özelliğe sahip olması biçiminde betimleyelim; bu durumda ilk örnekteki 17 sayısı da Richardcı olma özelliğine sahip olmayacaktır. Genel olarak, “x’in Richardcı olması”nı “x’in tanımlar kümesinde karşılık geldiği sayının tanımda belirtilen özelliğe sahip olmaması” olarak kısaca ifade edebiliriz (Nagel ve Newman, 2007: 78).

Oluşturulan bu üst dilde dikkat edilmesi gereken husus, nomanklatürist yaklaşımın hiç terk edilmediğidir. Yeni bir yaratım adına özel olarak kurulmuş bu üst-dil sisteminde kendisiyle aynı özelliğe sahip olan sayıların kümeden çıkarılmasıyla elde edilen bir sınıf söz konusudur.

> Richardcı olma özelliğini tanımlayan deyim açıkça tamsayıların sayısal özelliklerini betimlemektedir. Dolayısıyla tanımın kendisi de yukarıda sözü edilen tanımlar dizisine aittir. Yani bu tanımın kendisine de karşılık gelen ve onun yerini belirleyen bir tamsayı vardır. Bu sayının n olduğunu varsayalım. Şimdi Russell paradoksunu anımsatan bir biçimde şu soruyu soralım: n Richardcı mıdır? … Çünkü n, yalnız ve yalnızca karşılık geldiği tanımlayıcı deyimin belirttiği özelliğe sahip değilse Richardcıdır (yani n Richardcı olma özelliğine sahip değildir). Kısaca, n Richardcıdır yalnız ve yalnızca n Richardcı değilse; yani n Richardcıdır önermesi hem doğrudur hem de yanlış. … Richard Paradoksunun inşasında kullanılan usavurma, … üst matematiksel önermelerin yeterince anlaşılır bir biçimsel dizge sayesinde, dizgenin içinde bire-bir eşlenebilmesinin ya da yansıtılmasının olanaklı olduğunu düşündürtüyor. … Bu özellik, Gödel’i kanıtlamasının inşasında uyaran unsur olmuştur. … Eşleme fikrinin değerlendirilmesi Gödel’in ünlü makalesindeki uslamlamanın anahtarıdır (Nagel ve Newman, 2007: 79-81).

3.4.3 Gödel Sayılaştırması

Gödel teoremi, bize matematiksel düşünmede kullanılan dil bazında olabilecek en basit görünümlü formel sistemlerden birine sahip tamsayıların aritmetiğinin, düşünebileceğimizin de ötesinde bir karmaşıklığa sahip olduğunu göstermiştir. Kendi dönemi içinde mantıkçı-filozofları da bu tür sistemlerin anlaşılır olamayacak kadar kökensel karmaşaya sahip olması, oldukça düşündürmüştür. Gödel kendi yöntemiyle, sayılaştırmayla, bu karmaşıklığın ispatını vermiştir.

> Gödel, tüm bilinen aritmetiksel yazımların (notasyonların) ifade edilebileceği ve aritmetiksel bağıntıların kurulabileceği bir biçimsel dizge (hesap) betimledi: biz buna "PM" adını veriyoruz. Biçimsel dizgenin tamdeyimleri, temel söz dağarını oluşturan bir dizi temel imle inşa edilmiştir. Bir başlangıç tamdeyimleri (ya da aksiyomları) kümesi en temelde durmaktadır ve biçimsel dizgenin teoremleri de özenle sıralanmış bir dönüşüm kuralları (ya da çıkarım kuralları) kümesinin yardımıyla aksiyomlardan türetilebilen tamdeyimlerdir. Gödel, ilkin her temel ime, her tamdeyime (ya da imler dizisine) ve her kanıtlamaya (ya da tamdeyimlerin sonlu dizisine) bir tek sayı karşılık getirilebileceğinin olanaklı olduğunu göstermiştir. Ayırıcı bir işaret ya da bir etiket gibi işlev gören bu sayılara, imin, tamdeyimin veya kanıtlamanın "Gödel sayısı" denir (Nagel ve Newman, 2007: 84-85).

Tablo 3.1 Sabit İmler ve Gödel Sayılaştırması

Sabit İmler	Gödel Sayısı
~	1
V	2
→	3
∃	4
=	5
0	6
s	7
(	8
)	9
,	10
+	11
x	12

Kaynak: Nagel ve Newman, 2007: 86

Yukarıda "sabit imler" ve karşılıkları olan Gödel sayıları görülmektedir. Gödel, burada her bir göstergeye farklı bir anlam karşılık getirerek matematik üzerine yeni bir "üst-dil" (meta-matematiksel dil) geliştirmiştir. Burada, Gödel gösterge-anlam eşleşmesinde 1 (bir)'den başlayarak aritmetikleştirme yapmıştır. Aşağıdaki tabloda ise “sayısal değişkenler” ve karşılıkları olan Gödel sayıları görülmektedir. Tablodan görüldüğü üzere sayısal değişkenler, 12’den büyük en küçük asal sayı ile başlamak suretiyle, parametreler-asal sayılar arasında gösterge-anlam ilişkisi içerisinde bağlantılandırılmıştır.

Tablo 3.2 Gödel Sayısal Değişkenleri

Sayısal Değişkenler	Gödel Sayısı
x	13
y	17
z	19

Kaynak: Nagel ve Newman, 2007: 88

Şimdi Principia Mathematica’nın bir tamdeyimini, örneğin “(∃x) (x=sy)” tamdeyimini ele alalım. (Bu tamdeyim şöyle okunuyor: Öyle bir x vardır ki bu x, y’nin ardılıdır”; bu tamdeyim aslında y değişkeni hangi sayının yerinde durursa dursun, onun bir ardılı olduğunu söylüyor). Bu tamdeyimin on oluşturucu temel imine karşılık gelen sayılar sırasıyla şunlardır: 8,4,13,9,8,13,5,7,17,9.

Şimdi bu karşılık gelmeyi gösterelim:

$$\begin{array}{cccccccccc} (& \exists & x &) & (& x & = & s & y &) \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 8 & 4 & 13 & 9 & 8 & 13 & 5 & 7 & 17 & 9 \end{array}$$

Bir tamdeyime karşılık gelecek tek bir sayı, büyüklük sırasına göre dizilen asal sayıların, tamdeyimde karşılık geldikleri imin Gödel sayısına göre kuvvetleri alındıktan sonra birbirleriyle çarpılmasıyla bulunacak sayı olacaktır. Böylece yukarıdaki tamdeyime şu sayı karşılık gelecektir:

$$2^8 x 3^4 x 5^{13} x 7^9 x 11^8 x 13^{13} x 17^5 x 19^7 x 23^{17} x 29^9$$

Bu çok büyük sayıya m diyelim. … Bu yöntemi uygulayarak her tamdeyim dizisi için bir sayı elde edebiliriz. Özetlersek, “Principia Mathematica” biçimsel dizgesindeki her deyime, ister bir temel im olsun ister bir imler dizisi olsun, bir tek Gödel sayısı karşılık getirilebilir. … Bu durumda ona karşılık gelen deyim tam olarak belirlenebilir. Bu programı izleyerek herhangi bir sayı verildiğinde bu sayıyı bir makine gibi incelemeye alabiliriz, nasıl inşa edildiğini, nelerden oluştuğunu keşfedebiliriz ve bu sayının öğelerinden her biri temsil ettiği deyimin bir öğesine karşılık geldiğinden, bu deyimi yeniden kurabiliriz ve yapısını çözümleyebiliriz (Nagel ve Newman, 2007: 89-90).

3.4.4 Üst-Matematiğin Aritmetikleştirilmesi

Gödel burada tıpkı bir dilbilimci gibi kendi kurduğu meta-matematiksel dil sistemin içeriksel olarak kendisi hakkında konuşmasını sağlamıştır.

> Gödel'in bundan sonra yaptığı, eşlemenin dahice bir uygulamasıdır. Gödel, biçimsel dizgenin içindeki deyimlerin yapısal özellikleriyle ilgili tüm üst-matematiksel önermelerin, biçimsel dizgenin kendi içine yansıtılabileceğini göstermiştir. Bu yöntemin altında yatan fikir şudur: "Principia Mathematica"daki her deyime belirli bir sayı (Gödel sayısı) karşılık geldiğinden, biçimsel deyimler hakkındaki ve onların birbirleriyle olan tipografik bağıntıları hakkındaki üst-matematiksel önermelerin, onlara karşılık gelen sayılar (Gödel sayısı) hakkındaki ve bu sayıların birbirleriyle olan aritmetiksel bağıntıları hakkındaki önermeler olduğu öne sürülebilir. Bu yolla üst-matematik tümüyle "aritmetikleştirilmiş" olacaktır (Nagel ve Newman, 2007: 92).

Tablo 3.3'de verilen bir sayının Gödel sayısı olup olmadığından nasıl emin olabileceğimizi ve bu arada simgelediği deyiminin ne olduğunu nasıl bulabileceğimizi de göstermektedir.

Tablo 3.3 Gödel Sağlaması

A	243.000.0000
B	64X243X15.625
C	$2^6x3^5x5^6$
D	656 ↓↓↓ 0=0
E	0=0

Kaynak: Nagel ve Newman, 2007: 93

> Şimdi dikkatimizi daha karmaşık bir üst-matematiksel önermeye yöneltelim: "x Gödel sayılı tamdeyimler dizisi, z Gödel sayılı tamdeyimin ("PM" içindeki) kanıtlamasıdır". x ile z arasındaki bu bağıntıyı, dem(x,z) olarak yazıyoruz. Küçük harf "d" ile yazılan "dem" bu sayı-kuramsal bağıntının karşılık geldiği üst-matematiksel bağıntıyı…bize anımsatması için seçildi. (Nagel ve Newman, 2007: 96)

D'nin ise Gödel'in Karşılıklılık Lemması aracılığıyla "Principia Mathematica"da bu bağıntıyı biçimsel notasyonla ifade eden bir tamdeyim olduğunu hatırlatmakta yarar var.

> Bu tamdeyimi onun biçimselliğine işaret edecek şekilde büyük harf "D" ile Dem(x,z) olarak yazacağız. Şu ayrıma dikkat edelim: "dem(2,5)", 2 ve 5 sayıları hakkında anlamlı bir önermedir (anlamlıdır ama açıkça yanlıştır çünkü 2, herhangi bir kanıtlamanın Gödel sayısı değildir ve 5, bütün bir tamdeyimin Gödel sayısı değildir); öte yandan onun biçimsel karşılığı olan "Dem(ss0, sssss0)", PM'nin bir zinciridir

ve ne doğrudur ne de yanlış, sadece anlamsızdır…"Principia Mathematica" içindeki "Dem(x,z)" tamdeyiminin varlığı bize çok önemli bir şey söylemektedir: "şunlar- ve-şunlar "Principia Mathematica"'nin kuralları ile bunlar-ve-bunları kanıtlamaktadır" biçimine sahip doğru üst-matematiksel bildirimler, PM'nin teoremlerine yansıtılmışlardır. Benzer şekilde, "şunlar-ve-şunlar "Principia Mathematica"'nin kuralları ile bunlar-ve-bunları kanıtlamaktadır" biçimine sahip her doğru üst-matematiksel önerme "~Dem(sss…sss0, sss…sss0)" biçimine sahip bir "Principia Mathematica" teoremi tarafından yansıtılır, tabii uygun sayıda "s" kullanılarak. Demek ki Gödel'in haritalaması sayesinde "Principia Mathematica", kendi hakkında sağlam bir şekilde konuşabilme gücüne sahip görünüyor… (Nagel ve Newman, 2007: 97-98).

