

**T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**AORT ATAR DAMARININ YEREL OLMAYAN ELASTİSİTE VE YÜZEY
ENERJİSİ YÖNTEMLERİYLE BOYUT ETKİSİNE BAĞLI BURKULMA
ANALİZİ VE SONLU ELEMANLAR MODELİ**

Kadir MERCAN

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

2017

**T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**AORT ATAR DAMARININ YEREL OLMAYAN ELASTİSİTE VE YÜZEY
ENERJİSİ YÖNTEMLERİYLE BOYUT ETKİSİNE BAĞLI BURKULMA
ANALİZİ VE SONLU ELEMANLAR MODELİ**

Kadir MERCAN

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

2017

**T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**AORT ATAR DAMARININ YEREL OLMAYAN ELASTİSİTE VE YÜZEY
ENERJİSİ YÖNTEMLERİYLE BOYUT ETKİSİNE BAĞLI BURKULMA
ANALİZİ VE SONLU ELEMANLAR MODELİ**

Kadir MERCAN

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

Bu tez 29/06/2017 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Oybirliği/Oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Yrd. Doç. Dr. Bekir AKGÖZ

Yrd. Doç. Dr. Mehmet AVCAR (SDÜ)

ÖZET

AORT ATAR DAMARININ YEREL OLMAYAN ELASTİSİTE VE YÜZEY ENERJİSİ YÖNTEMLERİYLE BOYUT ETKİSİNE BAĞLI BURKULMA ANALİZİ VE SONLU ELEMANLAR MODELİ

Kadir MERCAN

Yüksek Lisans Tezi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Haziran 2017, 100 sayfa

Aort atardamarı insanlar ve neredeyse bütün hayvanlar için en ölümcül öneme sahip olan damardır. Aort atardamarı temizlenmiş (oksijenlenmiş) kanı bütün vücuda iletmek için öncelikle arter atardamarlara daha sonra da kılcal damarlara kan iletir. Bu yüzden aort atardamarının stabilitesi canlılarda çok büyük öneme sahiptir. Bu tezde aort atardamarının burkulma analizi klasik ve boyut etkisine bağlı olarak yerel olmayan elastisite teorisi ve yüzey enerjisi yöntemleriyle hesaplanacak olup ayrıca sonlu elemanlar tabanlı bir paket program olan ANSYS 17,0 ile aort atardamarı modellenmesi ve burkulma analizi adım adım gösterilerek yapılacaktır ve boyut etkisine bağlı teorilerden elde edilen sonuçlarla karşılaştırılacaktır.

ANAHTAR KELİMELER: Aort atardamarı, burkulma analizi, yerel olmayan elastisite teorisi, yüzey enerjisi teorisi, sonlu elemanlar modeli

JÜRİ: Prof. Dr. Ömer CİVALEK (Danışman)
Yrd. Doç. Dr. Bekir AKGÖZ
Yrd. Doç. Dr. Mehmet AVCAR

ABSTRACT

SIZE DEPENDENT BUCKLING ANALYSIS OF AORTA ARTERY USING NONLOCAL ELASTICITY THEORY AND SURFACE ELASTICITY THEORY AND ITS FINITE ELEMENT MODEL

Kadir MERCAN

**MSc. Thesis in Civil Engineering
Supervisor: Prof. Dr. Ömer CİVALEK
June 2017, 100 pages**

Aorta artery is the most fatal artery for human being and almost all animals. The aorta artery is the artery which carries the clean (oxygenated) blood to the arterial arteries and all the body. Therefore, the stability of the aortic artery has huge importance in vivo. In this thesis, the buckling analysis of aorta artery has been investigated by using classical, non-local elasticity and surface energy theories and the aorta artery will be modeled and analyzed step by step by using a finite element based computer program ANSYS 17.0. Results obtained from classical, size dependent theories and ANSYS has been compared.

KEYWORDS: Aorta artery, buckling analysis, nonlocal elasticity theory, surface energy theory, finite element model

COMMITTEE: Prof. Dr. Ömer CİVALEK (Supervisor)
Asst. Prof. Dr. Bekir AKGÖZ
Asst. Prof. Dr. Mehmet AVCAR

ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasında, insanlar ve çoğu hayvanlar için ölümcül öneme sahip olan ve en büyük basınca maruz kalan damar olan aort atardamarının burkulma davranışı incelenektir. İnsanın boyu ve kilosuna bağlı olarak aort atardamarı dakikada 3-7 litre yani saniyede yaklaşık bir çay bardağı kan taşır. Kanı taşıırken kalbin atım gücüne ve bünyeye bağlı olarak aort içerisinde 80-140 mmHg kan basıncı meydana gelir. Bu damar kalpten çıkan ilk damar olup bütün temiz dolaşım sisteminin başlangıcı olduğu için vücuttaki en büyük yüklemeye maruz kalan damardır. Teknolojinin gelişmesi sayesinde ilerleyen yaş, obezite veya sigara, alkol kullanımına bağlı olarak aort atardamarının zayıflaması bir nebze tedavi edilebilir hale gelmiş olsa da trafik kazaları sonucunda görülen ölümcül Travmatik Aortik Ruptürü (TAR) vakalarının görülme oranı trafikteki araçların sayısının gün geçtikçe çoğalıp kazalarının artmasıyla beraber yükselmiştir. “Ruptür” tıp dilinde patlama anlamına gelmektedir. Aort atardamarının burkulması ve buna bağlı olarak yırtılması çoğunlukla desandan aortta görülmektedir. Yakın zaman içerisinde Travmatik Aortik Ruptürü (TAR) hakkında ciddi çalışmalar başlatılmıştır. Bu çalışmalara göre, TAR, trafik kazalarının çok küçük bir kısmında görülmektedir (%1.2) ama ölümcül olan trafik kazalarının önemli bir oranında (%20) görülmektedir. Trafik kazalarında sürücü dışındaki yolcularda bu oran dramatik şekilde yüksektir. Yolcular için ölümcül sonuçlanan trafik kazalarının %91-99'luk kısmında (trafik kazasında araca etkiyen kuvvetin hangi yönden geldiğine bağlı olarak değişmektedir) vefat eden yolcularda Travmatik Aortik Ruptürü (TAR) gözlemlenmiştir. Trafik kazasının hemen ardından olay yerinde TAR görülmeyen vakalarda bile, Travmatik Aortik Zedelenme (TAZ) yüzünden hasta sağlık tesisine ulaştıktan sonra ilk 24 saat içerisinde vefat edebildiği gözlemlenmiştir. Bütün bu sebeplerden dolayı aort atardamarının stabilitesinin araştırılması ve bu vakaları azaltmak için çalışmalar yapılması büyük öneme sahiptir. Ayrıca ANSYS 17,0 sonlu elemanlar tabanlı analiz programıyla aort atardamarının modellenmesi, burkulma ve modal analizi adım adım gösterilecektir.

Bu tezi yazmama ve bu konuda çalışmama olanak veren ve birlikte çalışmaktan onur duyduğum danışman hocam Prof. Dr. Ömer CİVALEK'e, her zaman yanımda olan tecrübelerini ve bilgilerini benimle paylaşan Yrd. Doç. Dr. Bekir AKGÖZ'e ve Arş. Gör. Çiğdem IŞIK'a, eğitim-öğretim hayatımda bana hep destek olan ve motive eden aileme ve desteklerinden dolayı Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırmalar Kurumu'na (TÜBİTAK) ve bu çalışmaları mümkün kılan bizden önceki bütün bilim insanlarına sonsuz teşekkür ve şükranlarımı sunarım.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
ÖNSÖZ	iii
İÇİNDEKİLER	iv
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	v
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ	1
1.1. Aort Atardamarının Biyolojisi.....	1
1.2. Aort Atardamarının Maruz Kaldığı Yükler.....	4
2. KURAMSAL BİLGİLER ve KAYNAK TARAMALARI	6
2.1. Aort Atardamarına Etki Eden Mekanik Faktörler ve Vasküler Biyoloji.....	6
2.2. Boyut Eksisine Bağlı Teoriler ve Nanoteknoloji	7
3. MATERYAL ve METOT	10
3.1. Sürekli Sistemlerin Titreşimi.....	10
3.2. Kirişlerin Titreşimi Denklemlerinin Elde Edilmesi	12
3.2.1. Her iki ucu basit mesnet durumu	15
3.2.2. Her iki ucu ankastre mesnet durumu	18
3.2.3. Her iki ucu serbest mesnet durumu	20
3.2.4. Bir ucu ankastre bir ucu basit mesnet durumu.....	22
3.2.5. Bir ucu ankastre bir ucu boşta mesnet durumu.....	24
3.3. Euler-Bernoulli Teorisiyle Kiriş Burkulması	26
3.3.1. Bir ucu ankastre, bir ucu boşta olan kiriş	28
3.3.2. Her iki ucu basit mesnet olan kiriş	29
3.3.3. Bir ucu ankastre, bir ucu basit mesnet olan kiriş	29
3.3.4. Her iki ucu ankastre mesnet olan kiriş.....	30
3.4. Elastik Zemine Oturan Kirişin Burkulması.....	31
3.4.1. Her iki ucu basit mesnetlenmiş kiriş.....	33
3.5. Yerel Olmayan Elastisite Teorisine Göre Burkulma Hesabı.....	34
3.6. Yerel Olmayan Yüzey Enerjisi Teorisine Göre Burkulma Hesabı	40
3.7. Aort Atardamarının Mekanik Modellenmesi	43
3.8. ANSYS ile Aort Atardamarının Modellenmesi ve Burkulma Analizi.....	47
4. BULGULAR ve TARTIŞMA	72
5. SONUÇ.....	95
6. KAYNAKLAR	96
ÖZGEÇMİŞ	

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler

u, v, w	: Sırasıyla x, y ve z doğrultusundaki deplasmanlar
ν	: Poisson oranı
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$: İlgili doğrultudaki normal gerilmeler
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$: İlgili doğrultudaki kayma gerilmeleri
G	: Kayma modülü
E	: Elastisite modülü
Ω	: Boyutsuz frekans
ω	: Doğal frekans
τ_{kl}	: Gerilme tansörü
ρ	: Kütle yoğunluğu
u_l	: Yer değiştirme vektörü
ε_{kl}	: Şekil değiştirme
$\tau_{kl}(x^l)$: x^l noktasındaki lokal gerilme tansörü
$\varepsilon_{kl}(x^l)$: Cismin x^l noktasındaki lineer şekil değiştirme tansörü
μ	: Yerel olmayan teoriye göre boyut etkisi katsayısının karesi
e_0	: Yerel olmayan teoriye göre boyut etkisi katsayısı
σ_{ij}	: ij yönündeki normal ve kayma gerilmesi bileşeni
γ_{ij}	: ij yönündeki açısal şekil değiştirme
U	: Şekil değiştirme enerjisi

Kısaltmalar

KNT	: Karbon Nanotüp
TAR	: Travmatik Aortik Rüptürü
TAZ	: Travmatik Aortik Zedelenme
YOYET	: Yerel olmayan yüzey enerjisi teorisi
YET	: Yüzey enerjisi teorisi
YOT	: Yerel olmayan elastisite teorisi
KT	: Klasik teori
TDKNT	: Tek Duvarlı Karbon Nanotüp
TTM	: Taramalı Tünelleme Mikroskobu
AKM	: Atomik Kuvvet Mikroskobu
kPa	: Kilopascal
MPa	: Megapascal
μm	: Mikrometre
mm	: Milimetre
cm	: Santimetre
m	: Metre
N	: Newton
Hz	: Hertz

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Aort atardamarının insan vücudu içerisindeki duruşu ve bölümleri.....	1
Şekil 1.2. Aort atardamarı kesitleri	2
Şekil 1.3. Aort atardamarının ilk 3 doğal mod şekli ve burkulmuş hali	5
Şekil 2.1. Tipik bir grafen yapısı.....	8
Şekil 2.2. Grafen yapısından nanotüpe geçiş	9
Şekil 2.3. Nanotüp çeşitleri	9
Şekil 3.1. Üç serbestlik dereceli model.....	11
Şekil 3.2. N serbestlik dereceli model.....	11
Şekil 3.3. Sürekli model.....	11
Şekil 3.4. Basit mesnetlenmiş kiriş	15
Şekil 3.5. Her iki ucu basit mesnetli kirişin mod şekilleri (ilk üç mod)	17
Şekil 3.6. İki ucu ankastre mesnetlenmiş kiriş.....	18
Şekil 3.7. Her iki ucu ankastre mesnetli kirişin üçüncü mod şekli	19
Şekil 3.8. İki ucu serbest kiriş	20
Şekil 3.9. Her iki ucu serbest kirişin mod şekilleri (ilk iki mod).....	21
Şekil 3.10. Bir ucu ankastre bir ucu basit mesnetlenmiş kiriş	22
Şekil 3.11. Bir ucu ankastre diğer ucu basit mesnetli kirişin mod şekilleri (ilk iki mod)	24
Şekil 3.12. Bir ucu ankastre bir ucu boşta kiriş	24
Şekil 3.13. Bir ucu ankastre mesnetlenmiş diğer ucu boş kirişin mod şekilleri (ilk üç mod)	26
Şekil 3.14. Aort atardamarının gerçek ve yüzey enerjisi teorisine göre gösterimi	41
Şekil 3.15. Aort atardamarının a) insan vücudu içerisindeki gösterimi b) mekanik modeli.....	46

Şekil 3.16. ANSYS workbench arayüzü	48
Şekil 3.17. Modül kullanımı.....	49
Şekil 3.18. Malzeme kütüphanesi	50
Şekil 3.19. ANSYS’de yeni malzeme tanımlama	51
Şekil 3.20. ANSYS designmodeler arayüzü	52
Şekil 3.21. Kesit çizimi	53
Şekil 3.22. Kesite ölçü vermek	53
Şekil 3.23. Aort atardamarının geometrisinin tamamlanması.....	54
Şekil 3.24. Modüllerin birbirine bağlanması.....	55
Şekil 3.25. ANSYS mechanical arayüzü.....	56
Şekil 3.26. Otomatik parçalama (meshleme)	56
Şekil 3.27. İdeal parçalama (meshleme) için adımlar	57
Şekil 3.28. ANSYS mesnet tanımlama	59
Şekil 3.29. ANSYS aksenal kuvvet tanımlama.....	60
Şekil 3.30. ANSYS burkulma analizi seçenekleri	61
Şekil 3.31. ANSYS malzeme atama	62
Şekil 3.32. ANSYS analiz sonuçları	62
Şekil 3.33. ANSYS mod şekli gösterimi.....	63
Şekil 3.34. ANSYS burkulma mod şekillerinin tamamı	64
Şekil 3.35. ANSYS ayıklanmış burkulma mod şekilleri.....	65
Şekil 3.36. ANSYS modal analiz modülü bağlantısı	66
Şekil 3.37. ANSYS modal analiz sonuçları	67
Şekil 3.38. ANSYS modal analiz mod şekillerinin tamamı.....	69
Şekil 3.39. ANSYS ayıklanmış doğal mod şekilleri	70

Şekil 3.40. ANSYS fazladan modları ayıklamak.....	71
Şekil 4.1. Aort atardamarının damar uzunluğuna bağlı kritik burkulma yükü (n=1, D=4,38 mm, t=1 mm, $K_w=0$, $K_p=0$).....	75
Şekil 4.2. Aort atardamarının damar uzunluğuna bağlı kritik burkulma yükü (n=2, D=4,38 mm, t=1 mm, $K_w=0$, $K_p=0$).....	75
Şekil 4.3. Aort atardamarının damar uzunluğuna bağlı kritik burkulma yükü (n=3, D=4,38 mm, t=1 mm, $K_w=0$, $K_p=0$).....	76
Şekil 4.4. Aort atardamarının damar uzunluğuna bağlı kritik burkulma yükü (n=4, D=4,38 mm, t=1 mm, $K_w=0$, $K_p=0$).....	76
Şekil 4.5. Aort atardamarının damar çapına bağlı kritik burkulma yükü (n=1, L=50 mm, t=1 mm, $K_w=0$, $K_p=0$)	77
Şekil 4.6. Aort atardamarının damar çapına bağlı kritik burkulma yükü (n=2, L=50 mm, t=1 mm, $K_w=0$, $K_p=0$)	77
Şekil 4.7. Aort atardamarının damar çapına bağlı kritik burkulma yükü (n=3, L=50 mm, t=1 mm, $K_w=0$, $K_p=0$)	78
Şekil 4.8. Aort atardamarının damar çapına bağlı kritik burkulma yükü (n=4, L=50 mm, t=1 mm, $K_w=0$, $K_p=0$)	78
Şekil 4.9. Aort atardamarının damar duvarı kalınlığına bağlı kritik burkulma yükü (n=1, L=50 mm, D=4,38 mm, $K_w=0$, $K_p=0$)	79
Şekil 4.10. Aort atardamarının damar duvarı kalınlığına bağlı kritik burkulma yükü (n=2, L=50 mm, D=4,38 mm, $K_w=0$, $K_p=0$)	79
Şekil 4.11. Aort atardamarının damar duvarı kalınlığına bağlı kritik burkulma yükü (n=3, L=50 mm, D=4,38 mm, $K_w=0$, $K_p=0$)	80
Şekil 4.12. Aort atardamarının damar duvarı kalınlığına bağlı kritik burkulma yükü (n=4, L=50 mm, D=4,38 mm, $K_w=0$, $K_p=0$)	80
Şekil 4.13. Aort atardamarının damar duvarı kalınlığına bağlı kritik burkulma yükü (n=1, $K_w=0$, $K_p=0$).....	81
Şekil 4.14. Aort atardamarının damar duvarı kalınlığına bağlı kritik burkulma yükü (n=2, $K_w=0$, $K_p=0$).....	81
Şekil 4.15. Aort atardamarının damar duvarı kalınlığına bağlı kritik burkulma yükü (n=3, $K_w=0$, $K_p=0$).....	82

Şekil 4.16. Aort atardamarının damar duvarı kalınlığına bağlı kritik burkulma yükü ($n=4, K_w=0, K_p=0$)	82
Şekil 4.17. Aort atardamarının insan yaşına bağlı kritik burkulma yükü ($n=1, L=50 \text{ mm}, D=4,38 \text{ mm}, t=1 \text{ mm}, K_w=0, K_p=0$).....	83
Şekil 4.18. Aort atardamarının insan yaşına bağlı kritik burkulma yükü ($n=2, L=50 \text{ mm}, D=4,38 \text{ mm}, t=1 \text{ mm}, K_w=0, K_p=0$).....	83
Şekil 4.19. Aort atardamarının insan yaşına bağlı kritik burkulma yükü ($n=3, L=50 \text{ mm}, D=4,38 \text{ mm}, t=1 \text{ mm}, K_w=0, K_p=0$).....	84
Şekil 4.20. Aort atardamarının insan yaşına bağlı kritik burkulma yükü ($n=4, L=50 \text{ mm}, D=4,38 \text{ mm}, t=1 \text{ mm}, K_w=0, K_p=0$).....	84
Şekil 4.21. Aort atardamarının Winkler zemin parametresine bağlı kritik burkulma yükü ($n=1, L=50 \text{ mm}, D=4,38 \text{ mm}, t=1 \text{ mm}, K_p=0$).....	85
Şekil 4.22. Aort atardamarının Winkler zemin parametresine bağlı kritik burkulma yükü ($n=2, L=50 \text{ mm}, D=4,38 \text{ mm}, t=1 \text{ mm}, K_p=0$).....	85
Şekil 4.23. Aort atardamarının Winkler zemin parametresine bağlı kritik burkulma yükü ($n=3, L=50 \text{ mm}, D=4,38 \text{ mm}, t=1 \text{ mm}, K_p=0$).....	86
Şekil 4.24. Aort atardamarının Winkler zemin parametresine bağlı kritik burkulma yükü ($n=4, L=50 \text{ mm}, D=4,38 \text{ mm}, t=1 \text{ mm}, K_p=0$).....	86
Şekil 4.25. Aort atardamarının Pasternak zemin parametresine bağlı kritik burkulma yükü ($n=1, L=50 \text{ mm}, D=4,38 \text{ mm}, t=1 \text{ mm}, K_w=0$)	87
Şekil 4.26. Aort atardamarının Pasternak zemin parametresine bağlı kritik burkulma yükü ($n=2, L=50 \text{ mm}, D=4,38 \text{ mm}, t=1 \text{ mm}, K_w=0$)	87
Şekil 4.27. Aort atardamarının Pasternak zemin parametresine bağlı kritik burkulma yükü ($n=3, L=50 \text{ mm}, D=4,38 \text{ mm}, t=1 \text{ mm}, K_w=0$)	88
Şekil 4.28. Aort atardamarının Pasternak zemin parametresine bağlı kritik burkulma yükü ($n=4, L=50 \text{ mm}, D=4,38 \text{ mm}, t=1 \text{ mm}, K_w=0$)	88
Şekil 4.29. Aort atardamarının farklı yüzey elastisite değerlerine göre kritik burkulma yükü ($n=4, L=50 \text{ mm}, D=4,38 \text{ mm}, t=1 \text{ mm}, K_w=0, K_p=0$)	89
Şekil 4.30. Aort atardamarının farklı yüzey elastisite değerlerine göre kritik burkulma yükü ($n=4, L=50 \text{ mm}, D=4,38 \text{ mm}, t=1 \text{ mm}, K_w=1000, K_p=50$)	89

Şekil 4.31. Aort atardamarının farklı yerel olmayan elastisite teorisi sabit değerlerine göre kritik burkulma yükü ($n=4$, $L=50$ mm, $D=4,38$ mm, $t=1$ mm, $K_w=0$, $K_p=0$)	90
Şekil 4.32. Aort atardamarının farklı yerel olmayan elastisite teorisi sabit değerlerine göre kritik burkulma yükü ($n=4$, $L=50$ mm, $D=4,38$ mm, $t=1$ mm, $K_w=1000$, $K_p=50$)	90
Şekil 4.33. Aort atardamarının serbest halde doğal frekansları	91
Şekil 4.34. Aort atardamarının mesnetlenmiş halde doğal frekansları	92