3.4.5 Gödel Uslamlamasının Özü

Gödel'in makalesinin oldukça sade bir yansıması olan bütün bu açıklamalar en nihayetinde Gödel'in amacını anlaşılır kılmak için gerçekleştirilmiş bir çabanın ürünüdür. Bilinmektedir ki Gödel'in makalesi gerçek anlamda anlaşılmaktan uzak ağır bir üst-dilde yazılmıştır. Matematikçiler tarafından uzunca süreler bu makalenin nasıl daha sade bir hale getirilebileceği üzerine kafa yorulmuştur. Anlaşılması özel çaba gerektiren ve ciddi bir dilsel süzgeçten geçen bu uslamlamanın özü, aşağıda alıntılandığı gibidir.

Gödel,

(i) "Principia Mathematica"ya ait olan ve "G tamdeyimi "Principia Mathematica"'nın kurallarını kullanarak kanıtlanabilir değildir" üst matematiksel önermesini temsil edecek bir G tamdeyiminin nasıl inşa edilebileceğini gösterdi. Bu tamdeyim açıkça kendisinden söz ederek kanıtlanabilir olmadığını ifade etmektedir. Gödel'in uslamlamasında G tamdeyimine bir g sayısı (yani onun Gödel sayısı) karşılık gelmektedir ve bu tamdeyim "g sayısına karşılık gelen tamdeyim kanıtlanabilir değildir"e karşılık gelecek bir biçimde inşa edilmiştir.

Ancak Gödel,

(ii) ayrıca G'nin yalnız ve yalnızca onun biçimsel değillemesi olan ~G kanıtlanabilir ise kanıtlanabileceğini göstermiştir. Uslamlamadaki bu basamak da n'nin yalnız ve yalnızca Richardcı değilse Richardcı olacağını söyleyen Richard Paradoksundaki basamağa benzerdir. Ancak, bir tamdeyimin hem kendisi hem de onun değillemesi biçimsel olarak kanıtlanabilir ise "Principia Mathematica" tutarlı değildir. Buna göre, "Principia Mathematica" tutarlıysa ne G ne de ~G aksiyomlardan biçimsel olarak türetilebilir. Dolayısıyla, eğer "Principia Mathematica" tutarlıysa G, biçimsel olarak karar verilemeyen bir tamdeyimdir.

Yani

$$(\exists y)\sim(\exists x)\mathrm{Dem}(x,y)$$

(Bazı y sayıları, hiçbir x için dem(x,y) bağıntısını sağlayamaz)

Gödel, daha sonra gösterdi ki

(iii) her ne kadar G biçimsel olarak kanıtlanabilir değilse de doğru bir aritmetik tamdeyimdir…

Basamak

(iv) G'nin hem doğru olduğu hem de ("Principia Mathematica" içinde) biçimsel olarak karar verilebilir olmadığı için, "Principia Mathematica"'nın eksikli olması (tam olmaması) gerektiği anlaşılmıştır. Başka bir deyişle, tüm aritmetiksel doğrulukları "Principia Mathematica"'nın kurallarından ve aksiyomlarından çıkarımlayamayız. Ayrıca Gödel, "Principia Mathematica"nın özsel olarak da tam olmadığını ortaya koymuştur; yani "Principia Mathematica"'ya, doğru G tamdeyimini yeni aksiyom kümesinden türetilebilecek biçimde ek aksiyomlar (ve kurallar) katılsa bile, başka bir doğru G' tamdeyimini bir önceki durumda olduğu gibi inşa etme olanağı vardır ve G' bu yeni dizgede yine biçimsel olarak karar verilemeyecek bir tamdeyim olacaktır…

Daha sonra,

(v) Gödel, "PM" tutarlıdır" üst-matematiksel önermesini temsil edecek "PM"'ya ait bir A tamdeyiminin nasıl inşa edilebileceğini betimledi ve "A→G" tamdeyiminin PM içinde kanıtlanabilir olduğunu gösterdi. Son olarak, A tamdeyiminin "PM" içinde kanıtlanabilir olmadığını gösterdi. Bundan çıkan sonuç ise şudur: "PM"'nin tutarlılığı, "PM"'nin bizzat kendisinin oluşturmuş olduğu biçimsel akıl yürütme dizgesi içinde yansıtılabilecek şekildeki bir mantıksal akıl yürütme zinciri ile ortaya konamaz. (Nagel ve Newman, 2007: 103-114)

Bu çerçevede yeniden tekrarı yazılabilecek olan ifade şudur: "Principia Mathematica" tutarlı formel bir hesaba sahip ise ne G ne de ~G formülleri ispatlanabilirdir. Kısacası eğer "Principia Mathematica" tutarlıysa o halde G formel olarak karar verilemezdir. Buradan hareketle tutarlı bile olsa matematik sistemler "TAM değildir", sonucuna ulaşılır.

Matematik için bir genelleme yapılmak istenirse denebilir ki özelde tamsayılarda olsa da genel anlamda kesinliğinden şüphe etmediğimiz tüm matematiksel düşünme sistemlerinde de karar verilemez ya da doğrulanamaz formüller, teoremler bulunmaktadır.

Matematiğin diğer tüm disiplinler üzerindeki dilsel sirayetini hesaba katarsak aşağıdaki genellemeyi elde etmiş oluruz:

a. (Gödel'in ilk teoremi) Bir sistem içinde kararsız yapılar vardır. Bunların doğrulukları ispatlanamadığı gibi yanlışlıkları da ispatlanamaz.

b. (Gödel'in ikinci teoremi) Formel bir sistemin tamlığı sistemin kendi içinde ispatlanamaz. (Goldstein, 2005: 23)

3.5 Gödel'den Sonra Matematiğin Diğer Bilimlerdeki Yeri

Gödel'e kadar, matematiksel düşünme dilinin net ve ortak biçime sahip olması, bu dilin, topluluğun kollektif şuuruna hitap eden ve bu topluluğun konuşma yani kendini düşünceden sese aktarma aracına dönüşmüş olması tüm disiplinler adına olabilecek en güzel şey olagelmişti. Gödel'le birlikte matematiksel düşünme dilinin biçime kavuştuğu yerde, tamlığının ve tutarlılığının sorgulanır hale gelmiş olması, salt biçimsel dille yazılabilecek matematiğin kesinliğinden kuşku duymayan ve dogmatik bir yaklaşımla matematiksel düşünme dilini, disiplin ayırt etmeden tüm bilim dünyası için ortak tek dil olarak gören bir matematikçi, mantıkçı filozof için şok edici bir durumdur. Bundan sonra da ister istemez matematiksel düşünmenin dilsel doğruluğu da tutarlılığı ve tamlığı ile birlikte sorgulanır olmuştur. Denilebilir mi ki matematiksel düşünme dili, işe yararlılığı devam ettiği sürece diğer disiplinlerin dili olarak sabittir?

Ekonomi, teknik bilimler, deneysel disiplinlerin yanı sıra psikoloji, sosyoloji ve hatta arkeolojiye kadar uzanan geniş bir bilimsel bilgi yelpazesinin aktarım dili olarak var olan ve her bir disiplin için ayrı anlamlar kazanarak ciddi bir gösterge hazinesine sahip olan matematiksel düşünme dili, tamlığı sorgulanırken, tüm bu disiplinlerden soyutlanacak olursa nasıl bir ortak dil üretimi beklenebilir? Öyle ise sabitliği, sağladığı yarardan kaynaklıymış gibi görünen bu özel dile sahip matematiğin faydası olduğu sürece kullanımında devamlılık, Saussure’den yola çıkarak haklı sebeplere bağlanabilir.

Birçok filozof, mantıkçı ve matematikçi soyut edimsel yeteneğin en derin kullanıldığı, empirik verilerden uzak olmasına rağmen nesnel gerçekliğe eliyle dokunan matematiği ve matematiksel düşünme dilini artık sorgulanır bulduğu için diğer deneysel kökenli ya da sosyal ve insani bilimlerin de gerçekliğini, doğruluğunu şüpheli bulur hale gelmiştir. Tüm bu gelişmelerden sonra bilim felsefesinin, bilimin ve bilimselliğin kökenini disiplinlerin kuramsal dil kazanması ya da matematiksel düşünme dilini kullanmadaki becerilerine bağlama noktasındaki arayışlarında tersi bir hareketle kayma yaşadığı düşünülebilir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM
GÖDEL'İN YARATTIĞI KIRILMALARIN SAUSSURECÜ YAKLAŞIMLA BİLİME ETKİLERİ

4.1 Gödel'den Sonra Bilimin ve Bilim Felsefesi

Bir disiplinin, matematiğin dilinin kesinlik ölçütü olarak kabul edilmesinden dolayı matematiksel düşünme diliyle betimlenmiş olduğu ölçüde bilimsel olduğu savı, bir mantıkçı-matematikçi filozofun ortaya koyduğu kabul edilmesi zor gerçek yüzünden terk edilmiştir. Kesinlik ölçütü matematiksel düşünme dili iken bu defa matematikçi filozoflar kendi sistemlerindeki eksikliğin nasıl kapatılacağını sorgulamaya başlamıştır; bu durumda istediği kadar kuramsal olsun, fizik, kimya, biyoloji gibi deneysel bilimlerin bilimsellik ölçütü ne olacaktır?

Gödel'in mantık ve matematikte yarattığı kırılmalar, sonuç itibariyle bu disiplinlerin etkisi altında bulunan tüm diğer disiplinlerde de büyük depremlere sebep olmuştur. En uzak kullanım alanlarına sahip sosyal içerikli bilimler bile artık "gereklilik" ölçütü olarak kullandıkları matematiksel düşünme dilinin, onlara sadece "şimdilik yeter" derecede kesinlik sağladığını görmüşlerdir. Saussure'ün, dilin kullanımının sosyal içeriği üzerine söylediği bir cümle ile ne denmek istendiği daha iyi anlaşılabilir. "Her değişim, genel kullanım için kabul görmeden önce belli sayıdaki bireyler tarafından kullanılmaya başlanır" (Holdcroft, 1991: 33). Dolayısıyla bilim insanları şu ana kadar elle tutulur daha kesin başka bir doğrulama dili olmadığına göre, matematiği ve matematiksel düşünme dilini kullanmaya devam etmek zorundadırlar.

4.2 Matematiksel Düşünme Temelli Bilimsel Kurulumda Teorik Fizik Gelişimi

Matematikte yaşanan ve diğer alanlara da sirayet eden, "dilsel olarak tanımlanamaz" kavramlarla temel kurma sorununun bir benzeri, matematiksel düşünme dili temelli olduğundan dolayı matematiğe yakınlığıyla bilinen kuramsal fizikte de baş göstermiştir. "Kuramsal fiziğin kurucusu" unvanını hakkıyla elinde tutan Newton, "Doğa Felsefesinin Matematiksel İlkeleri (1687)" adlı yapıtında, "uzay", "zaman", "hareket" gibi terimleri tanımlamaksızın; "kütle", "kuvvet" vb. birkaç terime ilişkin sekiz tanımla başlamıştır" (Yıldırım, 1996: 105). Newton, "uzay" ve "zaman" terimlerini tanımlamaksızın kullanmışsa da onlara bağımsız ve gerçek bir varlık vermiştir. Bu durum bize Platon'un epistemolojisinde matematiksel düşünme dili nesnelerinin, oluşun değil varlığın bölgesinde bulunduğu fikrini anımsatmaktadır. Newton o zamanlar sırf "mekanik"e açık bir anlam verebilmek için bu yola başvurmuştur yani göstergelerini sabitlemek için anlama ihtiyaç duyarak, (gösterge-anlam) onlara bir varlık yüklemiştir.

Newton, kurduğu matematiksel düşünme dili temelli sisteminde çekim yasası ve hareket yasası üzerine aksiyomlar oluşturmuş ve bu şekilde tıpkı Öklid gibi O da kendinden önceki bilim adamlarının ilk bakışta pek bağlantılı görünmeyen çalışmalarını, tümdengelimsel bir teorinin teoremlerine çevirmiştir. Yine burada Newton, oldukça matematiksel düşünme dili içerikli doğa yasaları oluşturmuştur. Burada Saussure'den hareketle denebilir ki senkronik dilbilim, mantıksal ve psikolojik bağıntıyla, konuşmacıların kolektif şuurunda bir sistem içinde, birlikte var olan terimler ve formlar olarak düşünülebilir. (Holdcroft, 1991: 70) Elbette ki kullandığı dilin matematiksel olması sebebiyle o da tıpkı diğer matematikçi ve geometricilerin kullandığı yolu takip ederek matematik diline olabilecek en yakın dili, "teorik fizik" dilini öncelemiştir.

Matematik ile aynı kaderi paylaşacak olan teorik fizik, matematiksel düşünme dili yoluyla, doğanın görünen ve görünenin ötesindeki evrenin henüz ispatlanamamış teorilerinin (sicim teorisi, kuantum teorisi, türbülans gibi kaotik sistem formülasyonları vb.) temsil dilini elde etmiştir. Bundan sonra da kuramsal fizik, Lagrange'ın ve Riemann'ın, Öklid'in 5. Postulatı üzerine yaptıkları değişimlerle elde ettikleri Öklid-dışı geometrileri yardımıyla, Einstein'ın sihirli dokunuşunu beklediği ana kadar, içinde taşıdığı bazı çelişkilerle gelmiştir. Newton'un yerçekimi yasasını ele alacak olursak; evrensel kapsamda olan bu önermeler topluluğu yasa (artık değil), tümdengelimsel ispat yöntemlerinin yanı sıra sayısız denecek kadar tümevarımsal birçok testten geçmiş ve Newton'dan sonraki iki yüzyıl boyunca bilim dünyasında yasa gözüyle bakılacak kadar doğru kabul edilmiştir.

> Newton fiziği, ileri sürülüp benimsenen gelmiş geçmiş en başarılı ve önemli bilgi kuramıydı. Gözlemlenebilir dünyada her şey onu doğruluyor gibiydi: iki yüzyıldan uzun bir süre boyunca Newton fiziğinin yasaları yalnızca gözlemlerle değil, yaratıcı kullanımla da doğrulanmıştı çünkü bu yasalar, Batı bilim ve teknolojisinin temelini oluşturarak, yeni gezegenlerin varoluşundan, gelgitlerin devinimlerine ve makinelerin işleyişine değin her şeyin şaşırtıcı bir kesinlikle önceden kestirilmesine hizmet etmişti. Bilgi diye bir şey varsa, buydu; insanın kendi maddi çevresi hakkında gelmiş geçmiş en güvenilir ve kesin bilgi. Herhangi bir yasa, tümevarım yoluyla Doğa Yasası diye doğrulanmış idiyse bunları milyarlarca gözlem ve deney doğrulamıştır (Magee, 1990: 26).

Tüm yaşamsal ve bilimsel deneyimlerimizden biliyoruz ki birçok kuram ve teori yüzyıllarca hatta binlerce yıllık görünen dünyanın açıklama dili olma rütbesini, yaşamın gelinen noktasında dilsel ifade yetersizliği kaynaklı eksikliğinden dolayı başka kuramlara ve teorilere bırakmak zorunda kalmıştır. Öklid'in görsel uzaya yetersiz kalan geometrisi, Newton’un kütle çekim yasasında eksik kalan kuramı gibi sosyal içerikli kuramlar da bu eksikliğe örnek olarak gösterilebilir. Buradan yola çıkarak, Öklid gibi Newton’un da yerini, iki yüzyıllık başarılı serüveninden sonra Einstein’a bıraktığını görmekteyiz.

Nasıl ki adı Aristoteles ile anılan mantık bilimi, 2000 yıllık kesinlik koltuğunu ondokuzuncu yüzyıldan sonra kendisini içinde barındıran yeni mantık alanlarına, “bulanık mantık” “sembolik mantık” gibi yeni ön adlarla ve içeriklerle bıraktıysa; Öklid’in büyük saygı duyulan ve felsefede bile Descartes, Spinoza ve Kant gibi büyük filozoflar sayesinde kendisi için mekânsal olarak yer bulan geometrisi, eksikliğini 2000 yılı aşkın süre 5. Postulatında barındırdıktan sonra yerini Riemann geometrisi, Lobachevsky geometrisi, fraktal geometri, paraboller, hiperboller, topolojik uzaylar ya da kendine benzer içyapılar barındıran geometrilere bıraktıysa; Newton da kuramsal fiziğin başyapıtı olan yerçekimi kanunlarının yerini Einstein’ın, “evrensel yer çekimi” kuramına vermek zorunda kalmıştır.

Görülüyor ki matematiksel düşünme dilinde, sezgisel olarak başlayan Öklid’in 5. postulatına ilişkin kuşku ve doyumsuzluktan kaynaklanan, Öklid-dışı geometrilerin ortaya çıkmasıyla büyüyen bunalımın sonrasında gelen tutarlı geometrilerin (örneğin fraktal geometrinin boyutlarının kesirli olması sebebiyle, geniş ölçekte kullanım alanı bularak-dünya üzerinde değmediği disiplin neredeyse kalmamıştır-doğayı tasvir becerisinde ve spesifik olarak iktisat bilimi için doğru sonuçlar doğurmasından dolayı kullanım alanının Öklid geometrisinden geniş hale gelmesi ya da Lobachevsky geometrisinin Psikolojide görsel uzayı daha doğru tasvir ettiği için) Öklid geometrisine tercih edilmesi gibi matematiksel düşünme dili temelli fizikte, gözlemsel olarak rastlanan ve fakat diğer dogmatik yaklaşım sergileyen fizikçilerin, Newton fiziğindeki “zaman” konusunda gözlemlenen hata paylarını görmezden gelmelerine rağmen, Einstein, (Newton kuramında gördüğü gerçek bir fizik sorunu vardı ve bu sebeple gözlemsel olarak kuramın yanlışlığını ispatlayan durumları tespit ederek Newton kuramını yaşadığı güçlüklerden kurtarmaya çalışması) teorik fiziği geldiği noktada artık dogmatik olmaktan çıkarmış ve hatta ona post-modern bir görünüm kazandırmıştır.

> …yüzyılımızın başında Einstein, Newton’unkinden değişik bir kuram ileri sürmüştür. Einstein’ın kuramının doğruluğu üstüne görüşler türlü türlüydü ama ciddi bir ilgiye layık olduğu da uygulama kapsamının Newton’un kuramını geçtiği savı da yadsınamıyordu. İşte asıl önemli olan, bu noktanın kendisidir. Newton’un kuramına uyan bütün gözlemsel tanıtlar (ayrıca Newton’un kuramının haklarında herhangi bir şey söyleyemediği daha başkaları) Einstein’ınkine de uymaktaydı. … Dünya bütün o sayısız tanıtların Newton’un kuramını kanıtladığına inanmakla düpedüz yanılmıştı ama bütün bir uygarlık dönemi eşi görülmedik bir maddi başarıyla, ona dayanmıştı. (Magee, 1990: 26)

4.3 Bilimde ve Dilbilimde Post-Modern Yaklaşım, Gödel, Saussure, Einstein

Yukarıda birçok örnekle ifade edilmeye çalışılan şey, temelde bilimin; özelde bilimin düşünme ve kendini dışa vurma dili olan matematiksel düşünme dilinin kullanımının, gerek ve yeter ölçüde devam etmesi gerektiği üzerinedir. Kullanılan matematiksel dilin içinde barındırdığı eksikliklere Gödel ışığında kazandırılmış olan yeni perspektif sayesinde, matematiksel dilin eksikliğinden dolayı bir kenara bırakılması gerektiği fikrinden ziyade, post-modern bir yaklaşımla matematiksel düşünme dilinin formel kalıplara indirgenemeyecek kadar zengin olduğu ve sezgiselliğin de azımsanamayacak ölçüde matematiksel düşünme diline temel sayılabilecek aksiyomların a priori duruşunu desteklediği fikri doğmuştur. Saussure'ün dilbilimde yarattığı yeni akım günümüzde hala tüm canlılığıyla yaşamını sürdürmektedir. O da tıpkı Gödel gibi hangi alanda ya da toplulukta kullanıldığına bakılmaksızın bir dilin, sadece içi boş imlerden ve adlardan oluşturulamayacağına işaret etmektedir. Bir dilin topluluk içerisindekiler üzerindeki psikolojik altyapısını da oldukça önemsemektedir. (Holdcroft, 1991:63-82)

> Saussure için gösterge iki yönlü varlığı olan; gösteren ile gösterilen arasındaki bütünlüğü barındıran şeydir. Gösteren akustik bir resimdir (imgedir), örneğin, “kedi”nin göstereni ses değil, seslendirildiğinde oluşan imajdır (imgedir), bu yüzden psikolojik mahiyete sahiptir. (Holdcroft, 1991: 64)

Saussure'ün nomanklatüralizme karşı verdiği bu savaş Gödel tarafından Hilbert ve Russell gibi formalistlere ve hatta içinde yetiştiği mantıkçı-pozitivist ortama karşı verilmiş mücadeleden çok da farklı olmasa gerek. Görmekteyiz ki aynı mücadele teorik fizikte Einstein tarafından verilmiştir. Matematiksel düşünme dilinden aldığı güçle dogmatik yaşantısını büyük başarıyla sürdüren teorik fizik, Einstein'ın Riemann geometrisi kaynaklı (ve ayrıca üç boyutlu Öklid uzayına dördüncü boyut “zaman” kavramını yerleştirmesiyle) çığır açıcı özellikte ve şu ana kadar ki fizik dünya temsilinin en iyi yorum dili olması sıfatını kazanarak, post-modern bir yaklaşımla yeni bir görünüme kavuşmuştur.

Tüm bu filozof-bilim insanlarının ortak özellikleri, ellerindeki dil sistemini (matematiksel düşünme dili, konuşma ve yazma dili, matematiksel düşünme temelli teorik fizik temsili) sıfırlayıp yeniden kurmak değil, bilakis bu dillerin tamir edilir ve nispeten daha doğru sayılabilecek bir ölçütte ele alınmalarını sağlamış olmalarıdır. Bunun da ötesinde genelleme yapmak gerekirse sadece yukarıda bahsi geçen alanlarda değil, artık tüm bilimde göreceli bir yaklaşım yer tutmaya başlamıştır.

Birçok pozitif etkisine rağmen, matematiksel düşünme dilinde, dilbilimde ve diğer tümevarımsal açılımlı bilimsel yöntemde göreceli olma durumu beraberinde şüpheciliği de getirmektedir. Bu durumda bir disiplinin uyguladığı bilimsel yöntem ışığında (tümevarım, tümdengelim, olmayana ergi vb.) ne zaman ve hangi koşulları sağladığında bir bilimsel disiplin olarak sabitlik kazanacağını sorgulamak gerekmektedir. Burada Popper'ın mantık denetlemesinden faydalanmakta yarar görülmektedir.