ÇİZELGELER DİZİNİ

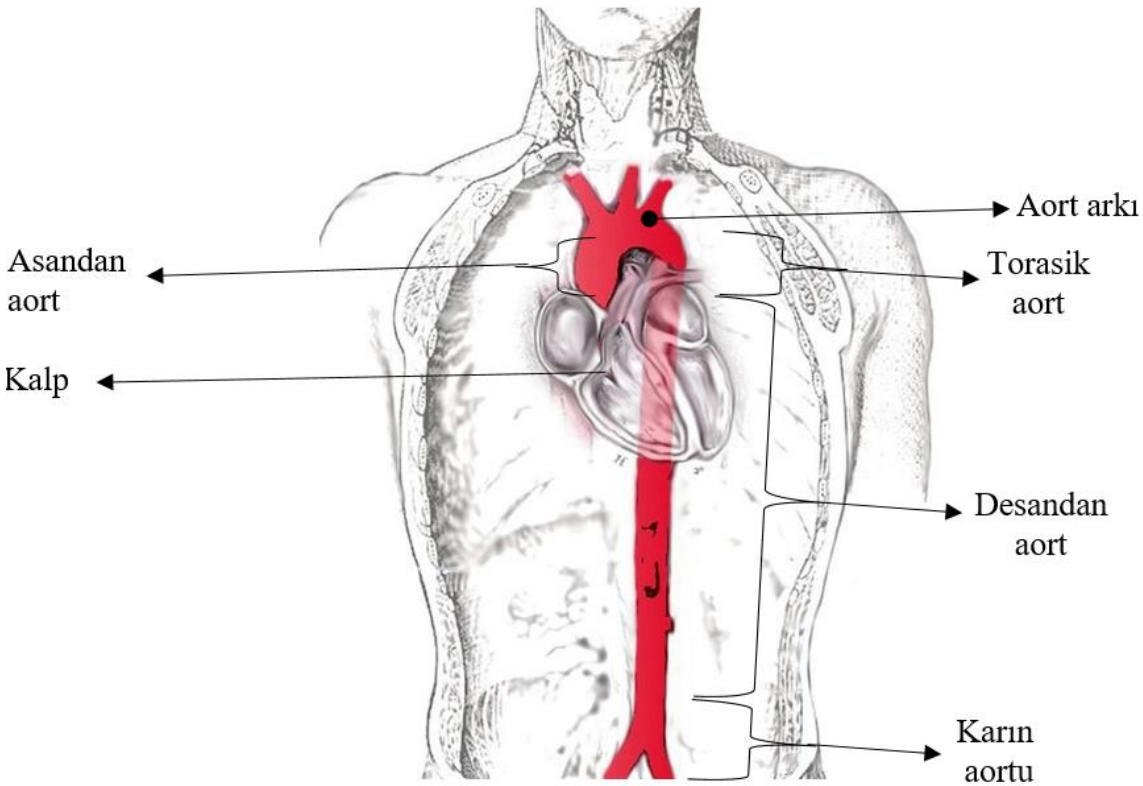
Çizelge 3.1. Aort atardamarının karakteristik özellikleri.....	50
Çizelge 4.1. Ansys analizlerine göre aort atardamarının damar duvarı kalınlığına göre burkulma yükleri (N) (L=50 mm, D=4,38 mm)	72
Çizelge 4.2. Ansys analizlerine göre aort atardamarının uzunluğuna göre burkulma yükleri (N) (t=1 mm D=4,38 mm)	72
Çizelge 4.3. Ansys analizlerine göre aort atardamarının insan yaşına göre burkulma yükleri (N) (L=50 mm, t=1 mm D=4,38 mm)	73
Çizelge 4.4. Ansys analizlerine göre aort atardamarının ortalama çapına göre burkulma yükleri (N) (t=1 mm L=50 mm)	73
Çizelge 4.5. Yöntemler arası kritik burkulma yükleri karşılaştırılması (N) (t=1 mm L=50 mm, D=4,38 mm, $K_w=0$, $K_p=0$)	74

1. GİRİŞ

1.1. Aort Atardamarının Biyolojisi

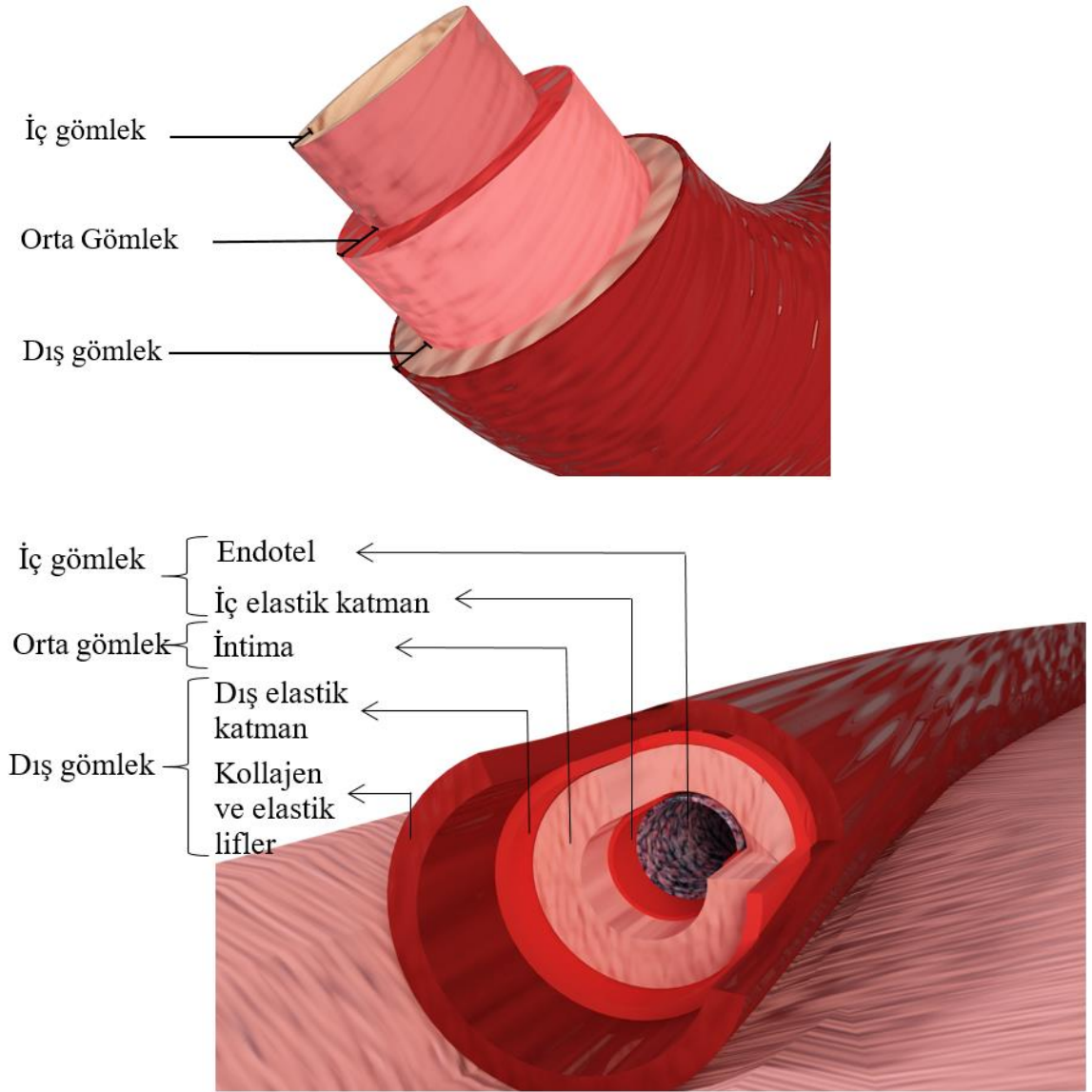
Aort atardamarı insanlar ve bütün memeliler için en ölümcül öneme sahip olan damardır. Vücuttaki en büyük damar olan aort atardamarı kalbin sol ventrikülünden çıkar ve karnın alt kısmına doğru uzanarak arter damarlara ulaşır. Aort atardamarı temizlenmiş (oksijenlenmiş) kanı bütün vücuda iletmek için öncelikle arter atardamarlara daha sonra da kılcal damarlara kan iletir. İnsanın boyu ve kilosuna bağlı olarak aort atardamarı dakikada 3-7 litre kan taşır bu da yaklaşık saniyede bir çay bardağı kadar kana tekabül eder. Kanı taşırken kalbin atım gücüne ve bünyeye bağlı olarak aort içerisinde 80-140 mmHg kan basıncı meydana gelir. Bu damar kalpten çıkan ilk damar olup bütün temiz dolaşım sisteminin başlangıcı olduğu için vücuttaki en büyük yüklemeye maruz kalan damardır. Aort atardamarı beş parçada incelenir. Bunlar:

- Asandan aort: Aort ark'ı ile kalp arasındaki bölümdür.
- Aort arkı: Ters U gibi görünen kısmın zirve noktasıdır.
- Desandan aort: İliyak arterlere bölünen aort arkından bir bölümdür.
- Torasik aort: Diyaframın üstündeki desandan aortun yarısıdır.
- Abdominal aort: Diyaframın altındaki desandan aortun yarısıdır.



Şekil 1.1. Aort atardamarının insan vücudu içerisindeki duruşu ve bölümleri

Kalpten vücuda pompalanan bütün kanın ilk olarak geçtiği ana atardamar aort atardamarıdır. Şekil 1.1’den görüldüğü gibi aort atardamarını başlangıç (kalpten) bitişine (karın arterleri) kadar inceleyecek olursak; kalbe bağlandığı kısma asandan (ascending) aort, asandan aorttan sonra yay şeklinde kıvrımlı yapısıyla kol ve beyin damarlarını besleyen kısma aort arkı (aortic arch), arkı desandan aorta bağlayan küçük kısma torasik aort, daha sonra ise bu tezde incelenecek, düz ve diğer kısımlara göre daha uzun, burkulmanın en çok görüldüğü kısım olan desandan (descending) aort, karın içinde kalan ve buradan arter damarları besleyen son kısma ise karın aortu (abdominal aort) denir. Şekil 1.1’de aort atardamarının insan vücudu içerisindeki duruşu ve bölümleri gösterilmiştir. Literatürdeki birçok çalışma aort atardamarındaki yırtılmaların Şekil 1.1’de gösterilen, damardaki düz kısım olan Desandan aort bölümünde olduğunu göstermiştir (Williams vd 1994). Bu tezde aort atardamarının en çok yaralanmaya (burkulmaya) maruz kalan, düz kısmı olan “Desandan aort” incelenecektir.



Şekil 1.2. Aort atardamarı kesitleri

Arteriyel damarların (atardamarların) çapları her dallanmada azalmasına rağmen venlerin (toplardamarların) çapları her katılımda artar. Kapiller ve venüller gibi küçük damarlarda duvar yapısı daha basitleşmesine rağmen duvarlarında 3 tabaka içerirler. Yapıları fizyolojik özellikleri ile uyumludur. Düşük basınçla karşı karşıya kalan pulmoner arter duvarları, karotis veya renal arterler gibi yüksek basınçlı arter duvarlarına göre daha incedir. Genel olarak arterlerin eşlik eden venlere göre duvarları daha kalın iken çapları daha dardır. Ayrıca histolojik kesitlerde arterler yuvarlaktır ve lümenlerinde kan bulunmaz. Sınıflandırmada kriter, damarın boyutu ya da doku bileşenidir. Damarlarda içten dışarı doğru üç ana tabaka gözlenir ve bu üç ana tabaka aort atardamarında beş alt tabakada incelenebilir. Şekil 1.2’de aort atardamarı kesiti, ana ve alt tabakaların düzeni gösterilmiştir.

- İç gömlek (intima):
 - Endotel: Bazal lamina üzerine oturan tek katlı yassı epiteldir. Endotel hücreleri, tip II, IV, V kollajenleri, laminin, endotelin, nitrik oksit ve von Willebrand faktörü de sentezler ve salgırlar. Ayrıca anjiyotensin I’i anjiyotensin II’ye çeviren anjiyotensin-converting enzim (ACE); bradikinin, serotonin, prostaglandinler, trombin ve norepinefrin gibi maddeleri inaktive eden enzimler ile lipoproteinleri parçalayan lipoprotein lipaz enzimlere de (membranlarında) sahiptirler. Endotel Hücresinin Fonksiyonları:
 - Prostaglandin sentezlemek,
 - Düz Kas hücrelerinin etkinliğinin ayarlamak,
 - Anjiyogenez(önceden mevcut olan küçük damarlardan yeni kan damarlarının oluşması) ve vaskulogenezde rol oynamak,
 - Kanın pıhtılaşmasında rol almak,
 - İnflamasyonda görev almak,
 - Seçici geçirgenliğin sağlanmasında rol almak,
 - Kapiller transporta katılmak,
 - Lipoprotein metabolizmasında rol almak,
 - Vazokonstriktör ve vazodilatatör ajanlar salgılamak,
 - Çeşitli büyüme faktörleri sentezleyip salgılamak.
 - İç elastik katman: Elastik liflerin çok bulunduğu tabakadır. Özellikle muskuler arterlerde iyi gelişmiştir. Elastinden oluşan bu tabaka, daha derinlerde yer alan hücrelerin beslenebilmesi için besinlerin diffüzyonunu sağlayan pencereler içerirler.
- Orta gömlek: Proteoglikan özellikte ve tip III kollajen içeren matrikste yer alan konsantrik düzenlenimli düz kas hücreleri, elastik lifler, elastik membranları içerir. Matriks ve fibröz elementler düz kas hücrelerince sentezlenir. Kapiller ve postkapiller venüllerde tunika media bulunmaz. Bu küçük damarlarda media tabakası yerine perisitler bulunur. Daha geniş muskuler arterlerde ve büyük arterlerde media ve adventisya tabakası arasında internal elastik membrana göre daha ince olan membrana elastika eksterna bulunur.

- Dış gömlek: Fibroblastların, tip I kollajen liflerin ve uzunlamasına yerleşik elastik liflerin yoğun olduğu ve organın bağ dokusu ile devamlılık gösteren tabakadır. Vaso vasorumlar, nervi vasorumlar da bu tabakada bulunur.

İç gömlek damardaki kanla beslenir. Büyük damarların kalınlığı ve muskularitesi damardaki kandan diffüzyonla beslenmeyi engeller. Orta ve dış gömleğin derinlerindeki hücrelerin beslenmesi diffüzyonla zor olacağından beslenme, damar duvarına giren ve sık olarak dallanan vaso vasorumlardan sağlanır. Bu damarın damarları venlerde arterlerden daha fazladır ve iç gömleğe kadar uzanabilir. Çünkü, venöz kan daha az oksijen ve besin içerir. Lenfatik kapillerler venlerin medialarına penetre olabilmelerine karşın arterlerin sadece dış gömleklerinde bulunur. Arter lümenine yakın olsalardı yüksek arteriyel basınçtan dolayı kollabe olabilirlerdi.

Yaşlanmaya bağlı olarak aort atardamarının mekaniksel özellikleri de değişmektedir. 20 yaşlarında bir insanın ortalama aort atardamarının elastisite modülü 200 kPa civarındayken 80'li yaşlarına geldiğinde ise rijitleşerek 150 kPa civarına düşer (O'Rourke ve Hashimoto 2007).

1.2. Aort Atardamarının Maruz Kaldığı Yükler

Aort atardamarı ve benzer şekilde kalın atardamarlar genellikle kendisinden daha ince damarlara kan iletmektedir. Atardamardaki kalınlık değişimi normalde kanda basınç artışı beklentisi yaratırken atardamarlardaki durum bundan daha karmaşıktır. Temiz kan dolaşımında basınç en başta yani kalpten çıkan ilk atar damar olan aort atardamarında en yüksektir. Kan basıncındaki düşüş damar çapına veya damar uzunluğuna bağlı olarak lineer değildir. Kan basıncı aort atardamarından uzaklaştıkça, damar çapının 50 µm-250 µm arasında olduğu kılcal damarlarda %30-40 oranında azalır (R. W. Gore 1974, Levesque ve Nerem 1985, Mulvany ve Aalkjaer 1990) (aort atardamarındaki basınca göre). Basınçtaki bu düşüş atardamarları kılcal damarlara bağlayan, çapları 100 µm'den küçük olan arterler olan terminal arterlerde oluşur. En büyük basınç düşüşü ise dokular arası terminal arterlerdir öte yandan çapları yaklaşık olarak 60 µm'den küçük olan kan damarlarında ise merkezi kan basıncı ile mikrovasküler basınç arasında korelasyon görülmemiştir, bu da basıncın bu tür küçük çaplı damarlarda kontrol edildiğini gösterir (R. Gore ve Bohlen 1975).



Mod 1



Mod 2



Mod 3



Burkulmuş hal

Şekil 1.3. Aort atardamarının ilk 3 doğal mod şekli ve burkulmuş hali

Şekil 1.3'te aort atardamarına ait serbest halde ilk üç doğal mod şekli ve burkulduğu zaman aldığı hal gösterilmiştir. Burkulmuş halden açıkça görülmektedir ki damarın deformasyonuna bağlı olarak damarın tam ortasında ekstra gerilmeler ve bu gerilmelerin sonucu olarak ekstra yükler oluşmuştur.

2. KURAMSAL BİLGİLER ve KAYNAK TARAMALARI

2.1. Aort Atardamarına Etki Eden Mekanik Faktörler ve Vasküler Biyoloji

Memeli hayvanlar ve insanlarda kan damarları çeşitli mekanik yüklemelere maruz kalmaktadır. Bunlardan en etkin olanı şüphesiz kan basıncıdır (Levy ve Tedgui 2007). Kan basıncı damar iç yüzeyinden “*intralüminel basınç*” oluşturması sonucunda damar duvarında basınç ve kayma tipi gerilmeler meydana getirir. Karşılaştırmak gerekirse, kan akışından dolayı kan ile damar iç duvarı arasındaki sürtünme kuvvetinden kaynaklanan kayma gerilmeleri aynı şekilde damar yüzeyine aktarılır ve burkulmaya neden olacak kadar kritik boyutlara ulaşabilir.

Teknolojinin gelişmesi sayesinde ilerleyen yaş, obezite veya sigara, alkol kullanımına bağlı olarak aort atardamarının zayıflaması bir nebze tedavi edilebilir hale gelmiş olsa da trafik kazaları sonucunda görülen ölümcül Travmatik Aortik Rüptürü (TAR) vakalarının görülme oranı trafikteki araçların sayısının gün geçtikçe çoğalıp kazalarının artmasıyla beraber yükselmiştir. “Rüptür” tıp dilinde patlama anlamına gelmektedir (Yağdı vd 2000). Aort atardamarının burkulması ve buna bağlı olarak yırtılması çoğunlukla. Yakın zaman içerisinde Travmatik Aortik Rüptürü (TAR) hakkında ciddi çalışmalar başlatılmıştır. Bu çalışmalara göre, TAR, trafik kazalarının çok küçük bir kısmında görülmektedir (%1.2) ama ölümcül olan trafik kazalarının önemli bir oranında (%20) görülmektedir. Trafik kazalarında sürücü dışındaki yolcularda bu oran dramatik şekilde yüksektir. Yolcular için ölümcül sonuçlanan trafik kazalarının %91-99'lük kısmında (trafik kazasında araca etkiyen kuvvetin hangi yönden geldiğine bağlı olarak değişmektedir) vefat eden yolcularda Travmatik Aortik Rüptürü (TAR) gözlemlenmiştir. Trafik kazasının hemen ardından olay yerinde TAR görülmeyen vakalarda bile, Travmatik Aortik Zedelenme (TAZ) yüzünden hasta sağlık tesisine ulaşıldıktan sonra ilk 24 saat içerisinde vefat edebildiği gözlemlenmiştir (Lee vd 2011).

2003 yılında yayınlanan bir çalışmada, 1992-1999 arasında İngiltere’de 7076 adet trafik kazası incelenmiş ve bunun sonucunda da emniyet kemeri takmanın veya hava yastığı patlamasının aort atardamarının yaralanma ihtimalini yok edemediği gözlemlenmiştir (Richens vd 2003). Bu durum TAR ve TAZ vakalarının altındaki mekanik nedenlerin incelenip daha iyi anlaşılması, kritik durumlar için daha çok çalışma yapılması gereğini ortaya çıkarmıştır. TAR ve TAZ vakalarının kritik sınırlarının belirlenmesi araba güvenliği tasarımında sürücü ve yolcu güvenliği için geliştirme yapılmasının önünü açacaktır.

Trafik kazalarında yüksek oranda görülen TAR ve TAZ vakaları birden fazla deformasyonun meydana gelmesiyle oluşur (Gammie vd 1998). Aort atardamarında görülen neredeyse bütün travmatik rüptürler düşey yönde genellikle intima’dan başlayarak çapraz yırtık şeklinde ortaya çıkar (Bertrand vd 2008).

Trafik kazalarındaki ölümcül vakaların çok büyük bir kısmını TAZ ve TAR oluşturmasına rağmen bu vakalardaki etken parametreler henüz tam olarak anlaşılabilmesiyle birlikte, tek bir etken parametrenin TAR veya TAZ'a yol açamayacağı ve farklı faktörlerin kombinasyonunun hasar ve yırtılma düzeylerini aşan aort atardamarında germe ve basınç oluşturduğu anlaşılmıştır. Bu faktörler, göğse doğrudan

etki, aort atardamarının mediyastinal yapılara göre hareketi ve kaza esnasında aort atardamarında oluşan kan basıncı artışıdır (Neschis vd 2008). TAR ve TAZ'ı anlayabilmenin en etkili yolu aort atardamarının yaralanmasına veya zarar görmesine sebep olan çeşitli yükler altındaki mekanik davranışını incelemek ve anlamaktan geçmektedir.