4.4 Bilimde ve Bilim Felsefesinde Post-Modern Yaklaşım, Popper

Temelde bilim çevresindeki herkesçe kabul edilen unsur, bilimin ele alındığı boyutta bizi doğru yöntemle sağlam bilgiye ulaştırması gerektiğidir. Tümdengelimsel çıkarım yöntemine sahip tek disiplin olan matematiğin, matematiksel düşünme yöntemlerinde formalizmden uzak göreceli bir görünüm kazandığı yerde ona en yakın disiplin olan teorik fizik de bu sondan kurtulamamıştır. Netliğinden şüphe etmediğimiz bu disiplinlerin kullandığı yöntem dili bile yetersiz geliyorken diğer deneysel ve sosyal içerikli disiplinler için hangi dilsel yöntem hangi çıkarımsal kabuller doğru ve yeterli sayılacaktır? Görünen o ki kesinliğiyle sabit matematiksel düşünme dilinin bile yöntemsel açıdan içine düştüğü handikap (en nihayetinde doğruluğunu a priori olarak kabul ettiği önermelerden dedüktif çıkarımlar yapmaktadır) diğer tüm bilim alanları için de geçerlidir.

Gelinen noktada ya tüm bu bilimsel yöntemlerden vazgeçilip yeni yöntemler önerilecek ya da kaderci bir yaklaşımla bilimin gerçeklik sabitinin yerinden oynadığı düşünülerek, tamamen bilim-bilim olmayan ayırdı bırakılarak bilgi, hiçbir bilimsellik ölçütü kullanılmadan kabul edilecektir. Bu yaklaşım bizi karanlığa sürükleyecektir ama öte yandan yaşamın gerekleri, bize elimizdeki teorileri değiştirmeyi ya da tümden reddetmeyi zorunlu kılmakta ve kullana geldiğimiz bilimsel ölçütlerin yeterli olmadığını göstermektedir. Dogmatik olarak yetişmiş bilimsel çevrelerce, yeni kuramlarda, teorilerde ya da eski teorilerde görülen eksikliklerin giderilmesi çabasında, matematiksel düşünme temelli çıkarımsal mantık kuralları barındıran ya da sırf gözlemlere dayalı tümevarımsal yöntemlerin yeterliliği sorgulanır hale geldiği için bilim insanları ve filozoflar büyük sıkıntılar çekmişlerdir.

Sadece elimizdeki kuramlarla iş yapabilmemiz genel ihtiyaç doğrultusunda mümkün olmadığı gibi olagelmişin devamlılığı konusunda dogmatik tavır sergilenmesi de bilimi yerinde sayar hale getirmesinden daha ziyade geriye götüreceği gerçeğini taşımaktadır. Sırf bu dogmatik tavırlar yüzünden, Gauss uzunca bir dönem elindeki yeni geometriyi paylaşmaktan korkmuştur. Onun gibi Riemann da yeni bulduğu geometrisini paylaşmak istediğinde çatlak bir sürü sesle yüzleşmek zorunda kalmıştır.

En nihayetinde çoklukla filozoflar sayesinde, bu dogmatik yaklaşımların yerini daha açık ve yorumlanabilir doğruluklara bırakması gerektiği anlaşılmıştır. Bilim dogmatik tavırla kendince dik durmaya devam edecek olsa idi, gerçeğe biraz daha yakın bulunan bugünkü bilimsel kanıtlara hiç rastlanmadan sürgit yaşantıya devam etmek zorunda kalınırdı. Tarihsel açıdan yaklaşıldığında görülmektedir ki bilimde yaşanan depremlerin ardı arkası kesilmeden her fark edilen hata, keşfedilen eksik, yerini başka bir tamamlayıcıya bırakmıştır. Başlarda ciddiye alınması sakıncalı görünen görecelilik kuramının sahibi Einstein, Newton kuramını tamamen reddetmek yerine temelde kullanılan geometrinin yetersiz geldiği fikrinden yola çıkarak Riemann geometrisini kullanmış ve oluşturduğu kuramı sayesinde Newton yasalarının eksiklerini kapatıp, teorik fizikte yeni donanıma sahip bilgi akışını sağlamıştır. Einstein, görelilikle beraber Newton'un çözüm bulmakta yetersiz kaldığı uzay-zaman sorununa da ayrı bir boyut kazandırmıştır. Artık nispeten daha sağlam bilgi elde edilir olmuştur. Yine de bu sonuç Einstein'ın kuramının sonul gerçek olduğunu göstermemektedir. Matematiksel düşünme dilinin bu disiplinde oldukça nüfuslu kullanıldığını hatırlayarak diyebiliriz ki kesinliğe en yakın disiplinlerden biri olan binlerce tümevarımsal deneyle kendini doğrulayan fizik de diğer disiplinlerle birlikte, matematiksel düşünme diliyle aynı çıkmazlarda devinmeye devam etmiştir.

Matematik tarihi bize gösteriyor ki her geçirdiği bunalımdan sonra yepyeni sistemler kurulmasına imkân verecek alanlar açılması olanağı çıkmıştır fakat tek bir farkla: Gödel'in matematiksel düşünme dili ve mantıkta yarattığı kırılma geniş bir alana yayılmış olup, etkisi tüm disiplinlerde bilimsellik ölçütü aranması konusunda günümüzde hala hissedilmektedir. Birçok filozofun kesinlik arayışı yıkıcı bir etkiyle yerini hayal kırıklığına bırakmıştır. Bunun paralelinde yine de en iyimser ve kabul edilebilir gerçekçi tavır, Karl R. Popper'ın tavrıdır. Yeni bir metot sunarak, bilim felsefini içinde debelendiği dogmatik tavırdan kurtarmış ve bilimsellik ölçütünü değiştirerek, bilimde kesinlik değil, bilimsellik ölçütünü ön plana çıkararak bilimi ve bilim felsefesini hatta ve hatta matematiksel düşünme dilini, temeli Gödel tarafından sarsılmış olsa da daha farklı bir boyuta taşımayı başarmıştır.

Bir matematikçi-mantıkçı filozof olan Popper'ın, bilime ve bilimsel yönteme karşı neden post-modern bir tavır sergilediğini anlayabilmek için kendi ifadelerine yer vermek faydalı olacaktır:

> "Beni uğraştıran (kafamı meşgul eden) problem ne "bir teorinin ne zaman doğru olduğu" ne de "bir teorinin ne zaman kabul edilebilir" olduğuydu. Avusturya imparatorluğunun yıkılışından sonra havada bilimsel devrim vardı: Hava devrimci slogan ve fikirlerle doluydu, sıklıkla yeni ve heyecanla öne sürülen teoriler. Bu teoriler arasında beni en çok ilgilendiren açık ara farkla Einstein'ın görecelik

> teorisiydi. Diğer üçü ise Marks'ın tarih teorisi, Freud'un psiko-analiz ve Alfred Adler'in sözümona "bireysel psikoloji"siydi…. İçinde bulunduğum küçük bir öğrenci grubu ile birlikte Eddington'un 1919'daki güneş tutulması sonuçlarının Einstein'ın yerçekimi yasasını doğrulayan ilk önemli gözlemiyle oldukça heyecanlanmıştık. 1919 yazında yaşanan bu durumdan sonra, gittikçe daha çok tatminsizlik yaşar oldum bu üç teoriyle: tarihin Marksist teorisi, psiko-analiz ve bireysel psikoloji (Popper, 1957: 4).

Popper, çevresindeki insanların bu üç teorinin açıklayıcılık özelliklerine hayran kaldıklarını görmüştür. Kendi yazdığı makaleden anlaşıldığı üzere bu teoriler genel olarak kendi alanlarına dair her şeye pratik açıklamalar getirme gücüne sahip göründüklerinden dolayı, Popper'da bu teorileri irdeleme gereği doğduğu gözlemlenmektedir.

> "Bir Marksist, her sayfasında tarihsici açıklamaya sahip olmayan gazeteyi açıp okuyamıyordu. Bir Freudyen analist, klinik gözlemlerinin bu teoriyle bire bir örtüştüğüne vurgu yapmadan geçemiyordu…. Adler ile 1919'da bana göre pek de Adlerci psikolojiye uymayan bir vaka üzerine konuştuğumda, Adler'in, analizinde hiç zorluk çekmeden ve çocuğu görmeden, çocukta "aşağılık kompleksi" olduğunu kendi teorisinden yola çıkarak tespit ettiğini gördüm. Aramızda geçen diyalogda, kendisine "Nasıl bu kadar emin olabiliyorsunuz?" diye sorduğumda, bana "Bin tane deneyimimden dolayı" diye yanıt verdi. Kendisine, "Bu yeni vakayla, deneyiminiz 1001 vakaya yükselmiş oldu" diyerek karşılık verdim. … Kendi kendime sordum. 1. Adam bir çocuğu boğmak niyetiyle suya atıyor. 2. Adam çocuğu kurtarmak niyetiyle suya atlıyor. Bu iki durum aynı ölçüde kolaylıkla hem Adler hem de Freud'un teorileriyle açıklanabiliyordu. Freud'a göre 1. Adam Oedipus kompleksi yaşarken, 2. Adam sosyo-kültürel olarak takdir edilebilir bir ruh hali yaşıyordu. Adler'e göre 1. Adam aşağılık duygusu yaşarken, 2. Adam kendini ispat etmeye çalışıyordu…Bu şekilde insani her durum bu teorilerle açıklanabiliyordu (Popper, 1957: 7).

Popper'ı heyecanlandıran gerçek bilimsel görünüm ise Einstein'in izafiyet teorisinin kendini, yapılabilmesi muhtemel gözlemler neticesinde yanlışlanma veya reddedilmeye açık bir halde bırakmış olmasıdır. Popper, bilim olanda tam olarak ne aradığını ve nasıl bulması gerektiğine dair bilimsellik ölçütünü Einstein'de bulmuştur.

> Bu durum bu teorileri güçlü gösterse de aslında bu teorilerin zayıflıklarını haykırıyordu. … Oysa Einstein'ın teorisinde durum oldukça farklıdır. Einstein'ın öngörüsü çok geçmeden Eddington'un gözlemsel sonuçlarıyla doğrulanmıştı. Einstein'ın kütle çekim teorisi, ışığın güneş ya da gezegen gibi ağır gövdeli yapılardan etkilendiğini söylüyordu. Sonuç olarak bu gözlem ancak güneş tutulması esnasında ispatlanabilirdi. Şimdi bu durumla ilgili en etkileyici şey, bu öngörünün içerdiği risktir. Eğer gözlemler öngörülen olgunun kesinlikle olmadığını tespit etseydi, bu durumda (ki herkes bunu bekliyordu) teori basitçe reddedilecekti. (Popper, 1957: 7)

Karl R. Popper'in bilim felsefesinde yeni bir gösterge oluşturarak bilime ve bilim felsefesine dilsel olarak farklı bir yoldan gidilmesi gerektiği fikrini, kendi yazdığı makalesinden yukarıda yapılmış alıntılar eşliğinde anlamak mümkündür. Popper'ın bilim felsefesine geçmeden önce kısaca filozofun kendisine kısaca değinmekte yarar vardır.

BEŞİNCİ BÖLÜM
BİLİM FELSEFESİNDE POPPER'IN MANTIK DENETLEMESİ

5.1 Popper Hakkında

İngiliz asıllı Yahudi bir ailenin oğlu olan Karl R. Popper, 28 Temmuz 1902'de Viyana'da dünyaya gelmiştir. Popper, "bookish" olarak tabir edilen bir çevrede ve aile ortamında yetiştirilmiştir. Kendi yazdıklarından anlaşıldığı üzere, henüz çok küçük yaşlarda iken kadınların, erkeklerin ve özellikle çocukların açlık çektiği, soğuktan ve beraberinde oluşan umutsuzluktan kıvrandığı zamanlara şahit olmuştur. Babası, John Stuart Mill'in ekolünün yetiştirdiği radikal liberallerden olan Popper kitaplarla dolu bir atmosferde, öncelikle ailesi tarafından özel olarak eğitilmiştir. Viyana Üniversitesinde hukuk alanında çalışmaları olan akademisyen babasının felsefe üzerine yaptığı okumalardan oldukça etkilenmiş olan Popper, birçok ünlü filozofun başyapıtlarını okuyarak büyümüş ve kendi tabiriyle, daha bu filozofları okumaya başlamadan önce, zaten hayatının bir parçası haline gelmişlerdi. Popper'ın henüz yirmili yaşlardayken tanıştığı hocası Arndt, Marks'ın tüm teorilerini benimsemiş olmasa da Marks'ı, sosyal idealar için tüm teorisyenler arasında en önemli teorisyen saymıştır. Hocasından çok etkilenen Popper da tıpkı hocası gibi Marksist teorileri öğrenmeye koyulmuştur. Tüm bu gençlik gelişmelerinin yanı sıra Popper, henüz çocukken kendisinin ilk felsefi probleminin sonsuzluk üzerine olduğunu iddia eder. (Popper, 1992: 11) Popper, uzunca bir süre gerçek felsefi problemin dilsel yanlış kullanımlardan kaynaklandığını da iddia etmiştir. Bu problem ona çocukça gelecek kadar açık görünmüştür. Henüz sekiz yaşlarındayken güneş sistemi (açıkça Newton uzayı) ve uzayın sonsuzluğu üzerine tartışmalar duyduğunda, çocuk aklıyla tıpkı bir filozof kaygısıyla, düalist felsefeyi tanır gibi uzayın sonluluğunu da sonsuzluğunu da açıklayabilecek bir kabiliyet olmadığını idrak etmiştir.

Buradan anlaşılacağı üzere, henüz bilimsel olarak da kanıtlanamamış bu durum birçok dünyaca ünlü bilim adamı ve filozofun karın ağrısı olduğu gibi sekiz yaşındaki bir çocuk bile aynı felsefi dualiteyle boğuşmak zorunda kalmıştır. Günümüzde hala çözülememiş olan bu problem ona göre, Einstein'ın evrenin Riemannian sonlu uzayıyla kapalı bir yapı olduğu ve bu sebepten sonlu sayılabileceğini gösterme umudu da kayda değer bir çaba olmuştur (Popper, 1992: 12). Yirminci yüzyılda entelektüel açıdan böylesine zengin içerikli bir çevreden gelen Popper'in siyaset ve bilim felsefesi üzerine çalışmaları günümüzde de büyük etkilere sahiptir.

5.2 Popper'ın Bilim Felsefesi

Karl R. Popper'in kısaca hayatının bazı kısımlarına değindikten sonra, bilimsel teoriler üzerinde iddia ettiği şeyin ne olduğunu ve yukarıda 3. Bölümde bahsi geçen Gödel'in matematiksel düşünme dili üzerinde yarattığı "eksiklik" açmazına yeni bir bakış açısıyla yaklaşma imkânı verip vermediği sorgulanacaktır. Bunun yanı sıra Popper ve Saussure arasında yöntemce benzerlik olup olmadığı da sorgulanacaktır.

Bryan Magee'nin (1990: 60) dile getirdiği üzere Popper, her ne kadar bilim felsefesine getirdiği yeni yaklaşımının mantık, matematik ve matematiksel düşünme üzerinde bir etkisi olmadığını uzun yıllar düşünmüş olsa da Lakatos tarafından bu tavrın matematiksel düşünmeye de uyarlanabileceğine dair ikna edilmiştir. Tümevarımsal ve deneysel yöntemlerle bilimsel kabul edilen disiplinlere nazaran aksiyomatik sistemlerden tasım üreterek teorem elde eden ve bunun ispatını yine aynı yöntemle verebilen matematiksel düşünme dili, temelde bu aksiyomları a priori olarak doğru kabul ettiğinden dolayı, diğer bilimsel yöntemlerden daha güçlü bir yönteme sahipmiş gibi görünmemektedir. Bu da Popper'ın yanlışlanabilirlik ilkesinin matematik için de geçerli olabileceğini gösterir.

Popper, bilim felsefesinde, sosyal içerikli bilimsel teorilerin ya da empirik verilere dayalı teorilerin hiçbir zaman net olarak doğruluklarının ispatlanamayacağını çünkü bu bilim dallarının henüz dedüktif bile olamamış, hâlihazırda indüktiv doğrultuda ispatlama yöntemleri içerdiğini; tasımların bu tip yaşama ve deneye dayalı bilimlerde yeteri kadar kuvvetli olamamasının, bahsi geçen bilim dallarının ortaya koyduğu teorileri de zayıflattığını iddia eder ki en nihayetinde tümevarım ilkesi, hiçbir zaman sonuna ulaşılabilen ve net bilgi veren bir ispat yöntemi değildir.

Tekil önermelerin biriktirilmiş gözlemlerine dayanan genel önermeleri oluşturma yöntemine "tümevarım" denir ve bu, bilimin ayırıcı bir işareti olarak görülmektedir oysa teoriyi tutarsız ya da geçersiz hale getirecek bir devam içeriyor olması her zaman muhtemeldir.

> …Hume'dan yola çıkarak tümevarımsal yöntemin, mantıksal akıl yürütme için yeterli olmadığını söyleyebilirim. Tümevarımsal ispat yöntemiyle sonsuza kadar gitme yolu açık olup, asla genel-geçer bir gerçekliğe ulaşılamaz. Dedüktif mantıksal akıl yürütmede mantıksal argümanların rolü büyüktür. Teorileri ispatlamamıza ya da gözlemsel durumlardan çıkarsama yapmamıza yardım etmelerinin yanı sıra, ancak ve ancak pür dedüktif akıl yürütme ile teorilerimizin neyi ima ettiğini keşfedebilir ve onları efektif şekilde kritize edebiliriz. … Tümevarımsal yöntem, teorileri kesinlikten ziyade, olasılıkla mümkün kılar. (Popper, 1957: 9)

Böyle bir olasılıklar kümesinde havada kanat takmışçasına uçuşan birçok teori gezinmekte olup bu teoriler arasında bilimsel olan-bilimsel olmayan ayrımının başarılı bir yöntemle sağlanması elzemdir. Popper tarafından bulunmuş bu yöntem derin düşünme yeteneğine sahip herkesin gözden kaçırmayacağı bilime dair şüpheleri de kesmiştir.

> Hemen her filozof aslında şöyle birşeyler söylemek zorunluluğunu duymuştur: "Pekin konuşmak gerekirse, bilimsel yasaların kanıtlanamayacağını, bu nedenle de kesin olmadıklarını teslim etmek zorundayız. Bununla birlikte her doğrulayıcı örnek, olasılık derecelerini yükseltmektedir. Yine de … gerek bilim adamları gerekse genellikle filozoflar için, tümevarım, insan bilgisinin ta temelinde çözülmemiş bir sorun olarak kalmıştır; çözülünceye kadar da tüm bilimin içsel olarak ne denli tutarlı, dışsal olarak da ne denli faydalı olursa olsun, sağlam toprağa basmadan havalarda uçuşan bir şey olduğu itiraf edilmelidir. … Popper'in daha ileri bulgulara gebe başarısı, tümevarım sorununa kabul edilebilir bir çözüm getirmek olmuştur. (Magee, 1990: 48)

Popper'a göre, herhangi bir gözlemle ya da deneyimle reddedilemeyen bir teori, bilimsel değildir. Kısaca özetlemek gerekirse, bir teorinin bilimsel olma statüsü, onun yanlışlanabilirliğine veya test edilebilirliğine bağlıdır. Einstein'ın kütle çekim teorisi açıkça yanlışlanabilirlik kriterini sağlamaktadır.

> Popper'in çözümü, doğrulama ile yanlışlama arasında mantıkça bir bakışıksızlık (asimetri) olduğuna işaret etmekle başlar. Bunu önermeler mantığıyla şöyle söyleyebiliriz: Beyaz kuğuların gözlemlendiği yolundaki gözlem önermeleri ne denli çok sayıda olursa olsun, bunlardan mantıkça "bütün kuğular beyazdır" tümel önermesini çıkarmamız olanağı yoktur ama kara bir kuğunun tek bir gözlemini anlatan tek bir gözlem önermesi mantıkça "bazı kuğular beyaz değildir" önermesini çıkarmamıza izin verir. Bu önemli mantıksal anlamda, deneysel genellemeler doğrulanamaz ama yanlışlanabilirler. Bu ise bilimsel yasaların kanıtlanabilir olmasalar da sınanabilir olmaları demektir; onları yadsıma yolunda sistemli girişimlerle sınanabilirler. … Buna göre kuramlarımızı yanlışlanmaya olabildiğince açık bırakabilmek için, onları elimizden geldiği kadar çok anlamlılıktan uzak bir biçimde formülleştirmeliyiz. (Magee, 1957: 52)

Bu durumda Popper, hangi yöntemle elde edilmiş olursa olsun, bir teorinin tamamen doğrulanabilirlik ölçütüyle değil, ancak içinde bulunduğu koşullarda değerlendirildiğinde "yanlışlanabilirlik" ölçütüyle geçerliliğini devam ettirebileceğini iddia etmiş olmaktadır.

5.2.1 Popper'ın Bilim Felsefesinde Yanlışlanabilirlik Yöntemi

Bu bağlamda değerlendirildiğinde, Popper'ın, neden Marksçı öğretiyi, Adler'in ve Freud'un psikoloji üzerine teorilerini ya da Hegel'in felsefesini bilimsel bulmadığı biraz daha açıklık kazanmaktadır. Yaptığı eleştiride, Hegel felsefesinin usavurmalar öne sürmediğini, doğrudan doğruya fetva verdiğini dile getirmektedir. Popper yazdığı tezde, Hegel'in dogmacı yönteminin, üzerinde tartışılır olmadığı için bilimsel bir teori görünümüne kavuşamayacağını iddia etmektedir. "Bilimsel kuram hakkında vereceğimiz karar, deneyimlerin sonuçlarına bağlıdır. Eğer bunlar kuramı doğrularlarsa daha iyisini bulana dek o kuramı kabul ederiz. Deneyimler, kuramı yanlışlarsa onu atarız" (Popper, 2014: 522). Böylece tümevarım ilkesi deneyimlerin doğruluğunu test ederken aktif olarak kullanılmaya devam etmektedir. Teroinin sonuç kısmı için yanlışlanan kısım atıldıktan sonra ise teori tümdengelimsel olarak test edilebilmektedir. "Bilimsel yöntem konusundaki bu görüşü bilimsel kuramların çoğu kez deneyimlerle çürütüldüklerini ve gerçekten bilimsel gelişmeyi sağlayan yöntemin bilimsel kuramların çürütülmeleri olduğunu gösteren, bilim tarihi de doğrular" (Popper, 2014: 546).