Literatürdeki bazı çalışmalar aort atardamarındaki kan basıncı sadece damar yüzeyinde gerilmelerde artışa değil aynı zamanda aortun düz boru halindeki stabil formunu burkulmuş forma hale getirebileceğini göstermiştir (Han 2009a, Rachev 2009, Smyth ve Edwards 1972). Burkulmadan dolayı aort atardamarında çok etkili biçimde gerilme ve basınç artışı oluşur ve bu artış TAR ve TAZ vakalarına ve başka tipte ölümcül vakalara öncülük edebilir (Agah 2015).

İnsan atardamarının deneysel olarak alınıp mekanik yükler altındaki davranışını incelemek hem etik açıdan hem de ekonomik açıdan çok zahmetlidir. Bu yüzden aort atardamarının mekanik olarak modellenip çeşitli yükler altındaki davranışını incelemek çok daha uygun olacaktır. Bu tezde aort atardamarı katı cisimler mekaniğine göre içi boş tüp şeklinde modellenip çeşitli durumlar için çeşitli teoriler kullanılarak analizler yapılacaktır. Yetişkin insanlarda desandan aort atardamarı boyu yaklaşık olarak 4-9 cm arasında değişmekte olup çapı 2-5 mm arasındadır. Uzunluk ve çaplardaki farklılıklar insan veya memeli hayvanların boylarına ve yaşlarına bağlıdır (De Garis vd 1933, Presley 1979).

2.2. Boyut Eksisine Bağlı Teoriler ve Nanoteknoloji

Bilim ve teknoloji gün geçtikçe hızlı ilerlemekte ve boyut olarak çok küçülmektedir. Nanobilim ve nanoteknoloji malzeme biliminde, mühendislikte, kimyada, biyoteknoloji alanında, elektronikte, biyomalzemelerde ve enerji üretimi-depolanması gibi birçok inovatif alanda yepyeni ve olağanüstü bir çağ başlatmıştır. Bu yeniliklerin başlangıcı olarak 1991 yılında İijima tarafından keşfedilen karbon nanotüpler (KNT) sayılabilir (Iijima 1991). Bilinen bütün malzemelere göre çok üstün özellikler gösteren bu süper malzeme keşfedildiğinden beri bilim tarafından yoğun ilgi görmüş ve elektronikten biyomedikale, kompozit malzemelerden uçak-uzay mühendisliğine kadar birçok alanda uygulanmış ve olumlu sonuç alınmıştır (Mercan ve Civalık 2016c). Karbon nanotüplerin keşfinin ardından her zaman olduğu teknoloji daha iyi malzemelere ihtiyaç duymuştur. Bu çerçevede nanotüp yapısı ve grafen yapısındaki malzemeler çoğaltılmış her zaman daha iyisini stabilini bulma çabası ortaya çıkmıştır. Bu malzemelerin çoğaltılması sebebiyle nano ölçekteki bütün malzemeleri içerisine alacak yeni bir malzeme grubu oluşturulmuş ve buna "nanomalzemeler" adı verilmiştir. Nanomalzemelerin ahantar özelliği yüksek enerji emme kapasiteleri, yüksek mukavemet dayanımları, çok iyi elektriksel iletkenli esneklikleri, yüksek termal dayanımları, hafiflikleri, yüksek yorulma dirençleri, termoelektriksel iletkenlikleridir (Schulz vd 2013). Nanomalzemelerin temel malzemelerinden olan grafen 2004 yılındaki keşfinden sonra çok büyük ilgi çekmiştir (Novoselov vd 2004). Grafen basitçe karbon nanotüpün açılarak silindirik yapıdan düz bir katmana getirilmiş halidir (Mercan ve Civalık 2017).

Nanobilim ve Nanoteknolojinin Kronolojisi kısaca şöyle sıralanabilir:

1959: Richard Feynman meşhur konuşmasını yaptı; “Eğer moleküler düzeyde malzemeler ve cihazlar yapılabilirse bu, yeni buluşların kaynağı olacaktır.”

1974: Aviram ve Seiden ilk moleküler aygıt için patent aldı.

1981: G.K. Binnig ve H. Rohrer atomları tek tek görüntüleyebilmek için TTM’yi icat etti.

1985: R. Curl Jr, H. Kroto, R. Smalley C60’ı keşfettiler.

1986: G.K. Binnig, C.F. Quate, C. Gerber AFM’yi icat ettiler.

1986: K.E. Drexler ‘Engines of Creation’ kitabını yayınladı (moleküler nanoteknoloji fikri).

1987: iletkenliğin kuantum özelliği ilk defa gözlemlendi.

1987: T.A. Fulton ve G.J. Dolan ilk defa tek elektron transistörü yaptı.

1988: W. De Grado ve ekibi ilk defa suni protein yaptılar.

1989: IBM (Zurich)’de 35 Xe atomundan IBM yazısı yazıldı.

1991: Iijima çok duvarlı karbon nanotüpleri keşfetti.

1993: Iijima ve Bethune tek duvarlı karbon nanotüpleri keşfetti.

1993: Rice Üniversitesi’nde (ABD) ilk ‘nanoteknoloji’ laboratuvarı kuruldu.

1997: N. Seeman ilk defa DNA molekülü kullanarak nanomekanik aygıt yaptı.

1998: C. Dekker ve ekibi TUBEFFET yaptı.

1999: M. Reed ve J.M. Tour ilk defa tek organik molekül ile elektronik anahtar yaptı.

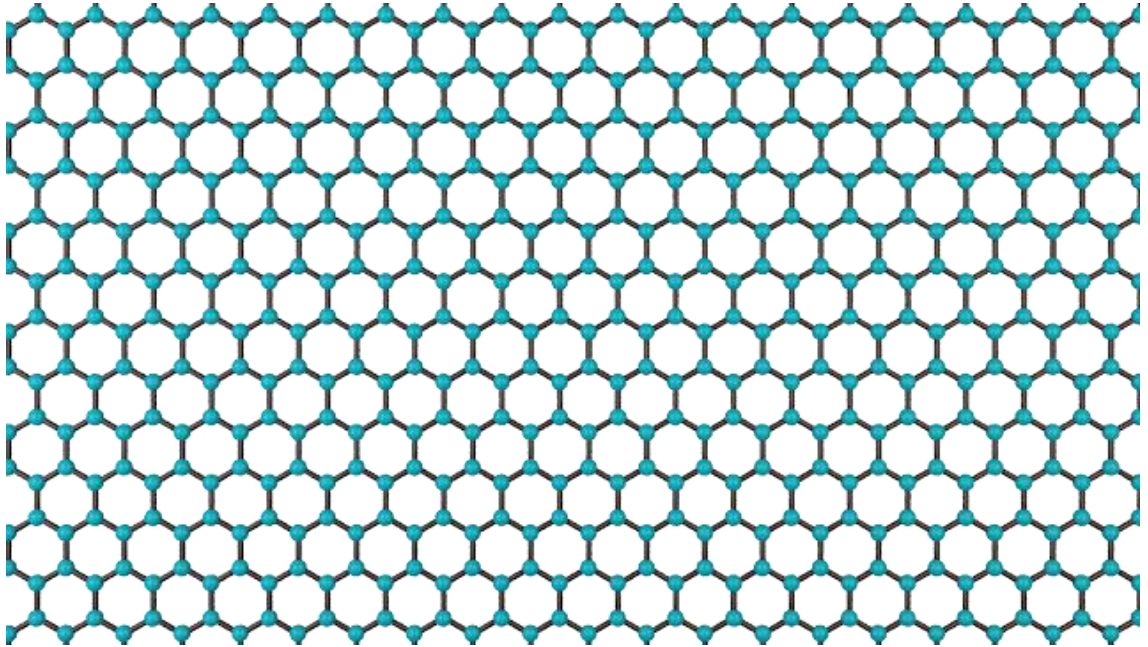
2000: ABD’de ilk defa nanoteknoloji araştırmaları için 422 Milyon \$ kaynak ayırdı.

2001: ilk defa nanotüplerden transistör ve mantık devreleri yapıldı.

2001: ZnO nanotel laseri yapıldı.

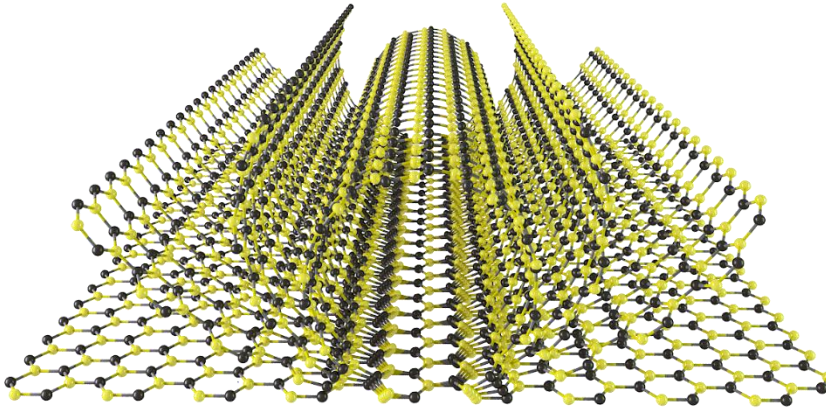
2002: Süperörgü nanoteller yapıldı.

2005: ilk dört tekerlekli nano araba modeli hareket ettirildi.



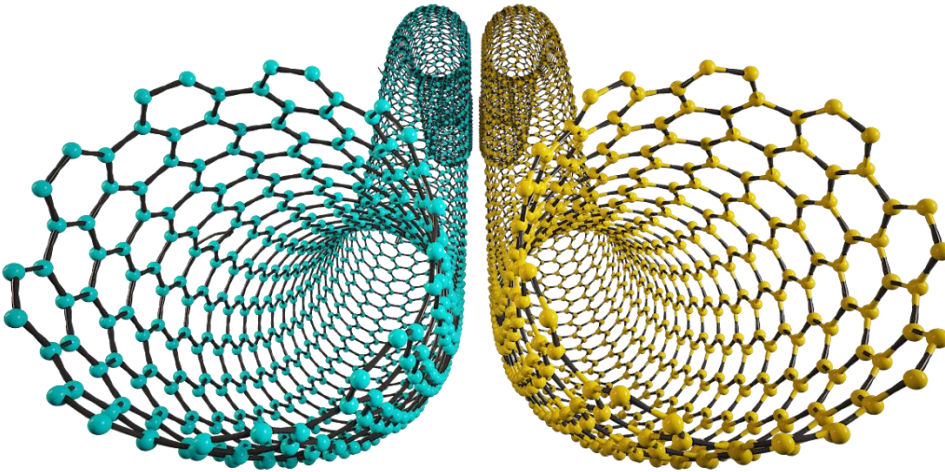
Şekil 2.1. Tipik bir grafen yapısı

Şekil 2.1’de tipik bir grafen yapısı gösterilmektedir. Buradaki mavi küreler Karbon atomlarını temsil etmektedir. Şekil 4’ten görüldüğü gibi grafen tabakaları birbirine bal peteği şeklinde (hexagonal) bağlanmış karbon atomlarının birbirlerine bağlanmasıyla oluşur. Grafen adı verilen bu tabakalar birçok yöntemle elde edilebilir. Katman ayırma, kimyasal ayrışma gibi yöntemler bunlar arasında sayılır. Grafen bazlı nanomalzemeler olan karbon nanotüplerin ve karbon nanotellerin kullanım alanları başta termal stabilitelerinden dolayı sınırlıdır (Mercan ve Civalık 2016a). Bu yüzden gün geçtikçe bilim insanları yeni malzemeler kullanarak yeni nanotüpler elde etmiş ve farklı kullanım alanları için geliştirmiştir. En çok kullanılan nanotüpler karbon nanotüp, bor nitrit nanotüp, silikon karbit nanotüptür.



Şekil 2.2. Grafen yapısından nanotüpe geçiş

Şekil 2.2’den görüldüğü gibi grafen yapının basitçe kıvrılmasıyla nanotüpler elde edilebilir.



Şekil 2.3. Nanotüp çeşitleri

Şekil 2.3’te sırasıyla karbon nanotüp ve silikon karbit nanotüp gösterilmiştir. Birçok çalışmada nanotüp analizleri yapılarak boyut etkisinin önemi gösterilmiş ve yeni teoriler geliştirilmiştir (Mercan 2016).

3. MATERYAL ve METOT

3.1. Sürekli Sistemlerin Titreşimi

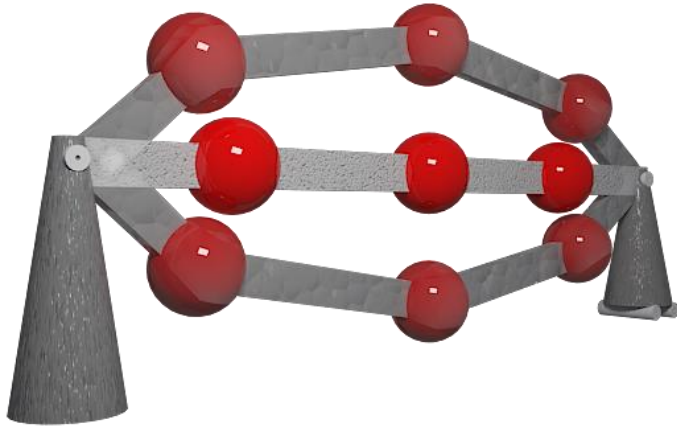
Bir yapının dinamik dış etkiler altındaki davranışı, bu etkilerin büyüklük, şekil ve süreleri kadar, sistemin kütlesi, rijitliği ve sistemdeki enerji kaybına da bağlı olarak değişir. Sistemin bu fiziksel özelliklerinin her biri, en basit tek serbestlik dereceli modelde, Şekil 3.1’de görüldüğü gibi farklı birer elemanla temsil edilir.

Burada, bütün sistemin kütlesi m ’nin, blok eleman olarak gösterilen tek bir noktada toplandığı, diğer elemanların ise kütesiz olduğu kabul edilir. Kütlelerin yer değiştirmesine direnip onu eski yerine dönmeye zorlayan tüm elemanları, k rijitliğine sahip tek bir yay, titreşimi söndüren mekanizmaları ise c katsayısına sahip bir sönümleyici temsil eder. Kütle hareketinin serbestlik yönü, üzerindeki okla, büyüklüğü de, t ile belirtilen zamana bağlı bir fonksiyon olan $q(t)$ ile gösterilir. Kütleye serbestlik yönünde etkileyerek zaman içinde yer değiştiren dış kuvvet de $F(t)$ ile gösterilmektedir.

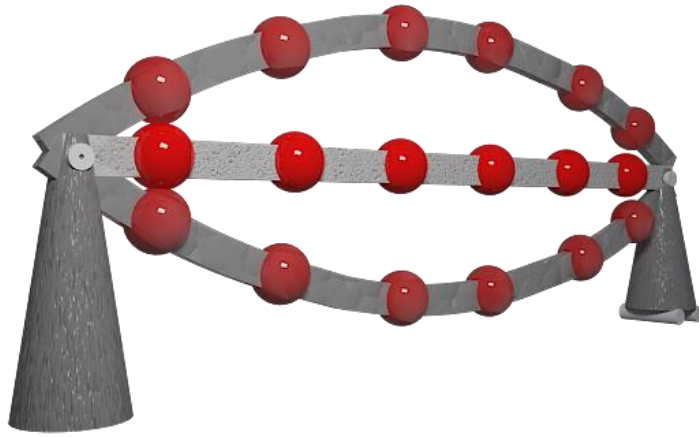
Gerçekte tüm cisimlerin kütleleri belirli bir hacim içinde dağılmıştır ve bu cisimler dış yükler altında az da olsa şekil değiştirmeye uğrarlar. Bu özellikler dikkate alındığında artık titreşimi tanımlayan denklemlerin sadece belirli noktalar için değil, cisimdeki tüm noktalar (noktasal kütleler) için yazılması gerekir. Dolayısıyla bu durumlarda sınırlı sayıda serbestliği olan model yerine, sonsuz sayıda serbestliği olan bir model kullanılır. Böylece titreşim hareketi, hem konuma hem de zamana bağlı türevler içeren kısmi diferansiyel denklemlerle tanımlanır.

Bir ya da daha çok kütleli oluşan herhangi bir sistemin hareketlerini izleyebilmek için gereken en az sayıdaki bağımsız ötelenme veya dönme yönlerine göre sistemin serbestlik yönleri, bunların sayısına da serbestlik derecesi denir.

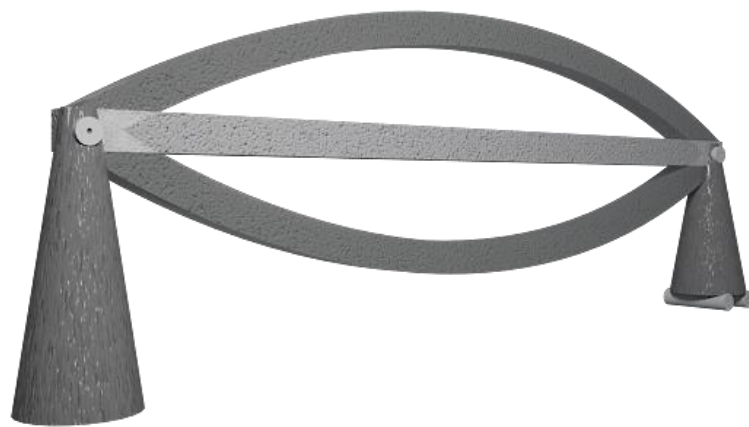
Sürekli sistemler incelenirken çok serbestlik dereceli modellerin analizinde geliştirilen çoğu kavram ve yaklaşım kullanılabilir. Bu kavramlardan başlıcaları, frekans ve mod şeklindedir. Şekil 3.1’de, toplam kütlesi m ’nin, L uzunluğu boyunca eşit dağıldığı basit bir kiriş için çok serbestlik dereceli modellerden sürekli bir modele geçiş ve mod şekilleri, adım adım görülmektedir. Kirişin titreşimlerini yaklaşık olarak incelemek için Şekil 3.1’deki gibi üç, ya da daha hassas bir analiz için Şekil 3.2’deki gibi $N > 3$ serbestlik dereceli bir model kurgulanabilir. Bu modeller için birinci mod şekli hesaplanırsa, Şekil 3.1 ve Şekil 3.2’de açık renklerle gösterilenlere benzer yer değiştirmeler görülür. Bu iki modelin mod şekilleri birbirlerine benzer, ancak daha fazla kütleli modelin yer değiştirmesi, üç serbestlik dereceli modelinkine göre daha yumuşak ve düzgün bir eğri gibi gözükür. Şekil 3.3’te ise sürekli model gösterilmiştir.



Şekil 3.1. Üç serbestlik dereceli model



Şekil 3.2. N serbestlik dereceli model



Şekil 3.3. Sürekli model

3.2. Kirişlerin Titreşimi Denklemlerinin Elde Edilmesi

Malzeme ve kesit özellikleri değişmeyen bir kirişin serbest titreşim denklemi şu şekilde ifade edilir:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (3.1)$$

İşlem kolaylığı için Denklem (3.1)'i ρA 'ya bölersek:

$$\frac{EI}{\rho A} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (3.2)$$

Denklem (3.2)'de elastisite modülü (E), atalet momenti (I), yoğunluk (ρ), ve kesit alanı (A) sabit sayılar olduğu için aşağıdaki gösterilen dönüşüm yapılabilir:

$$\frac{EI}{\rho A} = c^2 \quad (3.3)$$

Dönüşüm yapılırsa Denklem (3.2) şu hale gelir:

$$c^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (3.4)$$

Kirişlerin serbest titreşim denklemi Denklem (3.5)'te gösterildiği gibi değişkenlerine ayırma metodu ile bulunabilir.

$$w(x,t) = W(x) \cdot T(t) \quad (3.5)$$

Denklem (3.5) Denklem (3.4)'te yerine konulursa:

$$\frac{c^2}{W(x)} \frac{\partial^4 W(x)}{\partial x^4} = -\frac{1}{T(t)} \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} = a = \omega^2 \quad (3.6)$$

Burada $a = \omega^2$ pozitif sabit gibi kabul edilip Denklem (3.6) şu şekilde tekrar yazılabilir:

$$\frac{\partial^4 W(x)}{\partial x^4} - \beta^4 W(x) = 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} + \omega^2 T(t) = 0 \quad (3.8)$$

Burada:

$$\beta^4 = \frac{\omega^2}{c^2} = \frac{\rho A \omega^2}{EI} \quad (3.9)$$

İşlemlerde kolaylık sağlaması için aşağıda gösterilen dönüşüm yapılabilir:

$$\frac{\partial T(t)}{\partial t} = W \quad (3.10)$$

Bu dönüşüm yapılırsa Denklem (3.8) şu hale gelir,

$$W^2 + \omega^2 W = 0 \quad (3.11)$$

Denklem (3.11)'de aşağıdaki dönüşüm yapılırsa işlemlerde kolaylık sağlanır.

$$W = e^{mx} \quad (3.12)$$

Dönüşüm yapılıncaya Denklem (3.11) şu şekilde yazılabilir:

$$m^2 e^{mx} + \omega^2 e^{mx} = 0 \quad (3.13)$$

$$(m^2 + \omega^2) e^{mx} = 0 \quad (3.14)$$

Burada e^{mx} sifira eşit olamayacağı için $(m^2 + \omega^2)$ ifadesi sifira eşit olur.

$$m^2 + \omega^2 = 0 \quad (3.15)$$

Denklem (3.15)'in kökleri şu şekilde yazılabilir:

$$m_1 = i\omega \quad \text{ve} \quad m_2 = -i\omega \quad (3.16)$$

Denklem (3.16)'da bulunan kökler Denklem (3.12)'de yerine konulursa:

$$W = c_1 e^{i\omega x} + c_2 e^{-i\omega x} \quad (3.17)$$

Euler dönüşümleri şu şekildedir:

$$e^{i\omega x} = \cos \omega x + i \sin \omega x \quad (3.18)$$

$$e^{-i\omega x} = \cos \omega x - i \sin \omega x \quad (3.19)$$

Denklem (3.17)'ye Denklem (3.18) ve Denklem (3.19)'da verilen Euler dönüşümleri uygulanırsa.

$$W = c_1 (\cos \omega x + i \sin \omega x) + c_2 (\cos \omega x - i \sin \omega x) \quad (3.20)$$

$$W = (c_1 + c_2) \cos \omega x + (c_1 - c_2)i \sin \omega x \quad (3.21)$$

$c_1 + c_2$ ve $(c_1 - c_2)i$ birer sabit sayı olduğu için bu ifadelere sırasıyla A ve B diyebiliriz.