Öte yandan, bilimsel sorgulamanın temel yöntemlerinden birinin tümevarım olduğu bilinmekle birlikte, tüm disiplinlerin hayalini kurduğu şey, tıpkı matematik gibi matematiksel düşünme temelli dedüktif çıkarımlar yapabilecek genel kesinlik ölçütü yakalayabilmektir ya da hiç değilse bu görünüme kavuşmaktır. Oysa bilimde yaşanan tüm bu post-modern gelişmelerden sonra görmekteyiz ki böyle bir çaba sonuçsuz kalmaktadır. "Einstein da "kendilerinden salt tümdengelimle dünyanın bir betimlemesinin elde edilebileceği...yüksek derecede evrensel yasalar"ı arayışın sözünü ederken, "bu yasalara götüren mantıksal bir yol yoktur", demektedir" (Magee, 1990: 29). Bu çerçeveden bakıldığında Popper'in yöntemine, bilimsel yolda kullanılması gereken ciddi bir öğreti kıymeti atfetmek mümkündür. Nihayetinde tümevarımla doğrulanma olasılıkları artan teorileri ve matematiksel dil temelinden yaklaşıldığında tümdengelimle sadece olandan tasım üretilebildiğini hesaba katarsak, yanlışlama yaparak önermeleri, teorileri veya teoremleri kusurlarından arındırmak makul bir yöntem olarak görülebilir.

Popper, bilimsel teoriler üzerine düşüncelerini şu şekilde toparlamıştır:

1. Eğer kanıtlayıcı şeyler arıyorsak, neredeyse her teori için teyit ya da doğrulama elde etmek kolaydır.
2. Bir teori için doğrulamalar, yalnızca riskli tahminlerden kaynaklanıyorsa yani eğer söz konusu teori tarafından aydınlatılmamış bir husus var ise hesaba katılmalıdır; demek ki teori ile uyumsuz bir olay beklemeliydik-teoriyi çürütecek bir olay.
3. Her "iyi" bilimsel teori bir engeldir, bazı şeylerin gerçekleşmesini yasaklar. Teori ne kadar engelleyiciyse o kadar iyidir.
4. Akla yatkın herhangi bir sonuçla çürütülebilir olmayan bir teori bilimsel değildir. Çürütülemezlik, bir teorinin erdemi (insanların sık sık düşündüğü gibi) değil, bilakis kusurudur.
5. Bir teorinin her gerçek testi, onu yanlışlamaya veya çürütmeye çalışan bir girişimdir. Test edilebilirlik yanlışlanabilirliktir fakat test edilebilirliğin dereceleri vardır: bazı teoriler diğerlerine nazaran daha çok test edilebilirdirler, yanlışlamaya daha çok maruz kalma yeteneğine sahiptirler, bu teoriler sanki daha çok risk almaktadırlar.
6. Teorinin gerçek bir sınamasının sonucunun dışında, doğrulayıcı kanıtlar hesaba katılmamalıdır çünkü bu bir teoriyi yanlışlamak için ciddi fakat başarısız bir girişim sunmak anlamına gelmektedir.
7. Bazı gerçekten test edilebilir teoriler, yanlış oldukları tespit edildiğinde hala hayranları tarafından onaylanmaktadır. Örneğin, amaca özel bazı yardımcı varsayımlar getirerek veya yeniden

yorumlama yöntemiyle, teoriyi çürütmeden kaçmaktadırlar. Bu prosedür her zaman mümkündür ancak teoriyi yalnızca tahrip etme pahasına çürütmeden kurtarır veya en azından teorinin bilimsel statüden düşmesini engeller. (Popper, 1957: 3)

Popper'ın, bilimsel olan-bilimsel olmayan teorilerin belirlenmesi için koyduğu ayraç sayesinde teoriler üzerinde tersi yönden hareketle yanlışlama yapılabilir. Çünkü yanlışlama yapılacak kadar açık bir dille ifade edilmiş ya da biçim kazandırılmış bir teori yanlışlandığı zaman terk edilir veyahut teoriyi yanlışlayan kısımlar atılır. Bu da yeni bir teorinin doğması ya da en azından doğruluğunun ispatındaki yetersizlikten kurtulmamızı sağlar. Zaman zaman bir önceki teorinin daha kullanışlı olduğunda hemfikir olmamıza yardımcı olur. Popper'ın bunu nasıl yaptığını anlamak için bir de özet bir açıklamaya bakmakta yarar vardır.

Bilimsel yöntem üstüne geleneksel görüş, şu aşamaların her biri kendinden sonrakine yol açacak biçimde, aşağıdaki sırayla artarda gelmesini önermekteydi:

1. Gözlem ve deney
2. Tümevarımsal genelleme
3. Varsayım
4. Varsayımın doğrulanması girişimi
5. Doğruluk ya da yanlışlığının kanıtlanması
6. Bilgi

Popper, bunun yerine şu aşamaları koymuştur:

1. Sorun (çoğucası, varolan kurama ya da beklentiye aykırılık)
2. Önerilen çözüm, bir başka deyişle yeni bir kuram
3. Yeni kuramdan sınanabilir önermelerin tümdengelimle çıkarsanması
4. Sınamalar, yeni başka şeylerin yanısıra gözlem ve deneyle yadsıma girişimleri
5. Yarışan kuramlar arasında yeğleme yapılması

Popper'ın sıralamasındaki birinci aşamada yer alan ve çöküşü sorunumuzu oluşturan kuram ya da beklentinin nereden geldiği sorulacak olursa, bunun yanıtı, çoğucası kısaca: daha önceki bir sürecin beşinci aşamasından geldiğidir (Magee, 1990: 51).

Bir teorinin açık ifadesi, yanlışlayıcıları belirsizlikten kurtarmaktadır. Bu da teoriyi, kuramı ya da formülü daha bilimsel kılmaktadır. Popper, "En iyi kuram zamana bağlı olarak yanlışlanabilir, çürütülebilir olan kuramdır" demiştir. Böylece, bir kuramın neden diğer bir kurama tercih edildiği Popper'ın sistematik yöntemini kullanılarak sağlam bir temel üzerinden anlatılır hale gelmiş olmaktadır.

Bu yöntemi, Magee'nin (1990: 58) kitabında gösterdiği şekilde biraz daha formel bir dil üzerinden ifade etmek gerekirse,

$$S_1 \rightarrow \text{DÇ} \rightarrow \text{HE} \rightarrow S_2$$

> Burada, S_1 baştaki sorundur, DÇ önerilen deneme çözümü, HE deneme çözümüne uygulanan hata elemesi süreci, S_2 de sonuçta varılan ve içinden yeni sorunların çıktığı durum. Bu özünde kendi kendini besleyen bir süreçtir. Döngüsel değildir çünkü S_2 her zaman S_1'den farklıdır: bir sorunu çözmekte tam bir başarısızlığa uğranılması bile bize o sorunun güçlüklerinin nerelerde olduğu ve buna getirilebilecek herhangi bir çözümün ne gibi en az koşulları karşılaması gerektiği hakkında yeni bir şeyler öğretir-dolayısıyla sorun durumunu değiştirir (Magee, 1990: 59).

5.3 Popper'ın Bilimde Mantık Denetlemesi ve Saussure

Yukarıda bahsi geçtiği üzere elimizdeki en sağlam duruşlu kuram, yanlışlamaya en çok maruz kalabilen ve bu durumda üzerindeki yanlış ya da eksik kısımlardan kurtularak pür hale gelebilen kuramdır. Böyle bir durumda dikkat edilmesi gereken başlıca husus, bir kuramın tamamen yanlış olması durumunda bile elimize bir doğruluk sınıfı ya da kümesi veriyor olduğu ayrıntısıdır. Bir yanlışlanmış kuramdan yola çıkarak başka birçok doğruluk değeri olan kurama ulaşmak mümkündür.

> Örneğin, diyelim ki bugün Pazartesidir. O halde, "Bugün Salı" önermesi yanlıştır. Fakat bu yanlış önermeden, "Bugün Çarşamba değil", "Bugün Perşembe değil" gibi daha birçok doğru önermeler çıkar. Aslında, bu yanlış önermeden çıkan belirsiz sayıda doğru önermeler vardır: örneğin, "Haftanın bugünün Fransızca adı beş harflidir" ya da "Bugün Oxford'da erken kapanma günü değildir". Her yanlış önermenin belirsiz sayıda doğru sonuçları vardır-bu nedenledir ki tartışmada, bir karşıtımızın öncüllerinin yanlışlığını kanıtlamanın, onun sonuçlarını yadsımakla bir ilgisi yoktur (Magee, 1990: 39).

Holdcroft, Saussure'ün dilbilim kuramı üzerine yazdığı eleştirel kitabında, gösterenlerin zıt olduğu durumlarda bağlantısallıklarını ifade etmek için yukarıda Magee'den alıntısı yapılmış olan örneğin neredeyse aynısını vermiştir. Bu örnek Popper için, bir kuramın yanlışlanma sırasında gebe olduğu diğer doğru önermeleri ifade etmek için kullanılmışken; Holdcroft bunu Saussure'ün dilbilimde aynı etki alanına sahip gösterenlerin, bir gösterilene tekabül ederken başka hangi gösterilenlerin olamayacağını ifade etmek için kullanmıştır. "X, Salıdır demek, X, Pazar değildir demektir ve bunun tersi de geçerlidir" (Holdcroft, 1991: 125). Buradan hareketle konuşmacı, X'in haftanın salı günü hariç diğer günler olamayacağını, başka hiçbir sözsel edime başvurmadan zihinde canlandırmış olmaktadır. Bu örnekler bize yanlışlama yapabilecek alan bırakırken, bunun yanında bir de terslenebilirliği (olumsuzlamayı) akıl yürütmeyle yapmamıza yardımcı olmaktadır. Terslenebilirliği ifade edebilmek için daha spesifik bir örnek vermek de mümkündür: "X, bir erkektir demek, X, bir kadın değildir demektir" (Holdcroft, 1991: 125). Bu tip çağrışımlar içi boş ifadeler değil, bilakis anlamlı ve değerliği olan, zihnimizde faydalı yeni yollar açan kurulumlardır.

1. Bir dilbilimsel kurulum eğer bir sentaktik kümesi ve çağrışımsal ilişkiler tarafından kuruluyorsa ve aynı türdeki kurulumlardan ayrılmıyorsa bir değerliğe sahiptir.

2. Bir dilbilimsel kurulum eğer bir gösterilen ile ilişkilendirilmişse bir değerliğe sahiptir (Holdcroft, 1991: 121).

Bilimsel değerliği olan ve ortak bir dil üzerine kurulu ifade sistemini içinde barındıran bilim dünyası için sırf bu dilsel kullanımın sağladığı yarar penceresinden bakarak bile Saussurecü bir yaklaşımla denebilir ki Popper, mantıksal denetlemesiyle tüm bilimsel disiplinler için kurtarıcı nitelikte bir yol sunmuştur.

> Değerliklerin sisteme bağlı olduğunu düşünebilmek için, Saussure iki metafor kullanır. Ekonomi üzerine metaforda dil dışında değerliğin iki vasfa sahip olduğunu tartışır. Burada benzer olmayan şeyler vardır, yerleri değiştirilebilir olan bir de mukayese edilebilir türden benzer olan şeyler vardır. Örneğin, bir tanesi 5 frang olan bir ekmek, bir somun ekmekle değiştirilebilir ve bir tanesi 1 frang olan ekmekle ya da bir tanesi 10 frang olan ekmekle vb. mukayese edilebilir. Benzer şekilde bir kelime bir fikir (idea) ile değiştirilebilir ya da başka bir kelimeyle mukayese edilebilir. Bu durumda ancak ve ancak değiş tokuş edilebileceği şeyin ve diğer para birimleriyle münasebetinde ne olacağını bilen biri paranın değerini anlar. Yani benzer şekilde biri ancak ve ancak neyi işaret ettiğini bilirse ve işaret edilen ile terim arasında oluşan ilişkiyi kontrastı bilirse o terimin değerliğini anlar (Holdcroft, 1991: 121).

Bilimsel disiplinlerin matematiksel düşünme temelli dil üzerinden kullandıkları mantıksal akıl yürütme yöntemlerini bir sistemler bütünü olarak ele aldığımızda, her bir kuramın, hipotezin, teori ya da önermenin bağlı olduğu formel veya sentaktik kurulumlu sistemde bir değerliğe sahip olduğu kolayca gözlemlenebilmektedir. Dolayısıyla Popperci yaklaşımla kuramlar arasında mukayese yapılabilmesi için kuramların bağlı oldukları disiplinde göstergesel olarak bir anlam ifade etmesi gerekir. Kendilerini olabildiğince yanlışlamaya açık göstermeleri veya mukayese edilebilir olmaları gerekmektedir.

SONUÇ

Ondokuzuncu ve yirminci yüzyıllarda, başta Russell, Frege, Peano ve özellikle Hilbert olmak üzere mantıkçı-matematikçi filozoflar sayesinde matematiğin, mantık temelli aksiyomatik sistem kurulumlu dedüktif çıkarımlarla elde edilmiş özel bir formel sistemler bütünlüğüne sahip olduğu dikkatleri çekmektedir. Bu çağ, matematiksel düşünme dilinin altın çağıdır. Kurulmuş sistemler, zihinden kâğıt üzerine akarken somut gerçekliğin mükemmel bir temsilini vermiştir. Aksiyomatik temellere dayalı teoremler, mantıksal kurallar dahilinde tümdengelimsel akılla çözüme kavuşmuştur. Platon'un "Devlet" isimli yapıtının 510c pasajında bu duruma güzel bir açıklama verilmiştir.

> …Geometri, aritmetik ve benzeri şeylerle uğraşan insanların belli varşayımlardan hareket ettiklerini sanırım bilirsin. Her kanıtlama aşamasında, tek ve çift sayıları, şekilleri ve üç tür açıyı ve bunlarla ilgili diğer şeyleri alırlar ve bunları araştırmalarında bilinenler olarak kabul ederler. Bunların herkes için açık olduklarını düşündüklerinden, ne kendilerine ne de başkalarına herhangi bir açıklama yapma gereği duyarlar. Bu temelden hareketle, araştırmalarını sürdürür ve öngördükleri sonuçlara varırlar. (Platon, 2013: 282).

Mantıkçılar tarafından elde edilmiş bu sistemler bütünü dilin kurulmasındaki amaç, bir daha hiçbir bunalım ya da paradoksa maruz kalmayacak şekilde formel bütünlük elde etmek olmuştur. Bu yolla matematiksel düşünme dili hiçbir hata payı olmaksızın otonom bir sistem gibi çalışacak ve tüm diğer disiplinler için kullandığı yöntemlerin sağlamlığı ile doğruluğu kuşku götürmez bilimsel disiplin ideası olacaktır.

Matematiksel düşünme dilinde yaşanan bu gelişmeler karşısında bilim çevresi de etkilenir hale gelmiştir. Matematiksel bir formülasyonun, niteliksel anlatıma sahip başka bir disiplinde, niceliksel anlatımıyla daha net ve kısa ifadeler oluşturma yeteneği bu dilin diğer disiplinler için özel bir dil aracı olmasını sağlamıştır. Kendini açımlamadaki başarısı diğer bilim dalları için de neredeyse aynı seviyede olan matematiksel düşünme dili, bu sayede gösterge-anlam bağlantısı kurmada en başarılı dillerden biri olmuştur, denebilir.

Saussurecü yaklaşımla ifade etmek gerekirse bir dil, içinde bulunduğu toplulukta bu dilin kurallarını bilenlerce kullanılabilmektedir. Oysa matematiksel düşünme dili sadece kendi çevresince değil, ayrıca diğer disiplinlerin mensuplarınca da kullanılır hale gelmiştir. Bu şekilde bilim dünyasında anlam kazanma ve kazandırma açısından gözle görülebilir özel bir yer edinmiştir.

Matematik, bilim dünyasındaki her disiplinde kendine has göstergeleriyle, gösterge-anlam ve gösterge-değerlik bağlamında sabitlediği yeriyle, bu topluluğun hem yazıda hem de konuşmada kullanılan dili olmuştur. Göstergelerinin diğer disiplinlere bu kadar kolay sirayet etmesinin tek nedeni, bu dilin çok anlamlılıktan uzak, gösteren-gösterilen bağlamında verilmek istenen bilgiyi aktarmadaki becerisi ve yeterliliği olmasa gerek. Matematiğin ayrıca a priori doğrulara dayalı soyut akıl yürütmelerle uygulayageldiği tümdengelimsel ispat yöntemi, diğer disiplinler için bilimsel doğruluğu vermede bir kesinlik ölçütü olmuştur. Matematiğin diğer disiplinlere dilsel katkılarının yanı sıra kesinliğe yakın görüntü sağlamasıyla birlikte, her disiplin matematikselliği kendi doğruluğunun temsili sayar olmuştur. Tüm disiplinler verdikleri sonuçlarla matematiksel kimliğe ulaşma çabası içerisinde olsa da bu durum, matematik harici disiplinlerin deneysel bazda olmalarından kaynaklı çalışma yapmalarından ötürü tümevarım yöntemine bağlı kalmalarına sebep olmaktadır. Tümevarımsal ispat yönteminin hiçbir zaman genel-geçer bir doğruluğu veremeyeceği aşikar olup, matematik, kullandığı tümdengelimsel ispat yönteminden dolayı kesinlik kazanımında diğer disiplinlere nazaran daha iyi bir yerde sayılabilir. Gerçekten öyle mi?

Modern dünyamıza her gün yeni gerçeklikler, doğruluklar ya da spekülasyonlar katan disiplinlerin dilsel kazanımları matematik ile sabit iken yöntemsel anlamda hala bir boşluk mevcuttur. Tümevarım, bilimsel bir disiplin için sonul gerçeği vermede yeterli değildir. Sosyal içerikli bilimlerde ise çoklukla bir örnek uzay belirlenmesi suretiyle, bu örnek uzayı kapsayan küme ile örnek uzay arasında analoji kurularak ancak yaklaşık değerlere ulaşılabilmektedir.

Matematikte ise durum biraz daha farklı bir boyuta evrilmiştir. İçinde bulunduğumuz yeni dönem için yüzyıllardır çözülmeyi bekleyen ve bu çözümlerin doğruluk ispatlarını gerektiren birçok matematik problemi mevcuttur. Bunlardan bazılarının çözümleri de ispatları da bir matematik dehasının kabiliyetinin ve ortalama yaşam süresinin çok üzerinde bir zeka ve yaşamsal zaman gerektirmektedir. Matematik problemlerinin çözümsüz kalması yerine, bilgisayarlara başvurmak akılcı bir çözüm gibi görülmüştür. En nihayetinde, göstergeleriyle neredeyse her disiplinde dilsel yaşam alanı bulan matematiğin, kendi problemlerine çözüm bulma ve bunun yanı sıra diğer disiplinlerin ihtiyaçlarından doğabilecek yeni problemlere de ispatlarıyla birlikte çözüm getirebilme yeteneğini sürdürmesi gerekmektedir. Bu gereklilik, hem matematiğin diğer disiplinler için dilsel yeterlilik koşulunu sağlamasından hem de kendi problemlerine ancak kendi iç sistemleri ve ispat yöntemleriyle yanıt bulma zorunluluğundan kaynaklanmaktadır. Günümüze kadar ulaşmış, insan ömrünü ve zekasını aşan durumda olan matematik problemlerine çözüm bulabilme adına çaba sergilenmektedir. Çok işlemcili bilgisayarlar ve matematikçilerin ortak çalışması sonucu artık matematiğin çözümsüz gibi görünen problemlerine çözüm getirilebilmektedir. Kimi onüç gigabyte yer kaplayan kimi ikiyüz terabyte yer kaplayan alanlarda milyonlarca, milyarlarca web sayfalı ispatlara nasıl güvenilebileceği de ayrı bir sorunsal olarak karşımıza çıkmaktadır.

Bilgisayar destekli elde edilen bu sonuçlara gözü kapalı güvenilebileceği gibi tüm ara kanıtlar ve iddiaların doğruluklarına odaklanma tercihinde bulunulabilir. İlk durumda, bilgisayar programıyla sonuçlandırılmış ispatın, doğruluğuna ve kesinliğine hiçbir mantıksal sorgulama yapılmadan inanılırsa bilimsel dil olan matematiğin kesinlik ölçütünün, mantıksal argümanlarını kaybedebileceği endişesi de beraberinde gelecektir. İkinci durum değerlendirildiğinde ise ara kanıtlar, iddialar ve çözümlerin hiçbir aşamasında kontrolü kaybetmeden ömürlerce sürebilecek bir zaman dilimine, bunun yanında bir de sadece bu işe odaklı bir akla ihtiyaç duyulacaktır. İki durumun da tercih edilmesi akla uygun görünmemektedir.

İhtiyaçtan kaynaklı matematikteki bu evrilme sonucunda, kendi aklımızın sınırlarını aşan matematiğin zihnin a priori doğrularına dayanması, soyut akıldan somut gerçekliğe inmesi ve kullandığı nesnelerin ontolojik olarak yerinin belirlenememesi sebebiyle, Gödel'in gösterdiği tutarlılık ve tamlık sorunlarının yanında bir de kesinlik sorunu yaşadığı ortadadır. Böyle bir açmazın içindeyken, matematik için sadece tümdengelimsel yöntemden dolayı üstünlük vermek ve ona "sarsılmaz kale" benzetmesi yapmak, yanılgıya düşmek olabilir.

Matematikte yaşanan tamlık sorunun yanında peyda olan kesinlik sorunu da göz önünde bulundurulduğunda matematik için yeni bir yönteme ihtiyaç doğmakta olup bu yöntemin tümdengelimsel akıl yürütme yönteminden daha başarılı olması da pek muhtemel değildir.

Bilim felsefesi yapan Popper matematik dışında diğer deneysel disiplinler için bu disiplinlerin kullandıkları tümevarım yöntemine bir alternatif getirmiştir. Hipotezin ya da teorinin yanlışlandığı yerde yeni bir mantık denetlemesiyle bünyesindeki hatadan kurtarılarak bu defa tümdengelimsel yöntem ile yeniden bir mantık denetlemesine tabi tutulmasına olanak tanıması ilk sorundan kurtulan teorinin yeni bir bilimsel bilgi verebilmesini sağlamaktadır.