Bu durumda Denklem (3.21) şu hale gelir:

$$T(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (3.22)$$

Burada A ve B sabit sayılar olup sınır koşullarından bulunur. Denklem (3.7) üstel formda şu şekilde yazılabilir:

$$W(x) = Ce^{sx} \quad (3.23)$$

Burada C ve s sabit sayılardır. Denklem (3.23) Denklem (3.7)'de yerine konulursa:

$$s^4 Ce^{sx} - \beta^4 Ce^{sx} = 0 \quad (3.24)$$

$$(s^4 - \beta^4) Ce^{sx} = 0 \quad (3.25)$$

$$Ce^{sx} \neq 0, (s^4 - \beta^4) = 0 \quad (3.26)$$

Denklem (3.26)'nın kökleri aşağıdaki gibidir.

$$s_{1,2} = \pm \beta, s_{1,2} = \pm i\beta \quad (3.27)$$

Bu durumda Denklem (3.27)'nin çözümü şu şekilde olur:

$$W(x) = C_1 e^{\beta x} + C_2 e^{-\beta x} + C_3 e^{i\beta x} + C_4 e^{-i\beta x} \quad (3.28)$$

Burada C_1, C_2, C_3 ve C_4 sabit sayılardır. Denklem (3.28)'de Denklem (3.18) ve Denklem (3.19)'da verilen Euler dönüşümleri uygulanırsa denklem şu hale gelir:

$$W(x) = C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x + C_3 \cosh \beta x + C_4 \sinh \beta x \quad (3.29)$$

Kirişin doğal frekansı Denklem (3.29)'dan şu şekilde bulunur:

$$\omega = \beta^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} = (\beta l)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A l^4}} \quad (3.30)$$

Denklem (3.29)'da verilen $W(x)$ fonksiyonu kiriş titreşiminin karakteristik fonksiyonu, ω ise kirişin doğal frekansıdır. Kirişlerin sonsuz sayıda normal modu ve her

moda ait doğal frekansı vardır. Bilinmeyen sabitler (C_1, C_2, C_3 ve C_4) ve β mesnetlenme durumlarına göre kirişin sınır koşullarından bulunur.

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} W_i(x)(A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t) \quad (3.31)$$

Burada, ω_i kirişin i 'nci doğal frekansı, bu frekansa karşılık gelen normal modu ise $W_i(x)$ 'tir. A_i ve B_i kirişin mesnetlenme durumuna göre mesnet koşullarından bulunur.

3.2.1. Her iki ucu basit mesnet durumu



Şekil 3.4. Basit mesnetlenmiş kiriş

Her iki ucu basit mesnetli kirişe ait sınır koşulları aşağıdaki gibidir:

$$W(0) = 0 \quad (3.32)$$

$$\frac{d^2W}{dx^2}(0) = 0 \quad (3.33)$$

$$W(l) = 0 \quad (3.34)$$

$$\frac{d^2W}{dx^2}(l) = 0 \quad (3.35)$$

Bu sınır koşulları basit mesnette deplasmanın (çökmenin) ve momentin sıfıra eşit olduğunu gösterir.

Denklem (3.32), Denklem (3.33), Denklem (3.34) ve Denklem (3.35) sırasıyla Denklem (3.29)'da verilen nihai denklemde yerine yazılırsa:

$$W(0) = C_1 \cdot 1 + C_2 \cdot 0 + C_3 \cdot 1 + C_4 \cdot 0 = 0 \quad (3.36)$$

$$W''(0) = -C_1\beta^2 \cdot 1 - C_2\beta^2 \cdot 0 + C_3\beta^2 \cdot 1 + C_4\beta^2 \cdot 0 = 0 \quad (3.37)$$

$$W(l) = C_1 \cos \beta l + C_2 \sin \beta l + C_3 \cosh \beta l + C_4 \sinh \beta l = 0 \quad (3.38)$$

$$W''(l) = -C_1\beta^2 \cos \beta l - C_2\beta^2 \sin \beta l + C_3\beta^2 \cosh \beta l + C_4\beta^2 \sinh \beta l = 0 \quad (3.39)$$

Burada “ $W''(0)$ ” Denklem (3.36)’nin iki kez türevi alınmış halidir. Denklem (3.36) ve Denklem (3.37)’den C_1 ve C_2 sabitlerinin sıfıra eşit olduğu görülür. Bu durumda Denklem (3.38) ve Denklem (3.39) şu hale gelir:

$$W(l) = C_2 \sin \beta l + C_4 \sinh \beta l = 0 \quad (3.40)$$

$$W''(l) = -C_2\beta^2 \sin \beta l + C_4\beta^2 \sinh \beta l = 0 \quad (3.41)$$

Denklem (3.40) ve Denklem (3.41) iki bilinmeyenli denklemlerdir, bu denklemleri matris formda yazılırsa:

$$\begin{bmatrix} \sin \beta l & \sinh \beta l \\ -\beta^2 \sin \beta l & \beta^2 \sinh \beta l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_2 \\ C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Denklem (3.42)’de verilen matrisin determinantını alınırsa:

$$-(\sin \beta l + \sinh \beta l)^2 + (\sin \beta l - \sinh \beta l)^2 = 0 \quad (3.43)$$

$$\sin \beta l \sinh \beta l = 0 \quad (3.44)$$

Burada $\sinh \beta l$ ’nin sıfır olamayacağı görülür ($\beta = 0$ olamaz), bu durumda $\sin \beta l$ sıfıra eşit olmalıdır. Böylece frekans denklemi şu hale gelir:

$$\sin \beta l = 0 \quad (3.45)$$

Sinüs fonksiyonunu sıfıra eşit yapan değerler Denklem (3.45)’in kökleri olur, bunlar:

$$\beta_n l = n\pi, \quad n=1,2,\dots \quad (3.46)$$

Bu durumda doğal frekans ve titreşim denklemleri şu hale gelir:

$$\omega_n = (\beta_n l)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A l^4}} = n^2 \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A l^4}}, \quad n=1,2,\dots \quad (3.47)$$

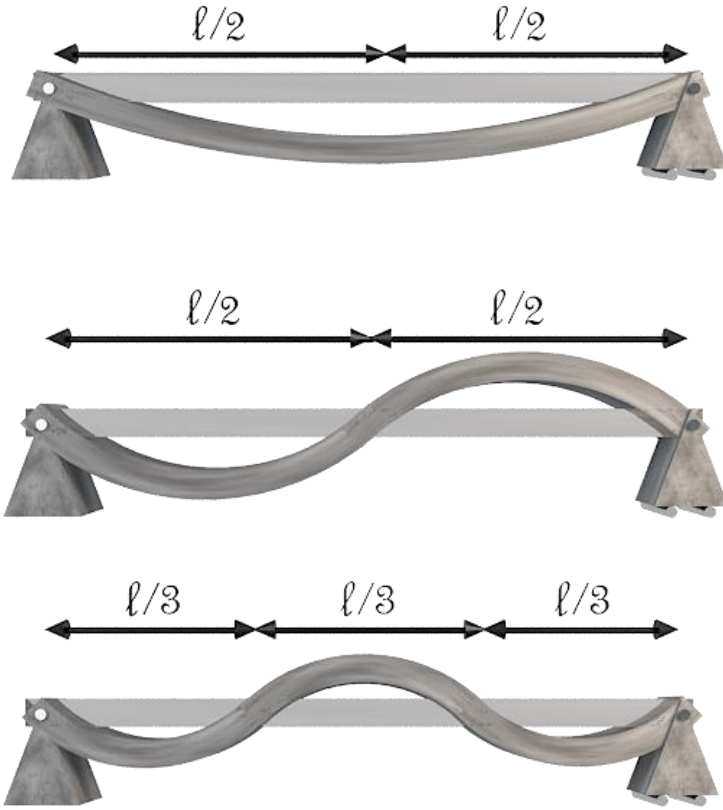
$$W_n(x) = C_n \sin \beta_n x = C_n \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad n=1,2,\dots \quad (3.48)$$

Denklem (3.47)'ye mod şekilleri denklemi denir. Normal titreşim denklemi ise şöyle ifade edilir:

$$w_n(x,t) = W_n(x)(A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t), \quad n=1,2,\dots \quad (3.49)$$

Denklem (3.49) normal titreşim denklemidir ve denklemin çözümü şu şekilde yazılabilir:

$$w_n(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} w_n(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi x}{l} (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) \quad (3.50)$$



Şekil 3.5. Her iki ucu basit mesnetli kirişin mod şekilleri (ilk üç mod)

Şekil 3.5'te basit mesnetlenmiş herhangi bir kirişte görülecek olan ilk üç doğal mod şekli gösterilmiştir. Daha açık renkte gösterilen kirişin deformasyona uğramamış halidir. Şekil 3.5'te görüldüğü gibi ilk modda maksimum çökme kirişin tam ortasında oluşur. İkinci modda ise kiriş tam ortasından ikiye bölünecek şekilde iki noktada maksimum deformasyon gösterir.

3.2.2. Her iki ucu ankastre mesnet durumu

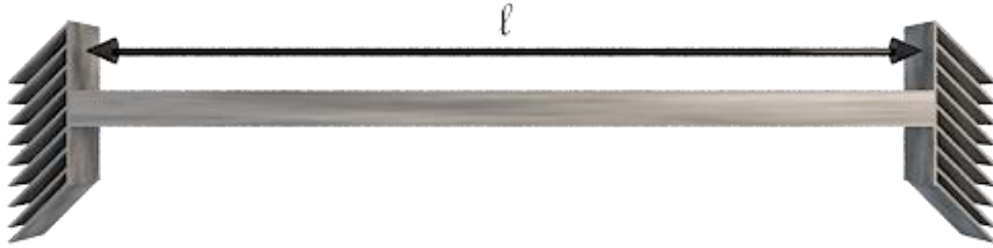
Her iki ucu ankastre mesnetlenmiş kiriş Şekil 3.6’da gösterilmiştir. Bu kirişe ait sınır koşulları şöyledir:

$$W(0) = 0 \quad (3.51)$$

$$\frac{dW}{dx}(0) = 0 \quad (3.52)$$

$$W(l) = 0 \quad (3.53)$$

$$\frac{dW}{dx}(l) = 0 \quad (3.54)$$



Şekil 3.6. İki ucu ankastre mesnetlenmiş kiriş

Bu sınır koşulları ankastre mesnette deplasmanın (çökmenin) ve dönmenin s olduğunu gösterir.

Denklem (3.51), Denklem (3.52), Denklem (3.53) ve Denklem (3.54) sırasıyla Denklem (3.29)’da verilen nihai denkleminde yerine yazılırsa:

$$W(0) = C_1 \cdot 1 + C_2 \cdot 0 + C_3 \cdot 1 + C_4 \cdot 0 = 0 \quad (3.55)$$

$$W'(0) = -C_1 \beta \cdot 0 - C_2 \beta \cdot 1 + C_3 \beta \cdot 0 + C_4 \beta \cdot 1 = 0 \quad (3.56)$$

$$W(l) = C_1 \cos \beta l + C_2 \sin \beta l + C_3 \cosh \beta l + C_4 \sinh \beta l = 0 \quad (3.57)$$

$$W'(l) = -C_1 \beta \sin \beta l + C_2 \beta \cos \beta l + C_3 \beta \sinh \beta l + C_4 \beta \cosh \beta l = 0 \quad (3.58)$$

Denklem (3.55) ve Denklem (3.57)’de verilen denklemlerden C_1 ve C_3 sabitlerinin sıfıra eşit olduğu görülür. Bu durumda Denklem (3.57) ve Denklem (3.58) şu hale gelir:

$$W(l) = C_2 \sin \beta l + C_4 \sinh \beta l = 0 \quad (3.59)$$

$$W'(l) = C_2 \beta \cos \beta l + C_4 \beta \cosh \beta l = 0 \quad (3.60)$$

Denklem (3.59) ve Denklem (3.60) iki bilinmeyenli iki denklemdir, bunları matris formda yazarsak:

$$\begin{bmatrix} \sin \beta l & \sinh \beta l \\ \beta \cos \beta l & \beta \cosh \beta l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_2 \\ C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

Denklem (3.61)'de verilen matrisin determinantını alırsak:

$$\cos \beta l \cosh \beta l - 1 = 0 \quad (3.62)$$

Denklem (3.62) frekans denklemdir. Bu Denklem (3.29)'da verilen nihai denklemde yerine yazılırsa:

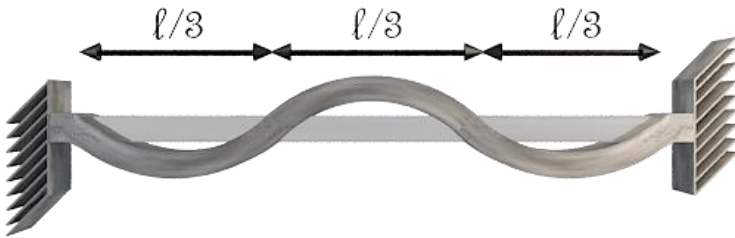
$$W_n(x) = \left[C_n (\cos \beta_n x - \cosh \beta_n x) - \frac{\cos \beta_n l - \cosh \beta_n l}{\sin \beta_n l - \sinh \beta_n l} (\sin \beta_n x - \sinh \beta_n x) \right] \quad (3.63)$$

Buradan n. moda ait genel denklem şu şekilde yazılabilir:

$$w_n(x, t) = W_n(x) (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) \quad (3.64)$$

Serbest titreşim denklemini ise şöyledir:

$$W_n(x) = \left[(\cos \beta_n x - \cosh \beta_n x) - \frac{\cos \beta_n l - \cosh \beta_n l}{\sin \beta_n l - \sinh \beta_n l} (\sin \beta_n x - \sinh \beta_n x) \right] \cdot (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) \quad (3.65)$$



Şekil 3.7. Her iki ucu ankastre mesnetli kirişin üçüncü mod şekli

Şekil 3.7'de her iki ucu ankastre mesnetlenmiş kirişe ait üçüncü mod şekli ve kirişin deforme olmamış hali gösterilmiştir.

3.2.3. Her iki ucu serbest mesnet durumu



Şekil 3.8. İki ucu serbest kiriş

Şekil 3.8’de herhangi bir mesnet yardımıyla mesnetlenmemiş, her iki ucu boşta duran kiriş gösterilmiştir.

Boş uçların sınır koşulları aşağıdaki gibidir:

$$\frac{d^2W}{dx^2}(0) = 0 \quad (3.66)$$

$$\frac{d^3W}{dx^3}(0) = 0 \quad (3.67)$$

$$\frac{d^2W}{dx^2}(l) = 0 \quad (3.68)$$

$$\frac{d^3W}{dx^3}(l) = 0 \quad (3.69)$$

Bu sınır koşulları boş uçta kesmenin ve momentin sıfıra eşit olduğunu gösterir. Denklem (3.66), Denklem (3.67), Denklem (3.68) ve Denklem (3.69) sırasıyla Denklem (3.29)’da verilen nihai denkleminde yerine yazılırsa.

$$W''(0) = -C_1\beta^2 \cdot 1 - C_2\beta^2 \cdot 0 + C_3\beta^2 \cdot 1 + C_4\beta^2 \cdot 0 = 0 \quad (3.70)$$

$$W'''(0) = -C_1\beta^3 \cdot 0 - C_2\beta^3 \cdot 1 + C_3\beta^3 \cdot 0 + C_4\beta^3 \cdot 1 = 0 \quad (3.71)$$

$$W''(l) = -C_1\beta^2 \cos \beta l - C_2\beta^2 \sin \beta l + C_3\beta^2 \cosh \beta l + C_4\beta^2 \sinh \beta l = 0 \quad (3.72)$$

$$W'''(l) = C_1\beta^3 \sin \beta l - C_2\beta^3 \cos \beta l + C_3\beta^3 \sinh \beta l + C_4\beta^3 \cosh \beta l = 0 \quad (3.73)$$

Denklem (3.70) ve Denklem (3.71)'den C_2 ve C_4 sabitlerinin sıfıra eşit olduğu görülür. Bu durumda Denklem (3.72) ve Denklem (3.73) şu hale gelir:

$$W''(l) = -C_1\beta^2 \cos \beta l + C_3\beta^2 \cosh \beta l = 0 \quad (3.74)$$

$$W'''(l) = C_1\beta^3 \sin \beta l + C_3\beta^3 \sinh \beta l = 0 \quad (3.75)$$

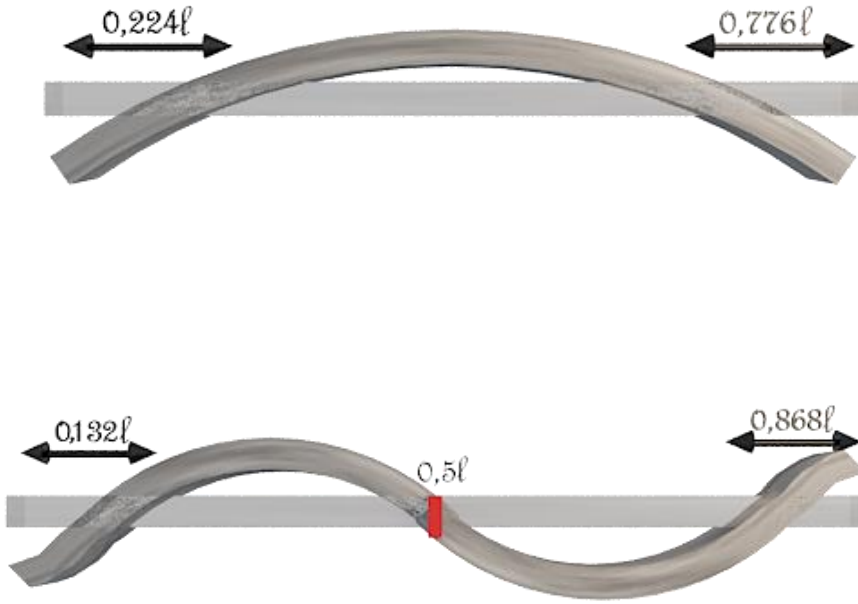
Denklem (3.74) ve Denklem (3.75) iki bilinmeyenli iki denklemdir, bunları matris formunda yazılırsa:

$$\begin{bmatrix} -\beta^2 \cos \beta l & \beta^2 \cosh \beta l \\ \beta^3 \sin \beta l & \beta^3 \sinh \beta l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

Denklem (3.76)'da verilen matrisin determinantını alınırsa:

$$\cos \beta l \cosh \beta l - 1 = 0 \quad (3.77)$$

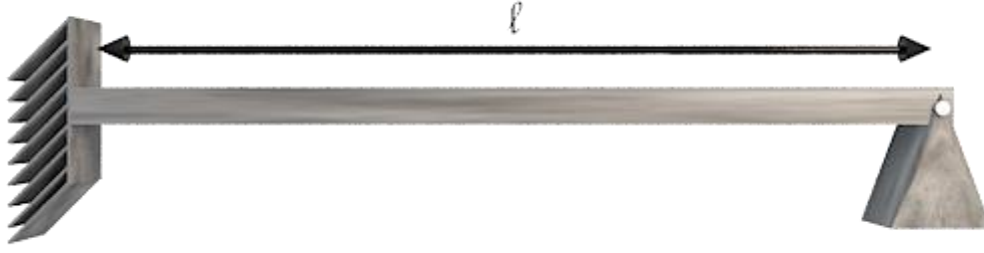
Denklem (3.77)'da verilen denklem frekans denklemidir.



Şekil 3.9. Her iki ucu serbest kirişin mod şekilleri (ilk iki mod)

Şekil 3.9'da serbest haldeki kirişe ait ilk iki mod şekli gösterilmiştir. Gösterilen mesafeler kirişin deforme olmamış haliyle deforme olmuş halinin kesiştiği noktaları "l" cinsinden gösterilmiştir.

3.2.4. Bir ucu ankastre bir ucu basit mesnet durumu



Şekil 3.10. Bir ucu ankastre bir ucu basit mesnetlenmiş kiriş

Şekil 3.10’da bir ucu ankastre bir ucu basit mesnetlenmiş kiriş gösterilmiştir. Bu mesnetlerin mesnet koşulları aşağıdaki gibidir:

$$W(0) = 0 \quad (3.78)$$

$$\frac{dW}{dx}(0) = 0 \quad (3.79)$$

$$W(l) = 0 \quad (3.80)$$

$$\frac{d^2W}{dx^2}(l) = 0 \quad (3.81)$$

Bu sınır koşulları ankastre mesnette deplasmanın (çökmenin) ve dönmenin sıfıra eşit olduğunu, basit mesnette ise deplasmanın (çökmenin) ve momentin sıfıra eşit olduğunu gösterir. Denklem (3.78), Denklem (3.79), Denklem (3.80) ve Denklem (3.81) sırasıyla Denklem (3.29)’da verilen nihai denkleminde yerine yazılırsa:

$$W(0) = C_1 \cdot 1 + C_2 \cdot 0 + C_3 \cdot 1 + C_4 \cdot 0 = 0 \quad (3.82)$$

$$W'(0) = -C_1 \beta \cdot 0 - C_2 \beta \cdot 1 + C_3 \beta \cdot 0 + C_4 \beta \cdot 1 = 0 \quad (3.83)$$

$$W(l) = C_1 \cos \beta l + C_2 \sin \beta l + C_3 \cosh \beta l + C_4 \sinh \beta l = 0 \quad (3.84)$$

$$W''(l) = -C_1 \beta^2 \cos \beta l - C_2 \beta^2 \sin \beta l + C_3 \beta^2 \cosh \beta l + C_4 \beta^2 \sinh \beta l = 0 \quad (3.85)$$

Burada Denklem (3.82)’den $C_1 + C_3$ ’ün sıfıra eşit olduğu görülür. Denklem (3.83)’den ise $\beta C_2 + \beta C_4$ ’nin sıfıra eşit olduğu görülür.