Popper'ın mantık denetlemesini matematiğe uygulamak zor görünmektedir. Bu yüzden bu mantık denetlemesini değil fakat tanıdığı imkan sebebiyle bilime araladığı kapıyı matematik için naifçe zorlamakta yarar var. Bu durumda, matematiğin problemlerinin çözümsüzlüğe evrildiği yerde insan zihninden uzak bilgisayar programlarıyla kendini devam ettirme çabasında kuramlarının ya da teorilerinin kesinlik ölçütünün kaybolmasına rağmen, bu kuramlar ve teoriler bilim için fayda sağladığı sürece kullanılmaya devam edilmelidir.

Popper'ın kuramından çıkan en önemli sonuç, bir teorinin yarar sağladığı sürece kullanılması gerektiği fikridir. Örnek vermek gerekirse, dilbilimde mantık temelli düşünme biçiminin psikolojik mahiyet kazanmak suretiyle kendine yeni ve daha anlamlı odak noktaları bulması ve tek bir makalenin açığa vurduğu üzere, matematikte sırf biçimsel bütünlük sayesinde kurulan kalenin zeminin oldukça kaygan ve yıkılmaya müsait oluşu gerçeğinin kabulünün yanı sıra Newton'un 200 yıllık başarı serüveninde neredeyse tek gerçek fizik temsili olan kuramının yerini Einstein'ın genel görelilik kuramına bırakması dilbilim ve bilim dünyasında ciddi sarsıntıların yanında yeni yaklaşımlara da kapı aralamıştır. Artık bilinmektedir ki bir zaman sonra aynı şekilde Einstein'ın kuramı da yerini başka bir kurama bırakabilir. Popper, bilimsel bir kuramın günümüz ihtiyaçlarına, yeni ve sağlam bir diğer kuram ya da teori geliştirilinceye kadar, karşılık gelebildiği sürece kullanılabileceğini göstermiştir.

Böyle bir durumda bilim felsefesinde dogmatik yaklaşım sergilemenin, bilim dünyası için hiçbir kurtarıcı yanı kalmamaktadır. Artık neredeyse faydacı bir bakış açısıyla bilime has toplulukta göreceliği kabullenmek elzem bir hal almıştır. Tüm bu gelişmelerden sonra tıpkı matematik örneğinde olduğu gibi bilim dünyası, gerçekliğe ve kesin bilgiye günümüzde kullanılan bilimsel yöntemlerle erişemeyeceğine ikna olmuştur. Buna en güzel açıklama Ksenophanes (MÖ 569-477) isimli ünlü filozof tarafından günümüzden yaklaşık 2500 yıl öncesinde zaten verilmiştir. Henüz bilimin ve bilimselliğin ayrımının olmadığı bir dönemde Ksenophanes'in sezgisel bir görüyle gerçek bilgiye ulaşılamayacağını dile getirmiş olması oldukça ilgi çekicidir. Popper da bu sözlerden çok etkilendiğini alıntılama yaparak göstermiştir.

> Popper'in en sevdiği alıntılardan biri, Sokrates öncesi filozoflardan Ksenophanes'in, kendisinin şöylece çevirdiği dizeleridir:
>
> Tanrılar açmadılar, başından,
>
> Her şeyi bizlere; ama zamanla
>
> Arayarak bir şeyleri öğrenebilir ve daha iyi bilebiliriz.
>
> Fakat tam doğru bilgiyi hiç kimse edinememiştir,
>
> Edinemeyecektir de isterse tanrılar hakkında olsun,
>
> Sözünü ettiğim bütün şeyler hakkında olsun isterse,
>
> Çünkü rastlantıyla söyleyiverecek bile olsa, insan
>
> Sonul gerçeği, kendisi bilemezdi;
>
> Bilgimizin tümü, örülmüş bir oranlamalar ağından başka bir şey değil de ondan (Magee, 1990: 25).

Bilimde sonul gerçeğe varılamayacağı ve bunun yanı sıra kesinmiş gibi görünen matematiğin kesinlik ekseninden kayıyor olduğundan bahisle Popper'ın mantık denetlemesinin "faydacılık" temelli oluşu sayesinde matematiğe, kullandığı dilin nüfusunu kaybetmeden yaşaması için yeniden yer açılmaktadır. Buradan yola çıkarak, matematiğin geçerliliğini sürdürmesinin bir koşulu olarak onun yanılabilir (pek olası olmamakla birlikte), düzeltilebilir nitelikte olduğunu görme şansını elde etmekteyiz. Sistemlerindeki tamlık sorunu bir yana günümüzde kesinlik sorunu da yaşayan matematiğin işe yararlılığı sürmekte olup, matematik dilinin sunduğundan daha iyi gösterge-anlam bağlamı şimdilik olmadığından dolayı, matematik dili hala bilimsel tüm disiplinlerin vazgeçilmezi durumundadır.

Saussure'cü yaklaşımla denilebilir ki gösterge sabitlendiği yerden kolayca koparılamaz çünkü hem değerlik hem de anlam kazanmıştır. Bununla birlikte, dil yapısal olarak oldukça hantal bir yapıya sahip olduğundan hızlı değişimlere açık değildir. Göstergebilimsel olarak kazandığı değerlikler neticesinde kazandırdığı anlamların zenginliği de hesaba katıldığında, matematiğin tamlık ve kesinlik sorunlarına henüz çözüm bulanamamış olmasına rağmen matematik dilinin öylece terk edilemeyeceği aşikardır. Popper'ın mantıksal denetlemesinin bilime sunduğu yeni imkan sayesinde dilsel olarak yeterli, göstergesel olarak gerekli ve hala en yararlı yöntem ve çözümlere sahip olması sebebiyle faydalı olan matematiğin bilim dünyasında şimdilik sarsılmaz bir yere sahip olduğu ve kuvvetle muhtemel gelecek için de olacağı kanaatine varılabilir.

KAYNAKÇA

Altuğ, T., (2001), Dile Gelen Felsefe, Yapı Kredi Yayınları, İstanbul

Cevizci, A., (2009), Felsefe Tarihi, Say Yayınları, Bursa

Culler, J., (1976), Saussure, William Collins Sons&Co Ltd. Glasgow, Fontana

Çevik, A., (2014), “Philosophy of Hilbert’s Program”, Felsefe Dünyası, 60:265-280

Dağtaşoğlu, A. E., (2013), “Politeia’daki Bölünmüş Çizgi Analojisi’nde Matematik Ara Nesneler Sorunu”, MJH, 3/1:111-124

Doğrucan, M. F., (2011), “Rorty’nin Çok Kültürlülük ve Birey Dengesine Koyduğu Dinamit; Felsefenin Edebiyata İndirgendiği Noktada Atomize Bireyler”, 9. Mantık Matematik Felsefe Sempozyumu, İzmir, ss1-1

Dönmez, A., (2002), Matematiğin Öyküsü ve Serüveni Cilt 1, Toplumsal Dönüşüm Yayınları, İstanbul

Einstein, A., (1991), İzafiyet Teorisi, (Çev. G. Aktaş), Say Yayınları, İstanbul

Feferman, S. ve Dawson, J. W. Jr. (ed)., (1990), Kurt Gödel Collected Works Volume 2, Oxford University Press, New York

Goldstein, L., Lay D. ve Schneider D., (1990), Calculus and Its Applications, Prentice Hall, Inc., USA

Goldstein, R., (2005), The Proof and Paradox of Kurt Gödel, W.W. Norton 8 Company, New York-London

Holdcroft, D., (1991), Saussure Sign, System and Arbitrariness, Cambridge University Press, New York

Ifrah, G., (1995), Bilgisayar Ne Sayar, (Çev. K. Dinçer), Tübitak, Ankara

King, J. P., (1997), Matematik Sanatı, (Çev. N. Arık), Tübitak, Ankara

Koyré, A. (2000), Bilim Tarihi Yazıları 1, (Çev. K. Dinçer), Tübitak, Ankara

Magee, B., (1990), Karl Popper’in Bilim Felsefesi ve Siyaset Kuramı, (Çev. M. Tunçay), Remzi Kitabevi, İstanbul

Magee, B. (2000), Büyük Filozoflar Platon’dan Wittgenstein’a Batı Felsefesi, (Çev. A. Cevizci), Paradigma, İstanbul

Musgrave, A., (1977), “Logicism Revisited”, British Philosophy Science, 28:99-127

Nagel, E. ve Newman J. R., (2001), Gödel’s Proof, New York University Press, USA

Nagel, E. ve Newman J. R., (2007), Gödel Kanıtlaması, (Çev. B. Gözkan), Boğaziçi Üniversitesi Yayınları, İstanbul

Nesin, A., (1995), Matematik ve Doğa, İstanbul Bilgi Üniversitesi Yayınları, İstanbul

Nesin, A., (1996), Önermeler Mantığı, İstanbul Bilgi Üniversitesi Yayınları, İstanbul

Newton, I., (1998), Doğal Felsefenin Matematiksel İlkeleri (Seçmeler), (Çev. A. Yardımlı), İdea Yayınevi, İstanbul

Platon, (2013), Devlet, (Çev. I. Soner), Kaynak Yayınları, İstanbul

Popper, K. R., (1957), Science: Conjectures and Refutations, A Lecture given at Peterhouse, Cambridge, in summer 1953

Popper, K. R., (1992), Unended Quest An Intellectual Autobiography, Open Court Publishing Co. London

Popper, K. R., (2014), Açık Toplum ve Düşmanları Kitap 1-2, (Çev. M. Tunçay ve H. Rızatepe), Liberte Yayın Grubu, Ankara

Saussure, F. D., (2014), Genel Dilbilim Yazıları, (Çev. S. Kılıç), İthaki Yayınları, İstanbul

Spinoza, B. B., (2006), Etika, (Çev. H. Z. Ülken), Dost Kitabevi, Ankara

Stewart, I., (2012), 17 Equations That Changed The World, Basic Books, New York

Taşdelen, İ., (2011), Mantığın Gelişimi, Anadolu Üniversitesi Yayınları, Eskişehir

Yıldırım, C., (1996), Matematiksel Düşünme, Remzi Kitabevi, İstanbul

Duzi, M., "Metamathematical Results on Formally Undecidable Prepositions:Completeness vs. Incompleteness", **www.cs.vsb.cz/duzi/goedel.pdf** (erişim tarihi: 20.02.2017)

Leibniz, G. W., (1898), The Monadology, (Çev. R. Latta), http://tinyurl.com/ab8ae8e

Weber, L., (2015), Gödel's incompleteness Theorem, **www.inf.fu-berlin.de/lehre/WS14/.../Goedel_Handout.pdf** (erişim tarihi: 13.01.2017)

www.bilgisayarkavramları.sadievrenseker.com, (erişim tarihi: 06.03.2017)

www.matematiktutkusu.com, (erişim tarihi: 06.03.2017)

Ö Z G E Ç M İ Ş

Adı ve SOYADI : Zuhal HAZAR

Doğum Yeri - Tarihi: Mardin/Mazıdağı-12.07.1980

Eğitim Durumu

Mezun Olduğu Lise : Yunus Emre Lisesi, Diyarbakır, 1997

Lisans Diploması : Dicle Üniversitesi, Diyarbakır, 2005

Yüksek Lisans Diploması : Akdeniz Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Felsefe Ana Bilim Dalı, Antalya, 2017

Tez Konusu : Dilbilim ve Matematik İlişkisinde Saussure, Gödel, Popper

Yabancı Dil : İngilizce

İş Deneyimi

Çalıştığı Kurumlar : Sınav Dershanesi, Alanya, 2005-2007
Demirtaş Çok Programlı Lisesi, Alanya, 2008-2009
Gümrük Ve Ticaret Bakanlığı, 2009-...

E-Posta : zuhalakcicek@hotmail.com