Bu denklemler birleştirilirse:

$$W(x) = C_1(\cos \beta x - \cosh \beta x) + C_2(\sin \beta x - \sinh \beta x) \quad (3.86)$$

Denklem (3.86) ile Denklem (3.84) ve Denklem (3.85) birleştirilirse:

$$C_1(\cos \beta l - \cosh \beta l) + C_2(\sin \beta l - \sinh \beta l) = 0 \quad (3.87)$$

$$-C_1(\cos \beta l + \cosh \beta l) - C_2(\sin \beta l + \sinh \beta l) = 0 \quad (3.88)$$

Denklem (3.87) ve Denklem (3.88) iki bilinmeyenli iki denklemdir, bunlar matris formda yazılırsa:

$$\begin{bmatrix} \cos \beta l - \cosh \beta l & \sin \beta l - \sinh \beta l \\ -(\cos \beta l + \cosh \beta l) & -(\sin \beta l + \sinh \beta l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.89)$$

Denklem (3.89)'da verilen matrisin determinantı alınır:

$$\cos \beta l \sinh \beta l - \sin \beta l - \cosh \beta l = 0 \quad (3.90)$$

$$\tan \beta l = \tanh \beta l \quad (3.91)$$

Denklem (3.91)'in kökleri kirişin doğal titreşim frekanslarını verir.

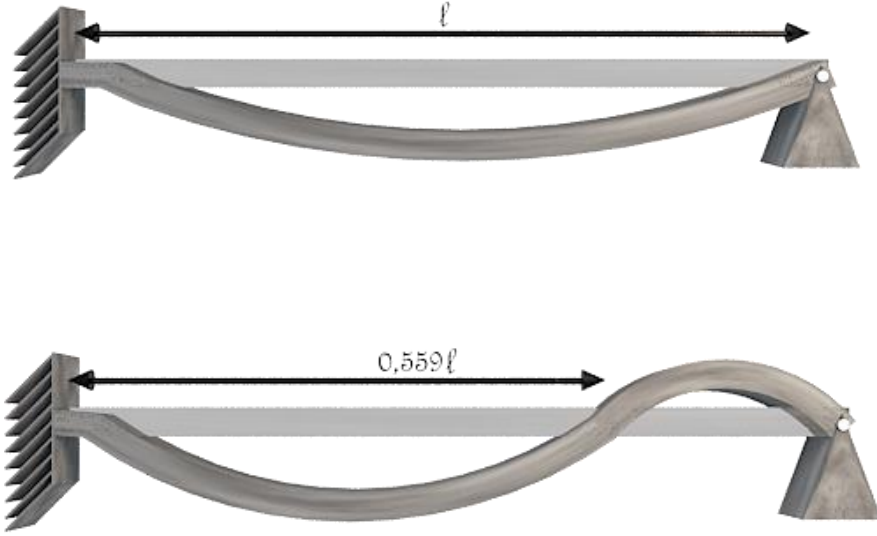
$$\omega_n = (\beta_n l)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A l^4}} \quad n=1,2,3,\dots \quad (3.92)$$

β_n 'e bağlı olan denklemde C_2 'yi C_{2n} olarak gösterirsek, Denklem (3.87) C_{1n} 'e bağlı olarak şu şekilde yazılır:

$$C_{2n} = -C_{1n} \frac{\cos \beta_n l - \cosh \beta_n l}{\sin \beta_n l - \sinh \beta_n l} \quad (3.93)$$

Böylece Denklem (3.86) denklemini şu şekilde yazılır:

$$W_n(x) = C_{1n} \left[(\cos \beta_n x - \cosh \beta_n x) - \frac{\cos \beta_n l - \cosh \beta_n l}{\sin \beta_n l - \sinh \beta_n l} (\sin \beta_n x - \sinh \beta_n x) \right] \quad (3.94)$$



Şekil 3.11. Bir ucu ankastre diğer ucu basit mesnetli kirişin mod şekilleri (ilk iki mod)

Şekil 3.11’de bir ucu ankastre diğer ucu basit mesnetlenmiş kirişin ilk iki mod şekli gösterilmiştir. Açık renkte gösterilmiş olan kiriş, kirişin deforme olmamış halidir.

3.2.5. Bir ucu ankastre bir ucu boşta mesnet durumu



Şekil 3.12. Bir ucu ankastre bir ucu boşta kiriş

Şekil 3.12’de bir ucu ankastre mesnetlenmiş bir ucu boşta olan kiriş gösterilmiştir. Bu mesnet durumlarının sınır koşulları aşağıdaki gibidir:

$$W(0) = 0 \quad (3.95)$$

$$\frac{dW}{dx}(0) = 0 \quad (3.96)$$

$$\frac{d^2W}{dx^2}(l) = 0 \quad (3.97)$$

$$\frac{d^3W}{dx^3}(l) = 0 \quad (3.98)$$

Bu sınır koşulları ankastre mesnette deplasmanın (çökmenin) ve dönmenin sıfıra eşit olduğunu, boş uçta ise kesmenin ve momentin sıfıra eşit olduğunu gösterir. Denklem (3.95), Denklem (3.96), Denklem (3.97) ve Denklem (3.98) sırasıyla Denklem (3.29)'da verilen nihai denkleminde yerine yazılırsa:

$$W(0) = C_1 \cdot 1 + C_2 \cdot 0 + C_3 \cdot 1 + C_4 \cdot 0 = 0 \quad (3.99)$$

$$W'(0) = -C_1\beta \cdot 0 - C_2\beta \cdot 1 + C_3\beta \cdot 0 + C_4\beta \cdot 1 = 0 \quad (3.100)$$

$$W''(l) = -C_1\beta^2 \cos \beta l - C_2\beta^2 \sin \beta l + C_3\beta^2 \cosh \beta l + C_4\beta^2 \sinh \beta l = 0 \quad (3.101)$$

$$W'''(l) = C_1\beta^3 \sin \beta l - C_2\beta^3 \cos \beta l + C_3\beta^3 \sinh \beta l + C_4\beta^3 \cosh \beta l = 0 \quad (3.102)$$

Denklem (3.99) ve Denklem (3.100)'den C_1 ve C_3 sabitlerinin sıfıra eşit olduğu görülür. Bu durumda Denklem (3.101) ve Denklem (3.102) şu hale gelir:

$$W''(l) = -C_2\beta^2 \sin \beta l + C_4\beta^2 \sinh \beta l = 0 \quad (3.103)$$

$$W'''(l) = -C_2\beta^3 \cos \beta l + C_4\beta^3 \cosh \beta l = 0 \quad (3.104)$$

Denklem (3.103) ve Denklem (3.104) iki bilinmeyenli iki denklemdir, bunlar matris formda yazılırsa:

$$\begin{bmatrix} -\beta^2 \sin \beta l & \beta^2 \sinh \beta l \\ -\beta^3 \cos \beta l & \beta^3 \cosh \beta l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_2 \\ C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.105)$$

Denklem (3.105)'te verilen matrisin determinantını alırsak:

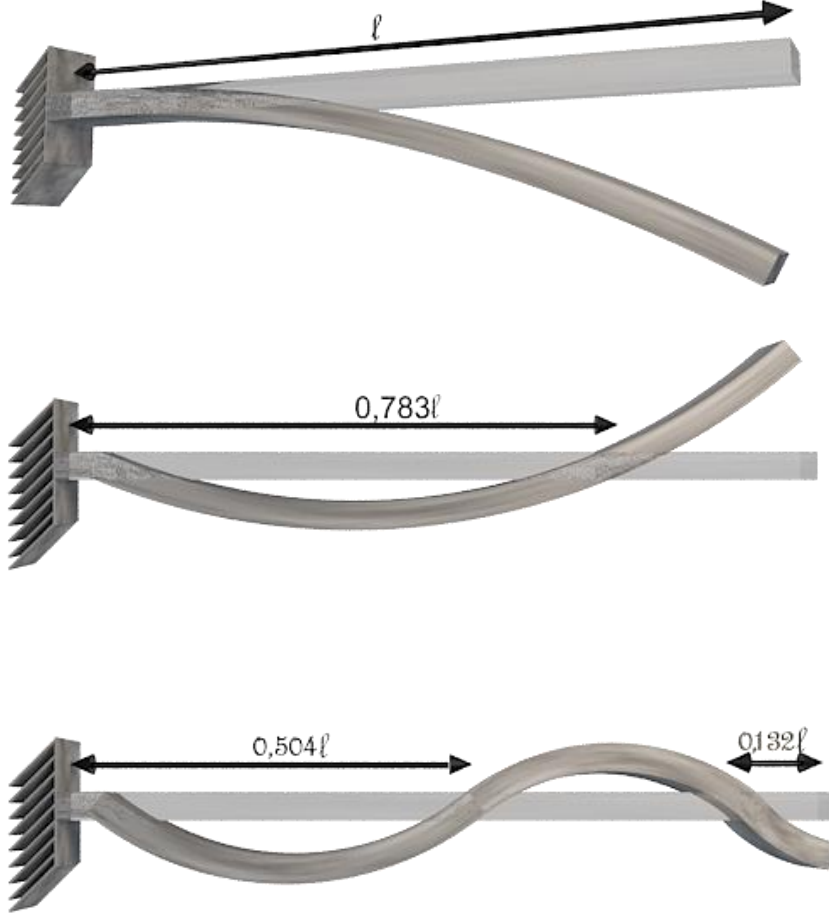
$$\cos \beta l \cosh \beta l + 1 = 0 \quad (3.106)$$

Denklem (3.106) düzenlenerek frekans denklemi elde edilir.

$$\omega_n = (\beta_n l)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A l^4}}, \quad \beta_n l \cong \frac{(2n-1)\pi}{2} \quad (3.107)$$

Denklem (3.107)'den yararlanılarak n. dereceden mod şekli denklemi şöyle elde edilir:

$$W_n(x) = (\cos \beta_n x - \cosh \beta_n x) - \frac{\cos \beta_n l + \cosh \beta_n l}{\sin \beta_n l + \sinh \beta_n l} (\sin \beta_n x - \sinh \beta_n x) \quad (3.108)$$



Şekil 3.13. Bir ucu ankastre mesnetlenmiş diğer ucu boş kirişin mod şekilleri (ilk üç mod)

Şekil 3.13'te bir ucu ankastre mesnetlenmiş diğer ucu boşta kirişin ilk üç mod şekli gösterilmiştir. Açık renkte gösterilen kirişin deforme olmamış halidir. Deformasyona uğramış halin deformasyona uğramamış kirişi nerelerde kestiği gösterilmiştir.

3.3. Euler-Bernoulli Teorisiyle Kiriş Burkulması

Euler-Bernoulli teorisine göre bir kirişin genel burkulma denklemi şu şekildedir:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + P \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \quad (3.109)$$

Denklem (3.109)'da aşağıda gösterilen dönüşüm yapılırsa.

$$\alpha^2 = \frac{P}{EI} \quad (3.110)$$

Denklem (3.110)'da verilen eşitlik Denklem (3.109)'da yerine yazılırsa:

$$y^{iv} + \alpha^2 y'' = 0 \quad (3.111)$$

Denklem (3.111)'de aşağıda gösterilen dönüşüm yapılırsa.

$$y = e^{rx} \quad (3.112)$$

Denklem (3.112)'de verilen eşitlik Denklem (3.111)'de yerine yazılırsa:

$$Br^4 e^{rx} + \alpha^2 Br^2 e^{rx} = 0 \quad (3.113)$$

Denklem (3.113) sadeleştirilirse, şu denklem elde edilir:

$$r^4 + \alpha^2 r^2 = 0 \quad (3.114)$$

Denklem (3.114)'ün kökleri aşağıda verildiği gibidir:

$$r^2 = -\alpha^2 \quad (3.115)$$

$$r_{1,2} = \pm i\alpha \text{ ve } r_{3,4} = \pm i\alpha$$

Denklem (3.115)'te gösterilen $r_{1,2}$ ve $r_{3,4}$ Denklem (3.114)'ün iki çift katlı basit ve kompleks köküdür. Bulunan kökler Denklem (3.115)'te yerine konulup çözümlerse, şu denklem elde edilir:

$$y = C_1 \sin \alpha x + C_2 \cos \alpha x + C_3 \frac{x}{L} + C_4 \quad (3.116)$$

C_1, C_2, C_3 ve C_4 daha sonra sınır koşullarından bulunabilecek olan sabit sayılardır. Denklem (3.116)'nın birinci mertebeden türevi:

$$y' = C_1 \alpha \cos \alpha x - C_2 \alpha \sin \alpha x + \frac{C_3}{L} \quad (3.117)$$

Denklem (3.116)'nın ikinci mertebeden türevi:

$$y'' = -C_1 \alpha^2 \sin \alpha x - C_2 \alpha^2 \cos \alpha x \quad (3.118)$$

Denklem (3.116)'nın üçüncü mertebeden türevi:

$$y''' = -C_1\alpha^3 \cos \alpha x + C_2\alpha^3 \sin \alpha x \quad (3.119)$$

3.3.1. Bir ucu ankastre, bir ucu boşta olan kiriş

Bir ucu ankastre, bir ucu boşta olan bir kiriş için sınır koşulları şu şekildedir:

$$y(0) = y'(0) = 0, \quad y''(l) = y'''(l) + \alpha^2 y'(l) = 0 \quad (3.120)$$

Denklem (3.120)'de verilen sınır koşulları Denklem (3.116), Denklem (3.117), Denklem (3.118) ve Denklem (3.119)'da yerine konulursa:

$$y(0) = C_2 + C_4 = 0 \quad (3.121)$$

$$y'(0) = C_1\alpha + \frac{C_3}{L} = 0 \quad (3.122)$$

$$y''(l) = -C_1\alpha^2 \sin \alpha l - C_2\alpha^2 \cos \alpha l = 0 \quad (3.123)$$

$$y'''(l) + \alpha^2 y'(l) = C_3 \frac{\alpha^2}{L} = 0 \quad (3.124)$$

Yukarıda gösterildiği gibi C_1, C_2, C_3 ve C_4 sabit sayılardır ve bunları Denklemler (3.121-3.124)'te yerine koyarsak çözüm şu şekilde elde edilir:

$$\frac{\alpha^5}{l} \cos(\alpha l) = 0 \quad (3.125)$$

Denklem (3.125)'i sağlayacak iki ihtimal vardır. Bunlar:

$$\frac{\alpha^5}{l} = 0 \text{ ve } \cos(\alpha l) = 0 \quad (3.126)$$

Denk.(3.126)'da Denklem (3.110)'da verilen dönüşüm yerine yazılırsa:

$$\cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}l\right) = 0 \text{ yani } \sqrt{\frac{P}{EI}}l = n\frac{\pi}{2} \quad (3.127)$$

Böylece burkulma denklemi şu şekilde elde edilir:

$$P = \frac{n^2 \pi^2 EI}{4l^2} \quad (3.128)$$

3.3.2. Her iki ucu basit mesnet olan kiriş

Her iki ucu basit mesnetlenmiş olan kiriş için sınır koşulları şu şekildedir:

$$y(0) = y''(0) = 0 \quad (3.129)$$

$$y(l) = y''(l) = 0 \quad (3.130)$$

Denklem (3.129) ve Denklem (3.130)'da verilen sınır koşulları Denklemler (3.116-3.119)'da yerine konulursa:

$$y(0) = C_2 + C_4 = 0 \quad (3.131)$$

$$y''(0) = -C_2\alpha^2 = 0 \quad (3.132)$$

$$y(l) = C_1 \sin \alpha l + C_2 \cos \alpha l + C_3 + C_4 = 0 \quad (3.133)$$

$$y''(l) = -C_1\alpha^2 \sin(\alpha l) - C_2\alpha^2 \cos(\alpha l) = 0 \quad (3.134)$$

Denklemler (3.131-134) matris formda yazılıp çözümlerse

$$-\alpha^4 \sin(\alpha l) = 0 \quad (3.135)$$

elde edilir. Denklem (3.135)'i sıfıra eşitleyen iki ihtimal vardır. Bunlar:

$$-\alpha^4 = 0 \text{ ve } \sin(\alpha l) = 0 \quad (3.136)$$

Denklem (3.136)'da Denklem (3.110)'da verilen dönüşüm yerine yazılırsa:

$$\sin\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}l\right) = 0, \text{ yani } \sqrt{\frac{P}{EI}}l = n\pi \quad (3.137)$$

Böylece burkulma denklemi şu şekilde elde edilir:

$$P = \frac{n^2 \pi^2 EI}{l^2} \quad (3.138)$$

3.3.3. Bir ucu ankastre, bir ucu basit mesnet olan kiriş

Bir ucu ankastre, bir ucu basit mesnetlenmiş olan bir kiriş için sınır koşulları şu şekildedir:

$$y(0) = y'(0) = 0 \quad (3.139)$$

$$y(l) = y''(l) = 0 \quad (3.140)$$

Denklem (3.139) ve Denklem (3.140)'da verilen sınır koşulları Denklemler (3.116-3.119)'da yerine konulursa:

$$y(0) = C_2 + C_4 = 0 \quad (3.141)$$

$$y'(0) = C_1\alpha + \frac{C_3}{L} = 0 \quad (3.142)$$

$$y(l) = C_1 \sin \alpha l + C_2 \cos \alpha l + C_3 + C_4 = 0 \quad (3.143)$$

$$y''(l) = -C_1\alpha^2 \sin(\alpha l) - C_2\alpha^2 \cos(\alpha l) = 0 \quad (3.144)$$

Denklemler (3.141-144) matris formda yazılıp çözülürse:

$$\frac{\alpha}{L} [\sin(\alpha l) - \alpha l \cos(\alpha l)] = 0 \quad (3.145)$$

Denklem (3.145) düzenlenirse şu denklem elde edilir:

$$\tan(\alpha l) = \alpha l \quad (3.146)$$

Denklem (3.146)'yı sağlayan değer $\alpha l = 4.49$ 'dur. Denklem (3.136)'da Denklem (3.110)'da verilen dönüşüm yerine yazılırsa burkulma denklemi şu şekilde elde edilir:

$$P = 2.05 \frac{n^2 \pi^2 EI}{l^2} \quad (3.147)$$

3.3.4. Her iki ucu ankastre mesnet olan kiriş

Her iki ucu ankastre mesnetlenmiş olan kiriş için sınır koşulları şu şekildedir:

$$y(0) = y'(0) = 0 \quad (3.148)$$

$$y(l) = y'(l) = 0 \quad (3.149)$$

Denklem (3.148) ve Denklem (3.149)'da verilen sınır koşulları Denklemler (3.116-3.119)'da yerine konulursa.

$$y(0) = C_2 + C_4 = 0 \quad (3.150)$$

$$y'(0) = C_1 \alpha + \frac{C_3}{L} = 0 \quad (3.151)$$

$$y(l) = C_1 \sin \alpha l + C_2 \cos \alpha l + C_3 + C_4 = 0 \quad (3.152)$$

$$y'(l) = C_1 \alpha \cos \alpha l - C_2 \alpha \sin \alpha l + \frac{C_3}{L} \quad (3.153)$$

Denklemler (3.150-153) matris formda yazılıp çözülsün.

$$\sin\left(\frac{1}{2} \alpha l\right) = 0 \quad (3.154)$$

Denklem (3.154) düzenlenirse Denklem (3.155) elde edilir:

$$\frac{1}{2} \alpha l = \pi \quad (3.155)$$

Denklem (3.110)'da verilen dönüşüm Denklem (3.155)'te yerine yazılırsa burkulma denklemi şu şekilde elde edilir:

$$P = 4 \frac{n^2 \pi^2 EI}{l^2} \quad (3.156)$$

3.4. Elastik Zemine Oturan Kirişin Burkulması

Elastik zemine oturan bir kirişin burkulma denklemi şu şekildedir:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + p \frac{d^2 y}{dx^2} - k_s \frac{d^2 y}{dx^2} + ky = 0 \quad (3.157)$$

Denklem (3.157)'de aşağıda verilen dönüşümler yapılabilir.

$$\alpha^2 = \frac{p - k_s}{EI} \quad (3.158)$$

$$4\beta^4 = \frac{k}{EI} \quad (3.159)$$

Denklem (3.158) ve Denklem (3.159)'da verilen dönüşümler Denklem (3.157)'de yerine yazılırsa:

$$y^{iv} + \alpha^2 y'' + 4\beta^4 y = 0 \quad (3.160)$$

Denklem (3.160)'da aşağıda gösterilen dönüşüm yapılabilir.

$$y = e^{rx} \quad (3.161)$$

Denklem (3.161)'de verilen dönüşüm Denklem (3.160)'da yerine yazılırsa:

$$Br^4 e^{rx} + \alpha^2 Br^2 e^{rx} + 4Be^{rx} \beta^4 = 0 \quad (3.162)$$

Denklem (3.162) sadeleştirilirse, şu denklem elde edilir:

$$r^4 + \alpha^2 r^2 + 4\beta^4 = 0 \quad (3.163)$$

Denklem (3.163)'ün kökleri aşağıdaki gibidir.

$$r = \pm \sqrt{\frac{-\alpha^2 \pm \sqrt{\alpha^4 - 16\beta^4}}{2}}$$

$$r_{1,2} = \pm i \sqrt{\frac{\alpha^2 - \sqrt{\alpha^4 - 16\beta^4}}{2}} \quad (3.164)$$

$$r_{3,4} = \pm i \sqrt{\frac{\alpha^2 + \sqrt{\alpha^4 - 16\beta^4}}{2}}$$

Denklem (3.164)'te verilen $r_{1,2}$ ve $r_{3,4}$ iki çift katlı basit ve kompleks köktür. Bu kökler şu şekilde basitleştirilebilir:

$$A = \sqrt{\frac{\alpha^2 - \sqrt{\alpha^4 - 16\beta^4}}{2}} \quad (3.165)$$

$$B = \sqrt{\frac{\alpha^2 + \sqrt{\alpha^4 - 16\beta^4}}{2}} \quad (3.166)$$

Bulunan kökler Denklem (3.164)'te yerine konulup çözümlerse, şu denklem elde edilir:

$$y = C_1 \cos Ax + C_2 \sin Ax + C_3 \cos Bx + C_4 \sin Bx \quad (3.167)$$

Denklem (3.167)'nin birinci mertebeden türevi:

$$y' = -C_1 A \sin Ax + C_2 A \cos Ax - C_3 B \sin Bx + C_4 B \cos Bx \quad (3.168)$$

Denklem (3.167)'nin ikinci mertebeden türevi:

$$y'' = -C_1 A^2 \cos Ax - C_2 A^2 \sin Ax - C_3 B^2 \cos Bx - C_4 B^2 \sin Bx \quad (3.169)$$

3.4.1. Her iki ucu basit mesnetlenmiş kiriş

Her iki ucu basit mesnetlenmiş olan ve elastik zemine oturan kiriş için sınır koşulları şu şekildedir:

$$y(0) = y''(0) = y(l) = y''(l) = 0 \quad (3.170)$$

Denklem (3.170)'de verilen sınır koşulları Denklem (3.167) ve Denklem (3.169)'da yerine konulursa, şu denklemler elde edilir:

$$y(0) = C_1 + C_3 = 0 \quad (3.171)$$

$$y''(0) = -A^2 C_1 - B^2 C_3 = 0 \quad (3.172)$$

$$y(l) = C_1 \cos Al + C_2 \sin Al + C_3 \cos Bl + C_4 \sin Bl = 0 \quad (3.173)$$

$$y'' = -C_1 A^2 \cos Al - C_2 A^2 \sin Al - C_3 B^2 \cos Bl - C_4 B^2 \sin Bl = 0 \quad (3.174)$$

Denklemler (3.171-174)'te dört bilinmeyenli dört denklem bulunmaktadır. Bu denklemler matris formda yazılıp determinantı alınırsa çözüm şu şekildedir:

$$(A^2 + B^2)^2 \sin Al \sin Bl = 0 \quad (3.175)$$

Denklem (3.175)'i sıfıra eşitleyen üç ihtimal vardır. Bunlar:

$$(A^2 + B^2)^2 = 0 \quad (3.176)$$

$$\sin Al = 0 \quad (3.177)$$

$$\sin Bl = 0 \quad (3.178)$$

Denklem (3.165) ve Denklem (3.166)'yı Denklem (3.176)'da yerine koyarsak:

$$\alpha^2 - 16\beta^4 = \frac{p^2}{(EI)^2} - 16 \frac{k}{4EI} = 0, \quad p = 2\sqrt{kEI} \quad (3.179)$$

Eğer Denklem (3.177) sağlanırsa:

$$\sin Al = 0 \text{ ise } Al = n\pi, n=0,1,2,\dots \quad (3.180)$$

$$A^2 l^2 = n^2 \pi^2 \quad (3.181)$$

Denklem (3.165)'te verilen dönüşüm Denklem (3.181)'de yerine yazılırsa:

$$\frac{\alpha^2 - \sqrt{\alpha^4 - 16\beta^4}}{2} l^2 = n^2 \pi^2 \quad (3.182)$$

Denklem (3.158) ve Denklem (3.159)'da verilen dönüşüm Denklem (3.182)'de yerine yazılırsa kritik burkulma yükü şöyle elde edilir.

$$p = \frac{n^2 \pi^2 EI}{l^2} + \frac{kl^2}{n^2 \pi^2} + k_s \quad (3.183)$$

Eğer Denklem (3.178) sifıra eşitlenirse, benzer şekilde kritik burkulma yükü aşağıdaki gibi elde edilir.

$$p = \frac{n^2 \pi^2 EI}{l^2} + \frac{kl^2}{n^2 \pi^2} + k_s \quad (3.184)$$

3.5. Yerel Olmayan Elastisite Teorisine Göre Burkulma Hesabı

Yerel olmayan elastisite teorisine (YOT) göre kurucu denklem şu şekilde ifade edilir (Eringen 1983)

$$[1 - (e_0 a)^2 \nabla^2] \sigma_{ij} = C_{ijkl} \quad (3.185)$$

Denklem (3.185)'de σ_{ij} yerel olmayan gerilme tansörünü, $C_{ijkl}(x')$ herhangi bir x' noktasında klasik veya yerel gerilme tansörü, a malzemenin iç ve dış karakteristik özelliklerine (latis parametresi, atomlar arası mesafe vb.) bağlı bir değer, ve e_0 her malzemeye özel olarak aralıklarda seçilen yerel olmayan parametredir. Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre yer değiştirme bileşenleri şu şekildedir:

$$u_1(x, z) = -z \frac{dw(x)}{dx}$$

$$u_2(x, z) = 0 \quad (3.186)$$

$$u_3(x, z) = w(x)$$

Burada u_1, u_2, u_3 yer değiştirme vektörünün sırasıyla x -, y - ve z - bileşenleri, w ise enine yer değiştirmedir. Euler-Bernoulli teorisine göre gerilme-yer değiştirme ilişkisi şöyle ifade edilebilir:

$$\varepsilon_{11} = \frac{du}{dx} = -z \frac{d^2w}{dx^2}, \quad \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = \varepsilon_{12} = \varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0 \quad (3.187)$$

Burada ε_{11} aksenal gerilmeyi ifade eder. Euler-Bernoulli teorisine göre bir kirişin gerilme-şekil değiştirme denklemi şöyledir:

$$\sigma_{11} = -Ez \frac{d^2w}{dx^2}, \quad \sigma_{22} = \sigma_{33} = \tau_{12} = \tau_{13} = \tau_{23} = 0 \quad (3.188)$$

Denklem (3.185)'e göre yerel olmayan gerilme-şekil değiştirme denklemi şöyle yazılabilir:

$$\sigma_{11} - \mu \frac{d^2\sigma_{11}}{dx^2} = E\varepsilon_{11}, \quad \sigma_{22} = 0, \quad \sigma_{33} = 0 \quad \text{ve} \quad \tau_{12} = \tau_{21} = 0, \quad (3.189)$$

$$\tau_{13} = \tau_{31} = 0, \quad \tau_{23} = \tau_{32} = 0$$

Burada μ , e_0a 'nın karesine eşittir. Yönetici denklemler minimum toplam potansiyel enerji prensibi kullanılarak elde edilmiştir. Minimum toplam enerji potansiyeline göre toplam enerjisinin ilk varyasyonu sıfıra eşit olmalıdır.

$$\delta \Pi = \delta U - \delta W = 0 \quad (3.190)$$

Denklem (3.190)'da Π toplam potansiyel enerjiyi, δU ve δW ise dış yükler tarafından yapılan gerilme ve toplam enerjilerin sırasıyla ilk varyasyonlarıdır. Gerilme enerjisi olan δU Euler-Bernoulli teorisine göre şöyle yazılabilir:

$$\delta U = \int_0^L \int_A (\sigma_{11} \delta \varepsilon_{11}) dA dx = \int_0^L \int_A \left(\sigma_{11} \left(-z \frac{d^2 \delta w}{dx^2} \right) \right) dA dx \quad (3.191)$$

Yapılan iş ise aşağıda verilen denklem yardımıyla hesaplanabilir.

$$\delta W = \int_0^L \left(P \frac{dw}{dx} \delta \frac{dw}{dx} + qw(x) \right) dx \quad (3.192)$$

Denklem (3.191) ve Denklem (3.192) Denklem (3.190)'da yerine yazılırsa.

$$\int_0^L \left(-M \frac{d^2 \delta w}{dx^2} \right) dx - \int_0^L \left(P \frac{dw}{dx} \delta \frac{dw}{dx} + q \delta w(x) \right) dx = 0 \quad (3.193)$$

Burada P eksenel basınç kuvvetidir. Denklem (3.193)'e kısmi integral uygulanıp varyasyon kuralları uygulanırsa burkulma denklemi ve sınır koşulları şöyle yazılabilir:

$$\delta w : \frac{dw}{dx} \left(P \frac{dw}{dx} \right) - q = \frac{d^2 M}{dx^2} \quad (3.194)$$

$$\frac{dM}{dx} - P \frac{dw}{dx} = 0 \text{ ve } M = 0 \quad (3.195)$$

Denklem (3.189) kullanılarak kiriş için yerel olmayan moment şöyle elde edilir:

$$M - \mu \frac{d^2 M}{dx^2} = -EI \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.196)$$

Denklem (3.194) Denklem (3.196)'da yerine yazılırsa moment şu şekilde elde edilir:

$$M = \mu \left(\frac{d}{dx} \left(P \frac{dw}{dx} \right) - q \right) - EI \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.197)$$

Denklem (3.197)'ün iki kez türevi alınıp Denklem (3.194)'da yerine yazılırsa.

$$\begin{aligned} \delta w : \frac{d^2}{dx^2} \left(-EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right) + \mu \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{d}{dx} \left(P \frac{dw}{dx} \right) - q \right) + \\ q - \frac{d}{dx} \left(P \frac{dw}{dx} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.198)$$

Yerel olmayan sınır koşulları şu şekilde yazılabilir:

$$\frac{d}{dx} \left(\mu \left(\frac{d}{dx} \left(P \frac{dw}{dx} \right) - q \right) - EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right) - P \frac{dw}{dx} = 0 \quad (3.199)$$

$$\mu \left(\frac{d}{dx} \left(P \frac{dw}{dx} \right) - q \right) - EI \frac{d^2 w}{dx^2} = 0$$

Basınç ile zemin deformasyonu arasındaki ilişki şöyle yazılabilir:

$$p(x) = k_w w - k_p \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.200)$$

Burada k_w ve k_p zeminin sırasıyla Winkler ve Pasternak modüllerini ifade eder. Denklem (3.200) Denklem (3.198)'de yerine yazılırsa.

$$\left(-EI + P\mu - k_p\mu\right)\frac{d^4 w}{dx^4} + \left(k_w\mu - P + k_p\right)\frac{d^2 w}{dx^2} - k_w w = 0 \quad (3.201)$$

Basit mesnetli durum için sınır koşulları için temel sınır koşulları şu şekilde yazılabilir:

$$\delta[w]_0^L = 0 \text{ ve } \delta\left[\frac{dw}{dx}\right]_0^L = 0 \quad (3.202)$$

Doğal sınır koşulları ise şu şekildedir:

$$\left[\left(-EI + P\mu - k_p\mu\right)\frac{d^2 w}{dx^2} + \mu k_w w \right]_0^L \text{ ve} \quad (3.203)$$

$$\left[\left(-EI + P\mu - k_p\mu\right)\frac{d^3 w}{dx^3} + (k_w\mu - P)\frac{dw}{dx} \right]_0^L$$

Elastik zemine oturan bir kirişin yerel olmayan burkulma denklemi Denklem (3.201)'de verilmiştir. Denklem (3.201)'i basitleştirmek için aşağıda verilen dönüşümler yapılabilir.

$$A = -EI + P\mu - k_p\mu$$

$$B = k_w\mu - P + k_p \quad (3.204)$$

$$C = k_w$$

Denklem (3.204)'te verilen A , B ve C terimleri Denklem (3.201)'de yerlerine yazılırsa denklem şu şekilde basitleştirilebilir:

$$Aw^{iv} + Bw'' - Cw = 0 \quad (3.205)$$

Burada $w = e^{rx}$ denilirse, Denklem (3.205) şu hale gelir:

$$Ar^4 e^{rx} + Br^2 e^{rx} - Ce^{rx} = 0 \quad (3.206)$$

Denklem (3.206) çözümlerse, şu kökler elde edilir:

$$r_{1,2} = \pm i \sqrt{\frac{B - \sqrt{B^2 + 4AC}}{2A}} \quad \text{ve} \quad r_{3,4} = \pm \left[\sqrt{\frac{\sqrt{B^2 + 4AC} - B}{2A}} - \frac{B}{2A} \right] \quad (3.207)$$

$r_{1,2}$ ve $r_{3,4}$ Denklem (3.206)'nın iki çift katlı basit ve kompleks kökleridir.

$$AA = \sqrt{\frac{B - \sqrt{B^2 + 4AC}}{2A}} \quad \text{ve} \quad BB = \sqrt{\frac{\sqrt{B^2 + 4AC} - B}{2A}} - \frac{B}{2A} \quad (3.208)$$

Denklem (3.207)'de gösterilen gerçek kökler Denklem (3.205)'te yerine konulup çözümlerse, şu denklem elde edilir:

$$w = C_1 \sin AAx + C_2 \cos AAx + C_3 \cosh BBx + C_4 \sinh BBx \quad (3.209)$$

C_1, C_2, C_3 ve C_4 sınır koşullarından bulunabilecek olan sabit sayılardır. Denklem (3.209)'un birinci mertebeden türevi şu şekilde yazılabilir:

$$w' = AAC_1 \cos AAx - AAC_2 \sin AAx + BBC_3 \sinh BBx + BBC_4 \cosh BBx \quad (3.210)$$

Denklem (3.209)'un ikinci mertebeden türevi ise şu şekilde yazılabilir:

$$M = -AA^2 C_1 \sin AAx - AA^2 C_2 \cos AAx + BB^2 C_3 \cosh BBx + BB^2 C_4 \sinh BBx - \frac{e_0 a^2 k_w (C_2 \cos AAx + C_3 \cosh BBx + C_1 \sin AAx + C_4 \sinh BBx)}{EI - Pe_0 a^2 + e_0 a^2 k_p} \quad (3.211)$$

Denklem (3.209)'un üçüncü mertebeden türevi ise şu şekilde yazılabilir:

$$V = -((-k_w e_0 a^2 + P)(AA^2 C_2 \cos AAx - BB^2 C_3 \cosh BBx + AA^2 C_1 \sin AAx - BB^2 C_4 \sinh BBx) - AAC_1 \cos AAx + BBC_4 \cosh BBx + AAC_2 \sin AAx + BBC_3 \sinh BBx) / (EI - Pe_0 a^2 + e_0 a^2 k_p) \quad (3.212)$$

Her iki ucu basit mesnetlenmiş olan ve elastik zemine oturan kiriş için sınır koşulları şu şekildedir:

$$w(0) = M(0) = w(l) = M(l) = 0 \quad (3.213)$$

Denklem (3.213)'te verilen basit mesnete ait sınır koşulları Denklem (3.211) ve Denklem (3.212)'de yerine konulursa, şu denklemler elde edilir:

$$w(0) = C_2 + C_3 = 0 \quad (3.214)$$

$$M(0) = -AA^2 - \frac{e_0 a^2 k_w}{EI - P^* e_0 a^2 + e_0 a^2 * k_p} C_2 + BB^2 - \frac{e_0 a^2 k_w}{EI - P^* e_0 a^2 + e_0 a^2 * k_p} C_3 = 0 \quad (3.215)$$

$$w(l) = C_1 \sin AAl + C_2 \cos AAl + C_3 \cosh BBl + C_4 \sinh BBl = 0 \quad (3.216)$$

$$M(l) = -C_1 \left(AA^2 \sin AAl + \frac{e_0 a^2 k_w \sin AAl}{EI - P^* e_0 a^2 + e_0 a^2 * k_p} \right) - C_2 \left(AA^2 \cos AAl + \frac{e_0 a^2 k_w \cos AAl}{EI - P^* e_0 a^2 + e_0 a^2 * k_p} \right) + C_3 \left(BB^2 \cosh BBl - \frac{e_0 a^2 k_w \cosh BBl}{EI - P^* e_0 a^2 + e_0 a^2 * k_p} \right) + C_4 \left(BB^2 \sinh BBl - \frac{e_0 a^2 k_w \sinh BBl}{EI - P^* e_0 a^2 + e_0 a^2 * k_p} \right) = 0 \quad (3.217)$$

Yukarıda belirtildiği gibi C_1 , C_2 , C_3 ve C_4 sabit sayılardır ve bu sabit sayılar Denklem (3.214), Denklem (3.215), Denklem (3.216) ve Denklem (3.217)'yi kullanılarak elde edilebilir. Dört bilinmeyenli dört denklemin çözümü için Denklem (3.214), Denklem (3.215), Denklem (3.216) ve Denklem (3.217)'yi matris formda yazarsak:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -AA^2 + \frac{\epsilon_0 a^2 C}{A} & BB^2 + \frac{\epsilon_0 a^2 C}{A} & 0 \\ \left(\frac{\sin AA l}{AA^2} - \frac{\epsilon_0 a^2 C \sin AA l}{A} \right) & \frac{\cos AA l}{A} & \frac{\cosh BB l}{A} & \frac{\sinh BB l}{A} \\ - \left(\frac{AA^2 \sin AA l}{A} - \frac{\epsilon_0 a^2 C \sin AA l}{A} \right) & - \left(\frac{AA^2 \cos AA l}{A} - \frac{\epsilon_0 a^2 C \cos AA l}{A} \right) & \left(\frac{BB^2 \cosh BB l}{A} + \frac{\epsilon_0 a^2 C \cosh BB l}{A} \right) & \left(\frac{BB^2 \sinh BB l}{A} + \frac{\epsilon_0 a^2 k_w \sinh BB l}{A} \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} = 0 \quad (3.218)$$

Denklem (3.218)'de verilen matrisin determinantını alırsak:

$$\sin AA l \sinh BB l (AA^2 + BB^2)^2 = 0 \quad (3.219)$$

Denklem (3.219)'u sifira eşitleyen üç ihtimal vardır.

$$(AA^2 + BB^2)^2 = 0 \quad (3.220)$$

$$\sin AA l = 0 \quad (3.221)$$

$$\sinh BB l = 0 \quad (3.222)$$

Denklem (3.220) ve Denklem (3.222)'nin sifira eşit olamayacağı görülür. Bu durumda:

$$\sin AA l = 0 \text{ ise } AA l = n\pi, n=0,1,2,.. \quad (3.223)$$

$$AA^2 l^2 = n^2 \pi^2 \quad (3.224)$$

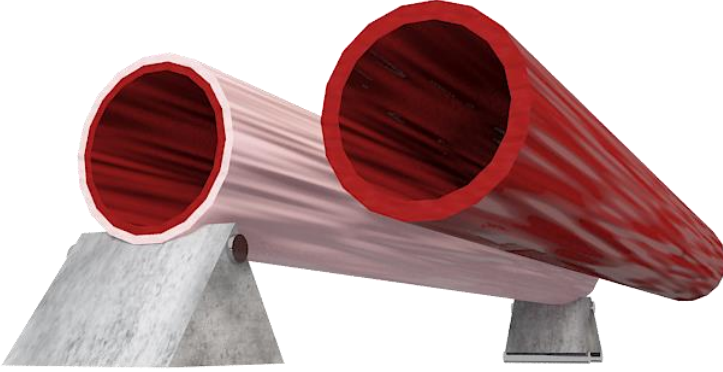
$$\frac{B - \sqrt{B^2 + 4AC}}{2A} l^2 = n^2 \pi^2 \quad (3.225)$$

Denklem (3.204)'te verilen A , B ve C 'nin değerleri Denklem (3.225)'te yerine yazılırsa yerel olmayan burkulma elastisite teorisine göre nihai burkulma denklemi elde edilir.

$$P(n) = \frac{(\overline{EI} + k_p \mu) \left(\frac{n\pi}{L} \right)^4 + (k_w \mu + k_p) \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 + k_w}{\mu \left(\frac{n\pi}{L} \right)^4 + \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2} \quad (3.226)$$

3.6. Yerel Olmayan Yüzey Enerjisi Teorisine Göre Burkulma Hesabı

Yüzey enerjisi teorisine (YET) göre modellenen yapının yüzeyi çekirdeği adı verilen iç kısmından farklı bir dayanıma ve karakteristik özelliklere sahiptir.



Şekil 3.14. Aort atardamarının gerçek ve yüzey enerjisi teorisine göre gösterimi

Şekil 3.14’te yan yana aort atardamarının gerçek görüntüsü ile yüzey enerjisi teorisine göre modellenmiş modeli gösterilmiştir. Burada açık renkte gösterilen aort atardamarının dış yüzeyi yüzey enerjisi teorisine göre damarın kalan çekirdek kısmından farklı karakteristik özelliklere sahip yüzeyini temsil eder. Ayrıca model insan vücudu içerisindeki davranışına en yakın mesnetlenme biçimi olan basit mesnetler ile mesnetlenmiştir.

Aort atardamarına ait yerel olmayan yüzey enerjisi teorisine (YOYET) göre burkulma denklemi Denklem (3.199)’da verilen yerel olmayan Euler-Bernoulli modeli (Reddy 2007) kullanılarak şöyle yazılabilir:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(-EI \frac{d^2 w}{dx^2} \right) + \mu \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{d}{dx} \left(P \frac{dw}{dx} \right) - q \right) + q - \frac{d}{dx} \left(P \frac{dw}{dx} \right) = 0 \quad (3.227)$$

Aort atardamarına ait atalet momentini hesaplamak için şu bağıntı kullanılabilir:

$$I = \pi r^3 t \quad (3.228)$$

Burada “ r ” ortalama yarıçapı, “ t ” ise damar duvarı kalınlığını temsil eder. Yüzey enerjisini dikkate alabilmek için klasik eğilme dayanımı olan “ EI ” nın etkin eğilme dayanımı “ \overline{EI} ” ile değiştirilmesi gerekir (Wang ve Feng 2009). Aort atardamarı için etkin eğilme dayanımı şöyle hesaplanabilir:

$$\overline{EI} = E\pi r^3 t + E^s \pi r^3 \quad (3.229)$$

Burada “ E^s ” yüzey elastisite modülüdür. Yer değiştirmenin sifıra eşit olduğu durumda rezidüel yüzey gerilmesinin hiçbir etkisi yoktur. Ama herhangi bir yer değiştirme oluşması durumunda rezidüel yüzey gerilmesi uzunlamasına yönde, enine yayılı bir “ $q(x)$ ” yükü oluşturur. Bu yayılı yük (Laplace-Young) şöyle ifade edilebilir:

$$q(x) = H \frac{d^2 w}{dx^2} - k_w w + k_p \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.230)$$

Denklem (3.230)'da verilen “ H ” parametresi rezidüel yüzey gerilmesine bağlı bir sabittir ve şöyle hesaplanabilir (Wang ve Feng 2009):

$$H = 2\tau^0 D \quad (3.231)$$

Denklem (3.231)'de verilen “ τ^0 ” rezidüel yüzey gerilmesidir. Denklem (3.229) ve Denklem (3.230) Denklem (3.227)'de yazılırsa “Winkler” ve “Pasternak” elastik zeminine oturan aort atardamarına ait denge denklemi şöyle elde edilir:

$$(-EI + P\mu - H\mu - k_p\mu) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (H + k_w\mu - P + k_p) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - k_w w = 0 \quad (3.232)$$

Burada “ μ ” yerel olmayan parametredir ve $(e_0 a)^2$ 'ye eşittir, “ k_w ” ve “ k_p ” sırasıyla “Winkler” ve “Pasternak” zemin parametreleridir. “ k_w ” ve “ k_p ” parametrelerinin sıfıra eşit alınması durumunda denklem zemin etkisiz yerel olmayan yüzey enerjisi teorisine bağlı burkulma denklemi halini alır. Eğer Denklem (3.232)'de “ μ ” sıfıra eşit alınırsa denklem yüzey enerjisi teorisine bağlı iki parametrelili zemine oturan aort atardamarına ait burkulma denklemine dönüşür. Eğer Denklem (3.232)'de “ μ ” ve “ H ” sıfıra eşit alınırsa denklem iki parametrelili zemine oturan aort atardamarına ait klasik burkulma denklemi halini alır. Kritik burkulma yüklerinin hesaplanabilmesi için sınır koşullarının Denklem (3.232)'de uygulanması gerekir. Aort atardamarı insan vücudu içerisinde en yakın basit mesnetlenmiş sınır koşullarına uyar. İncelemeye aldığımız desandan aortun başı ve ucu moment direnci göstermezken eksenlerde harekete karşı gelir. Bu davranış mekaniksel olarak en fazla basit mesnetlenmiş yapıya yakın görülür (Han 2007).

Denklem (3.232)'te verilen sınır koşulları Denklem (3.232)'ye uygulanırsa ve Denklem (3.233)'te verilen “Navier” çözümü uygulanırsa aort atardamarına ait yerel olmayan yüzey enerjisi teorisine bağlı çift parametrelili zemine oturan burkulma denklemi elde edilir.

$$w(x) = \sum_{n=1}^{\infty} W_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (3.233)$$

Denklem (3.233)'de “ W_n ” belirsiz Fourier sabitidir. Denklem (3.233) kullanılarak sınır koşulları uygulanmış denklem çözülünce aort atardamarına ait yerel olmayan yüzey enerjisi teorisine bağlı çift parametrelili zemine oturan burkulma denklemi şöyle elde edilir:

$$P(n) = \frac{(\overline{EI} + H\mu + k_p\mu)\left(\frac{n\pi}{L}\right)^4 + (H + k_w\mu + k_p)\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 + k_w}{\mu\left(\frac{n\pi}{L}\right)^4 + \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2} \quad (3.234)$$

Eğer “ μ ” sifira eşit alınırsa denklem yüzey enerjisi teorisine bağlı iki parametrelili zemine oturan aort atardamarına ait burkulma denklemi şöyle elde edilir:

$$P(n) = \frac{\overline{EI}\left(\frac{n\pi}{L}\right)^4 + (H + k_p)\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 + k_w}{\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2} \quad (3.235)$$

3.7. Aort Atardamarının Mekanik Modellenmesi

Aort atardamarının malzeme özellikleri daha önceden yapılan supra-fizyolojik (insan vücudundaki ortalama yüklerden daha büyük yük, normal-üstü) tek eksenli (Mohan ve Melvin 1982, Prendergast vd 2003, Sokolis 2007, Stemper vd 2007) ve çift eksenli yüklemeler (Bass vd 2001, Gundiah vd 2008) yardımıyla gerçek domuz aort atardamarları kullanılarak elde edilmiştir.

Aort atardamarını mekanik olarak modellerden insan vücudu içerisindeki gerçeğe en yakın olan sınır koşulları basit-basit mesnet koşullarıdır. Kalbin aort atardamarı çıkışı damarın hareket etmesini engellerken dönme direnci göstermez, bu yüzden aort atardamarının kalp tarafındaki mesnetlenmesi mekanikteki basit mesnete benzetilebilir (deplasman engellenmiştir lakin moment almaz). Benzer şekilde aort atardamarının kritik olan kısmın diğer ucu arter atardamarlara bağlanır. Bu arter bağlantıları da ilk durumdakine benzer şekilde deplasmanı engellerken dönmeye karşı direnç göstermez, bu yüzden aort atardamarının diğer ucu da basit mesnet davranışı gösterir denilebilir (Smyth ve Edwards 1972). Bunun aksine, literatürdeki bazı çalışmalarda atardamarın bir ucu boşta varsayıp (deplasmanı engellenmemiş) damarın yüksek basınçlar altındaki burkulmasının önüne geçilmiş ve bu basınçlar altındaki davranışları incelenmiştir (Fung vd 1979, Humphrey vd 1993, Kim ve Baek 2011, Lillie vd 2012, Lillie vd 2010, Schulze-Bauer vd 2003). Aort atardamarını bu şekilde mesnetleyerek malzeme özelliklerinin karakterize edildiği düzlem olan λ_z - λ_θ düzlemini kısıtlamıştır. Böylece elde edilen gerilme enerjisi yoğunluğu fonksiyonunun literatürde mevcut olan deneysel olarak domuz aort atardamarıyla elde edilen davranışa (Lillie vd 2012, Lillie vd 2010, Prendergast vd 2003, Sokolis 2007) benzeyip benzemediği gözlemlenmiştir.

1972 yılında domuz aort atardamarı üzerinde yapılan deneysel bir çalışmada damara iki farklı oranda basınç uygulayarak aort silindirik segmentlerinin nominal logaritmik gerinim oranları 0.005 s^{-1} ve $1-3.5 \text{ s}^{-1}$ olarak hesaplamıştır. Bu çalışmada boyuna kritik yırtılma değerlerinde basınç oranının artmasıyla 300 kPa'dan 450 kPa'ya bir yükseliş gözlemlenmiştir. Ayrıca kritik yırtılma gerilme değerinin ve damar

rijitliliğinin gerilme oranının artmasıyla azaldığı görülmüştür ancak bu hususta sayısal değer verilmemiştir (Collins ve Hu 1972).

1982 yılında yapılan bir çalışmada ise insan aort atardamarı incelenmiştir. Bu çalışmada desandan aorttan alınan numuneler hem boylamasına hem de çevresel olarak tek eksenli gerilmeye maruz bırakılmıştır, bunun sonucunda numunelerde $0.01-0.07 \text{ s}^{-1}$ ve $80-100 \text{ s}^{-1}$ nominal kritik yırtılma oranları hesaplanmıştır. Boylamasına ve çevresel yırtılma gerilme değerlerinde ise $1.47-1.72 \text{ MPa}$ 'dan $3.59-5.07 \text{ MPa}$ 'ya bir yükseliş gözlemlenmiştir (Mohan ve Melvin 1982). Aynı ekip yaptığı başka bir çalışmada ise yine insan aort atardamarı numuneleri kullanarak çift eksenli balon şişirme deneyiyle $0.01-1 \text{ s}^{-1}$ ve 20 s^{-1} 'lik nominal gerilme oranları kullanarak yırtılma analizi yapmışlardır. Bu deneyler sonucunda gerçek trafik kazalarından elde edilen verilere uygun olarak damarlarda boylamasına tutarlı bir yırtılma görülmüştür. Yırtılma gerilme değerleri, yarı statik yüklemde 1.14 MPa ve dinamik yüklemde ise 1.96 MPa olarak ölçülmüştür. Bu değerlere karşılık gelen gerilme oranları 1.44 ve 1.28 'dir. Bu sonuçlar, tek eksenli gerilme deneyinin sonuçlarını doğrulamıştır (Mohan ve Melvin 1983).

Yukarıda bahsedilen hiçbir çalışmada aortik doku için herhangi bir yapısal model geliştirilmemiştir. 2001 yılında yapılan bir çalışmada domuzlardan alınan aort ark numuneleri üzerinde 20 Hz ve 60 Hz 'lik iki nominal frekanstaki düzlemsel iki eksenli çekme deneylerinden elde edilen veriler yardımıyla Fung tipi gerilme yoğunluğu fonksiyonu elde edilmiştir (Bass vd 2001). Bu çalışma TAR'ın daha az görüldüğü aort arkı üzerinde yapılması ve numune sayısı olarak yalnızca 4 adet numune kullanılıp sadece 2 nominal gerinim oranının kullanılması bu çalışmayı sınırlandırmıştır. Diğer yandan bu çalışmada, insan aort dokusunun ani iç basınç artışı altındaki rüptür özelliklerini *ex vivo* (organizma dışında) ve *in situ* (organizma içinde) araştırmışlardır ve sonuç olarak daha önceden yapılan araştırmalara (Mohan ve Melvin 1983) ve trafik kazası vakalarından alınan otopsi sonuçlarına benzer sonuçlar elde etmişlerdir.

2006 yılında yapılan bir çalışmada ise Shah ve ekibi kadavralardan alınan desandan aort numunelerine 1 m/sn ve 5 m/sn değerinde iki farklı nominal çekme hızı uygulamış ve bu nominal çekme hızlarındaki kritik yırtılma değerlerini düzlemsel çift eksenli deney yardımıyla araştırmışlardır. Bu deneyler sonucunda elde edilen gerinim oranları, dokunun iki grup arasında geniş bir örtüşme oluşturduğu sonucuna varmıştır (yavaş hızda $23-206 \text{ s}^{-1}$ ve yüksek hızda $52-230 \text{ s}^{-1}$) ama elde edilen ortalama gerinim oranları literatürden oldukça farklı olmuştur ($77.86 \pm 43.21 \text{ s}^{-1}$ 'e karşın $135.9 \pm 55.34 \text{ s}^{-1}$) (Shah vd 2006).

2007 yılında yapılan başka bir araştırmada ise yine domuzlardan alınan 4 aort atardamarı numunesi boylamasına hıza bağlı yırtılma davranışları incelenmiştir. Alınan domuz aort atardamarı numuneleri sırasıyla 0.06 s^{-1} , 0.6 s^{-1} , 6 s^{-1} ve 30 s^{-1} 'lik tek eksenli çekme deneyleri yapılmıştır. Bu çalışmadan elde edilen sonuçlara göre üçüncü ve dördüncü grupta (6 s^{-1} ve 30 s^{-1}) birinci ve ikinci gruba göre (0.06 s^{-1} ve 0.6 s^{-1}) daha düşük yırtılma değerleri elde edilmiştir. Diğer yandan gerinim oranının artmasıyla aort atardamarının kritik yırtılma değeri ve elastisite modülü literatürdeki çalışmalara uygun olarak büyük oranda artmıştır (Stemper vd 2007).

Yakın zamanda fare ve domuz aort atardamarı üzerinde yapılan deneysel çalışmalarda ise aort atardamarı burkulmasında en büyük faktörlerin kan basıncı ve eksenel gerilme olduğu görülmüştür (Han vd 2013, Hayman vd 2013, J. Zhang vd 2014). Ayrıca bu çalışmalar damar burkulmasının damar duvarında asimetrik bölgesel gerilmeler oluşturduğunu ve bu durumun damarın olağan davranışını, dayanımını etkilediğini göstermiştir. Aynı ekibin iki çalışmasında daha kan basıncının artmasıyla veya eksenel gerilmenin azalmasıyla aort atardamarının stabilitesini yitirdiği (burkulduğu) ortaya konmuştur (Han 2007, Han 2009b).

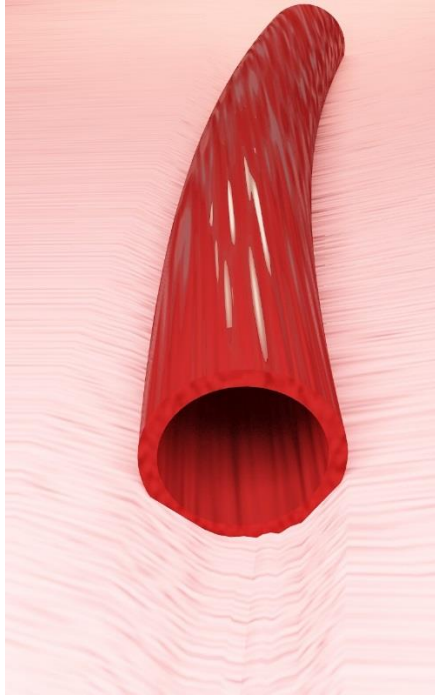
Aort atardamarının mekanik davranışı mikroyapılarına (damar duvarında kollajen lif hizalanması) bağlı olduğu görülmüştür (Qi vd 2015). Literatürde bu mikroyapıların çeşitli koşullar altında damar stabilitesindeki etkisini incelemek için mikroyapısal motivasyonlu kurucu denklemler kullanılmıştır (Baek vd 2007). Daha yakın zamanda ise bu denklemler dört-fiber modeli kullanılarak geliştirilmiştir (Liu vd 2014) ama bu araştırmada kullanılan model mükemmel şekilde hizalanmış kollajen lifleri için geliştirilmiştir, gerçekte ise aort atardamarı homojen olmayan biçimde hizalanmış kollajen liflere ve katmanlı yapıya sahiptir. Bu sebepten dolayı aynı ekip homojen olmayan biçimde hizalanmış kollajen lifli yapıya sahip denklemler geliştirmiştir (Mottahedi 2015).

Aort atardamarı mekanik olarak düz içi boş “*t*” duvar kalınlığına, “*D*” ortalama çapına, “*L*” uzunluğa sahip olarak, “*Winkler*” ve “*Pasternak*” modelleriyle oluşturulmuş iki parametrelili zemin üzerinde duran silindirik bir boru şeklinde modellenecektir (Bkz. Şekil 3.15). *Winkler* zemin yay şeklinde, *Pasternak* zemin ise kayma yüzeyi şeklinde gösterilmiştir. Şekilde gösterilen yarıçap olan “*r*” ortalama yarıçaptır ve ortalama çapın yarısına eşittir.

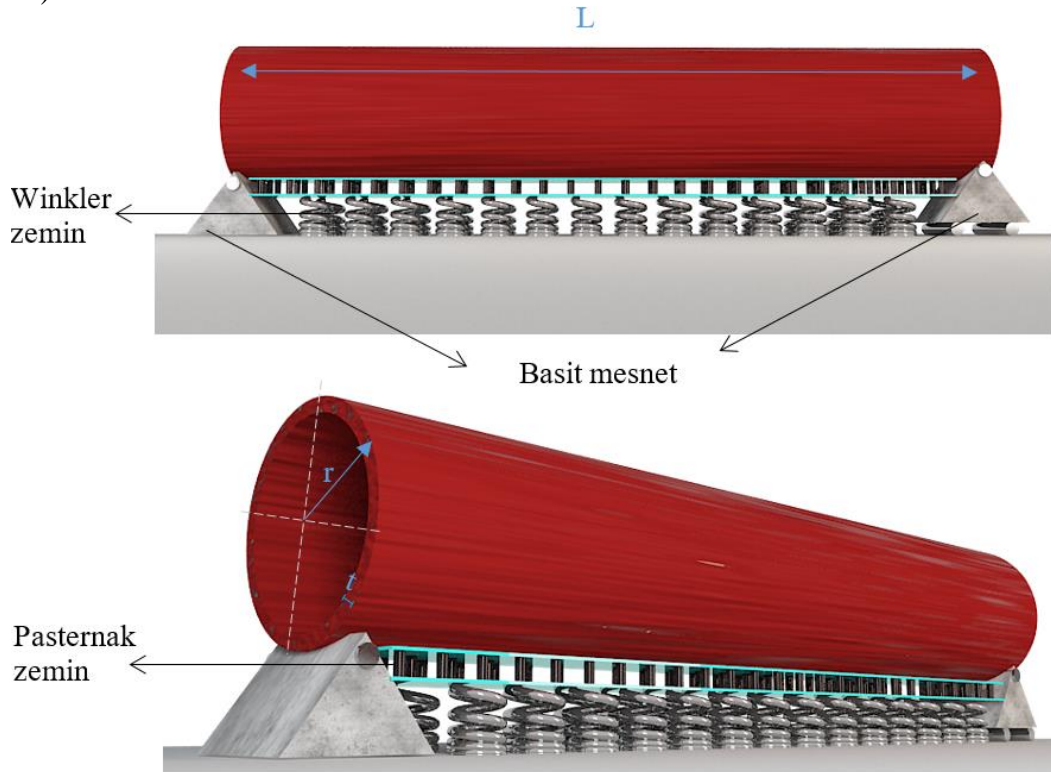
Aort atardamarını mekanik olarak modelleyip analizlerin mekanik model üzerinde yapılmasının üç temel amacı vardır bunlar:

- Etik sebepler.
- Ekonomik sebepler.
- Sonuca ulaşma hızı.

Bu tezde insana ait aort atardamarı incelenmiştir. Etik olarak insan kadavrasından aort atardamarının kesilip çıkartılması ve bu aort atardamarı numunesi üzerinde gerekli analizlerin yapılması için yoğun prosedür işlemlerinin tamamlanması ve gönüllü olarak aort atardamarını bağışlayacak bir insanın bulunması gerekir. Ayrıca her insanda aort atardamarı yalnızca bir adet bulunmasından dolayı tek bir insandan alınan tek bir numunenin incelenmesinden elde edilen sonuçlar bir anlam taşımaz. Sonuçların yorumlanabilmesi için birkaç adet numune üzerinde yapılan deneyler sonucu elde edilen sonuçların karşılaştırılması veya grafiklerin çizilmesi gerekir. Bütün bunların yapılması için çok fazla zaman ve ekonomik güç gerekir. Bu sebeplerden dolayı bu tez çalışmasında aort atardamarı farklı parametrelerle çok sayıda mekanik olarak modellenecek olup sonuca hızlı ve ekonomik bir şekilde ulaşılacaktır.



a)



b)

Şekil 3.15. Aort atardamarının a) insan vücudu içerisindeki gösterimi b) mekanik modeli

3.8. ANSYS ile Aort Atardamarının Modellenmesi ve Burkulma Analizi

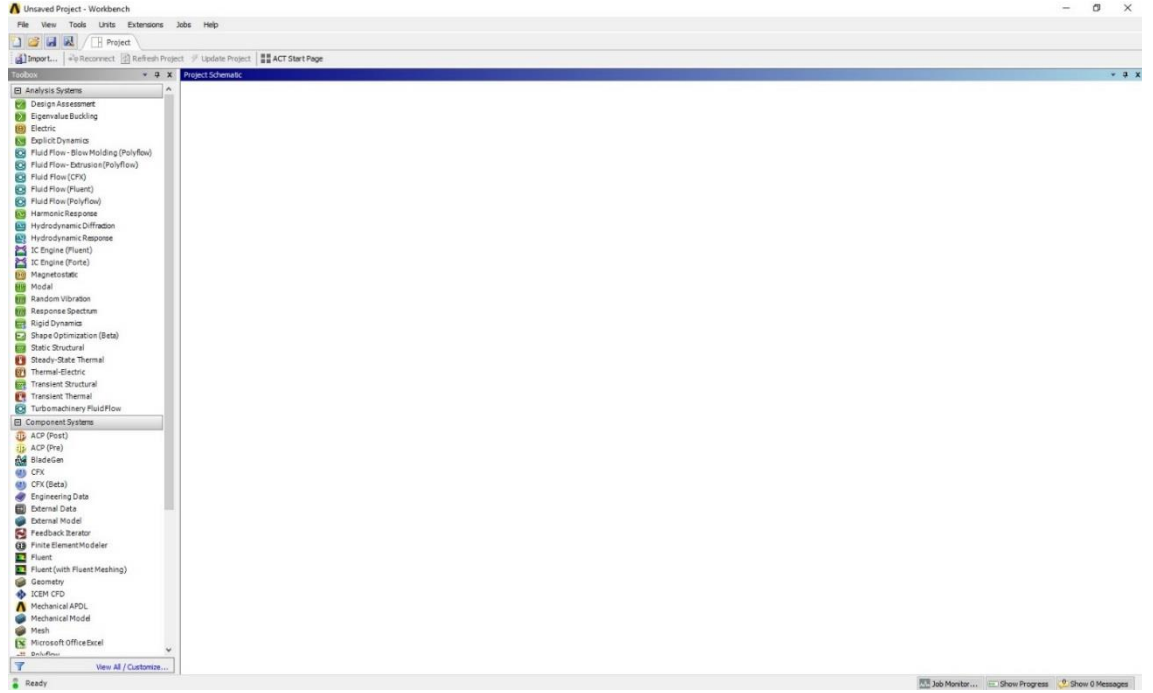
Sonlu elemanlar yönteminin (Finite Element Method/FEM) geçmişi 1942'ye kadar dayanır. Sonlu Elemanlar Metodu, sanal ortamda (bilgisayarda) bir tasarıma istenilen senaryoyu uygulayıp test etmeyi sağlıyor. Bunun için öncelikle, tasarımın bilgisayarda 3 boyutlu çizilmesi gerekir (veya 'geri mühendislik' yöntemiyle tasarım taranıp dijital ortama aktarılabilir).

Bilindiği üzere, doğadaki herhangi bir nesnede sonsuz nokta bulunur. Bu yöntem, tasarımdaki sonsuz noktayı sonlu adete indirgeyerek işe başlar. Buna 'meshleme' adı verilir. Örneğin, 3 boyutlu bir tasarımdaki sonsuz nokta, geometrik şekli bozulmayacak şekilde sonlu noktayla temsil edilebilir. Bu indirgenen noktalara 'düğüm noktası (node)' denilir. Bu düğüm noktaları birleştirilip 3, 2 veya 1 boyutlu şekiller oluşturulur, bunlara da 'eleman (element)' denir.

Böylece tasarımın sonlu elemanlar modeli hazırlanmış olur. Bu modele, gerekli parametreleri girilip istenilen testler sanal ortamda malzeme veya deney düzeneği maliyetleri olmadan yapılabilir. Bu deneylerin veya testlerin deneysel olarak yapabilmek için, test başına numune kullanılması gerekmektedir. Bu da maliyet ve işçilik demektir. Ama bilgisayarda tek bir sonlu eleman modeliyle istenilen kadar test yapılabilir, bu da hem maliyet hem de zaman açısından çok fazla kazanç demektir. Sonlu elemanlar analizi otomotiv sanayi, uçak/uzay sanayi, savunma sanayi, makine sanayi gibi kompleks ve pahalı makineler üreten sanayilerde kaçınılmaz olarak kullanılmaktadır.

Örnek olarak ülkemizde üretilip bütün dünyaya satılan bir otomobil modeli olan Fiat Egea'nın çarpışma ve dayanıklılık analizleri ANSYS yardımıyla yapılmıştır. Modellenen otomobilde yaklaşık olarak 2,5 milyon adet eleman tanımlanmış olup 256 çekirdeğe sahip bilgisayarda tek çarpışma analizinin simülasyonu 2 hafta sürmüştür. Bu simülasyon gerçek test ile kıyaslandığı zaman çok fazla karlı olduğu açıkça görülmektedir (Tofaş 2015).

Bu tezde sonlu elemanlar analizi yapmak için ANSYS 17,0 paket programı kullanılacaktır. Yapılacak olan analizler "modal analiz" ve "burkulma analizi" olduğundan ANSYS 17,0 paket programı içerisindeki Workbench'te çalışılacak olup modal ve burkulma analizi için aynı geometri üzerinde farklı modüller bir arada kullanılıp sonuçlar elde edilecektir. ANSYS 17,0 Workbench açıldığı zaman Şekil 3.16'da gösterilen ekran çıkar.

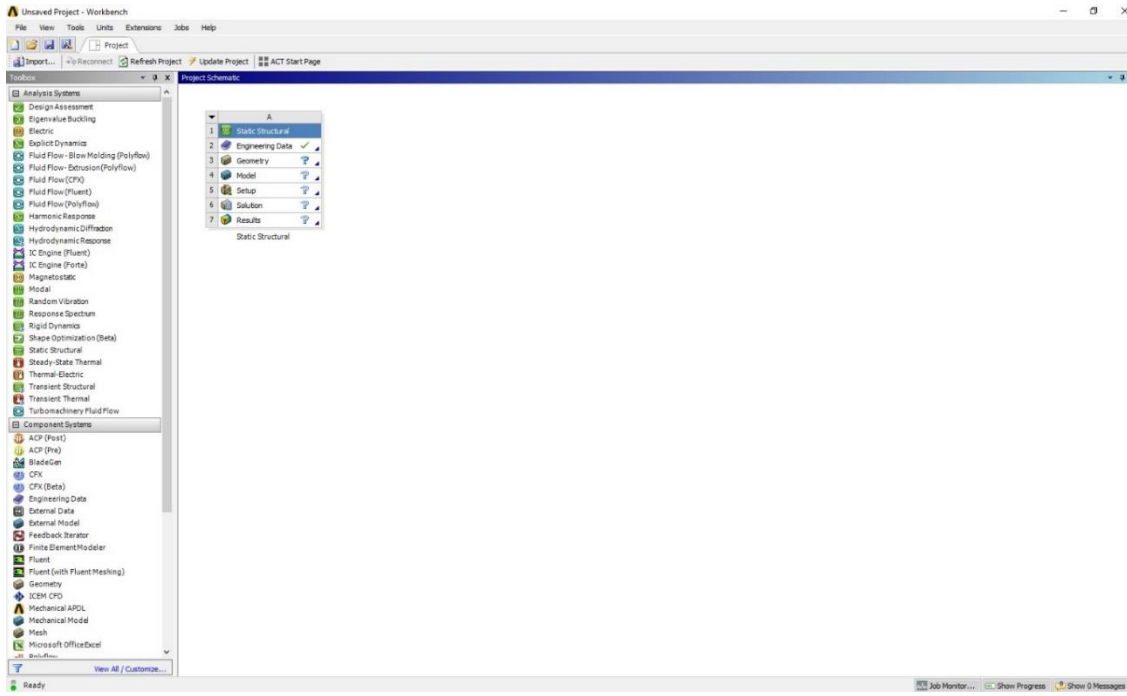


Şekil 3.16. ANSYS Workbench arayüzü

Şekil 3.16’da görüldüğü gibi ANSYS Workbench ilk açıldığında sol tarafta kullanılabilir olan bütün modüller görünürken çalışma alanı boş olarak açılmaktadır (Project Schematic). Burkulma analizi yapmak için “Eigenvalue Buckling” modülü “Static Structural” modülüyle birlikte kullanılacaktır. Bu modüller yardımıyla teorideki “ideal lineer elastik” yani Euler teorisindeki yapının davranışı simüle edilecektir.

Modellemeye başlamak için ilk önce sol taraftaki modül menüsünden “Static Structural” modülü sürükle-bırak yöntemiyle çalışma alanına (Project Schematic) alınır.

Sol tarafta bulunan modül ağacındaki her bir modül birbirleriyle birlikte (ortak değişkenlerle) kullanılabilir. Birlikte kullanım aynı geometride (yapıda) farklı malzemeler ile çlaışmayı veya farklı analizleri yapmayı mümkün kılar.

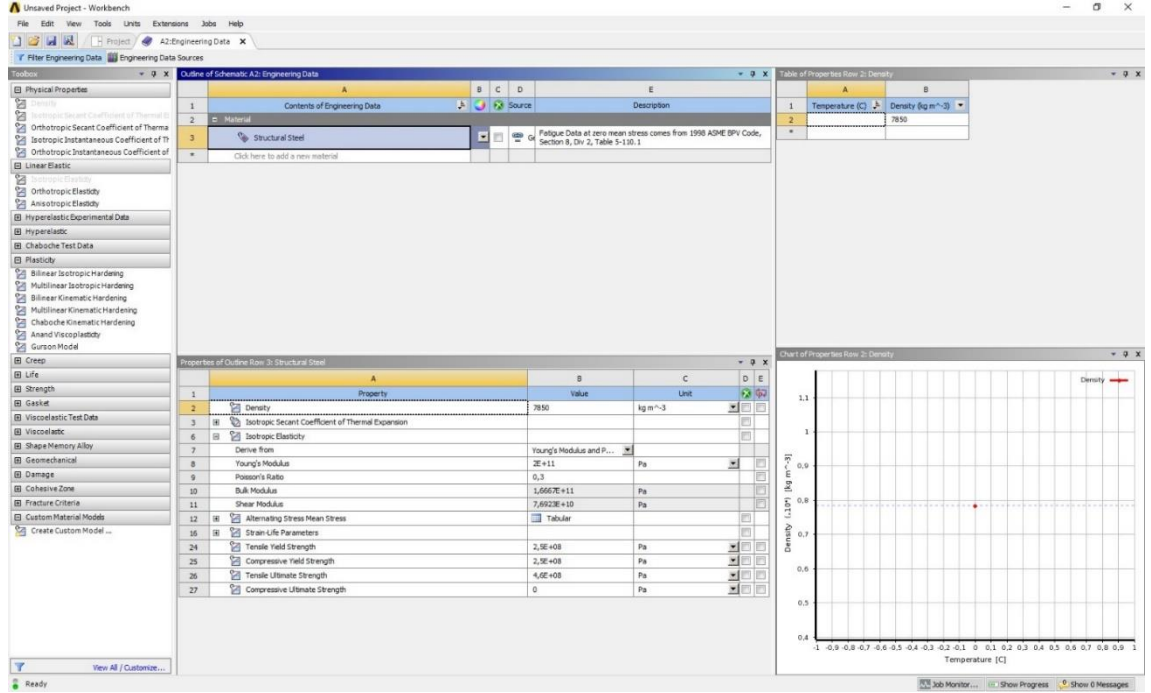


Şekil 3.17. Modül kullanımı

Şekil 3.17’den görüldüğü gibi çalışma alanına “Static Structural” modülü alınmıştır. Görüldüğü gibi bu modülde sırasıyla

- Malzeme Kütüphanesi (Engineering Data): İlgili modülde kullanılacak olan malzemenin tanımlandığı, mevcut malzemelerin yer aldığı bölümdür.
- Geometri (Geometry): Başka çizim programları yardımıyla çizilmiş modellerin programa entegre edildiği ve entegre edilen model üzerinde değişikliklerin yapılabildiği veya sıfırdan yeni bir modelin oluşturulduğu bölümdür.
- Model: Oluşturulan modelin “*meshlemesinin*” yani küçük parçalara bölünmesinin yapıldığı, detaylandırıldığı bölümdür.
- Setup: Oluşturulan modele yüklenecek olan yüklerin tanımlandığı, mesnetlerin tanımlandığı bölümdür.
- Solution: İstenilen yükler sisteme yüklenip mesnet koşulları tanımlandıktan sonra çözüm sürecinin ayarlamalarının yapıldığı, kaç adet mod sayısı hesaplanacağı, çözüm yönteminin seçildiği bölümdür.
- Results: Analiz yapıldıktan sonra istenilen sonuçların elde edileceği, mod şekillerinin görüleceği bölümdür.

Malzeme özelliklerinin programa girilmesi için “Static Structural” modülü içerisindeki “Engineering Data” kısmına çift tıklanarak malzeme kütüphanesi açılır.



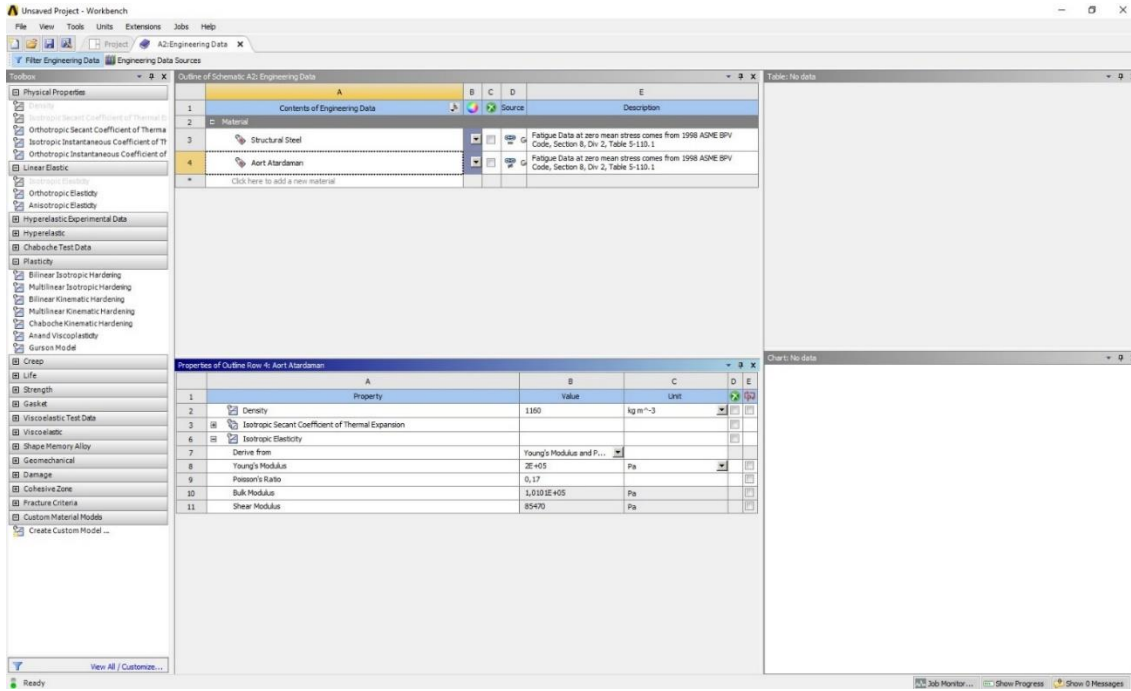
Şekil 3.18. Malzeme Kütüphanesi

Şekil 3.18'den görüldüğü gibi malzeme kütüphanesinde yalnızca sık kullanılan malzemeler olup bizim için gerekli olan “Aort Atardamarı” malzemesi bulunmamaktadır. Gerekli analizi yapabilmek için, malzeme kütüphanesinde bulunmayan malzemeler için, analizi yapılacak olan malzemenin özellikleri elle programa girilebilir. Bunun için istenilirse ortadaki “Structural Steel” malzemesinin altındaki “Click here to add a new material” yazısına tıklanarak yeni malzeme eklenebilir ve tek tek malzeme özellikleri girilebilir veya “Structural Steel” malzemesine sağ tıklayıp “Duplicate” yazısına tıklanıldığı zaman aynı malzemeyi özellikleriyle birlikte kopyalar ve bu özellikler üzerinde değişiklik yapılarak istenilen malzeme oluşturulur. Bu tezde burkulma analizleri yapılacak olan desandan aort atardamarının malzeme özellikleri Çizelge 3.1’de verilmiştir (Davis vd 2005, Han 2007, Zhang vd 2002).

Çizelge 3.1. Aort atardamarının karakteristik özellikleri

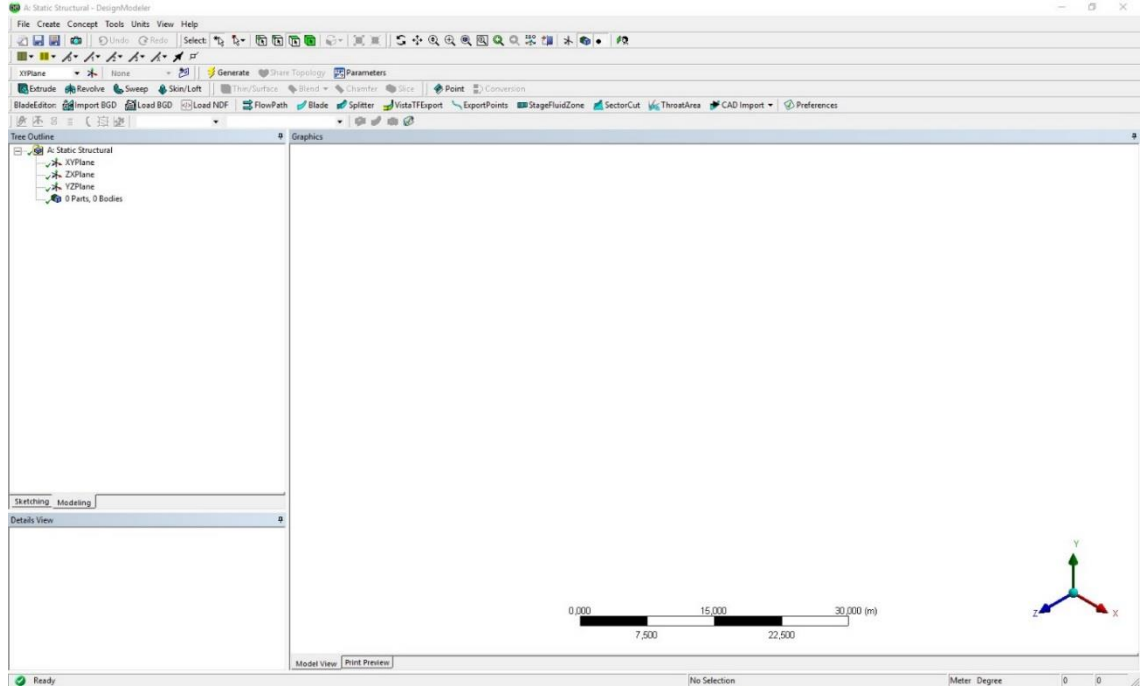
Özellik	Değeri
Ortalama aort atardamarı uzunluğu (L)	5 cm
Ortalama aort atardamarı çapı (D)	4,38 mm
Ortalama aort atardamarı kalınlığı (t)	1 mm
Elastisite Modülü (E)	200 kPa
Poisson Oranı (ν)	0,17
Yoğunluk (ρ)	1160 kg/m ³
Boyut parametresi (e_0a)	0,005 m
Yüzeysel Elastisite Modülü (E^s)	80 kPa

Literatürde yapılan çalışmalar sayesinde aort atardamarının ortalama malzeme özellikleri (gerçekte bütün kesit boyunca sabit değildir bu özellikler) analizi yapılan numunenin tamamını temsil edecek şekilde elde edilmiş ve Çizelge 3.1’de verilmiştir.



Şekil 3.19. ANSYS'de yeni malzeme tanımlama

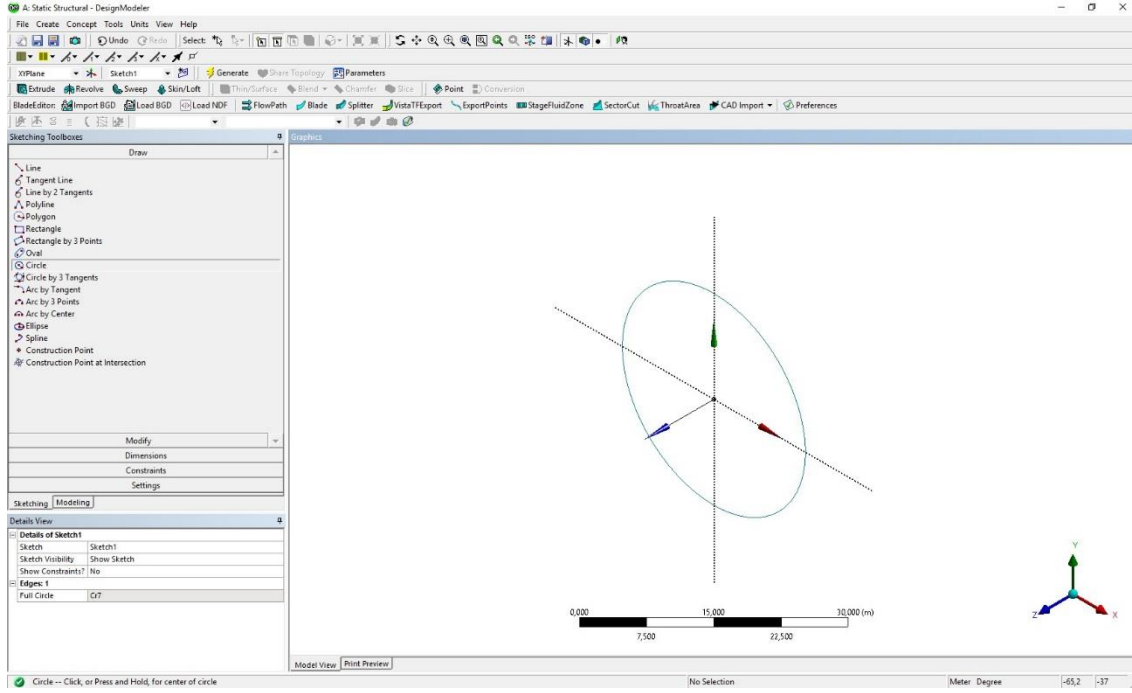
Şekil 3.19’den görüldüğü gibi yeni malzeme “Aort Atardamarı” adıyla tanımlanmıştır. Burkulma analizi yapabilmek için gerekli bilgiler olan elastisite modülü, poisson oranı ve yoğunluk bu şekilde programa tanımlanmıştır. Bu bilgilerin girilmesiyle Şekil 8’den görüldüğü gibi program kayma modülünü “Shear Modulus” ve hacimsel elastisite modülünü “Bulk Modulus” kendisi hesaplamaktadır. İstenilen malzeme oluşturulduktan sonra malzeme kütüphanesinden çıkılır ve modelin geometrisini oluşturmak üzere Şekil 3.17’de görülen çalışma alanındaki “Static Structural” modülündeki “Geometry” bölümüne çift tıklayarak “ANSYS DesignModeler” uygulaması açılır. ANSYS DesignModeler sıfırdan geometri oluşturabildiği gibi başka tasarım veya çizim programları yardımıyla çizilmiş olan mevcut modelleri de alıp üzerinde değişiklik yapılmasına olanak sağlar. Bu arayüz sağlam ve endüstri standartlarına uygun olduğunu gösteren Parasolid çekirdeği üzerine kurulmuştur. Boolean işlemi sayesinde iki boyutlu çizimlerden üç boyutlu çizimlere kolayca geçiş yapılabilir. Geometri geçmişi yapım aşamasında her yeni basamakta kaydedilir böylece daha sonra geriye dönük değişiklikler yapılabilir. Kullanılacak olan model ister var olan bir CAD modelinden transfer edilmiş olsun ister DesignModeler ile sıfırdan oluşturulmuş olsun tamamen parametrikdir. Bunun sayesinde “ANSYS Workbench” platformu içerisindeki parametrik ağ oluşturma ve parametrik çözücüyle birleştirilip çeşitli tasarım varyasyonları elde edilebilir.



Şekil 3.20. ANSYS DesignModeler arayüzü

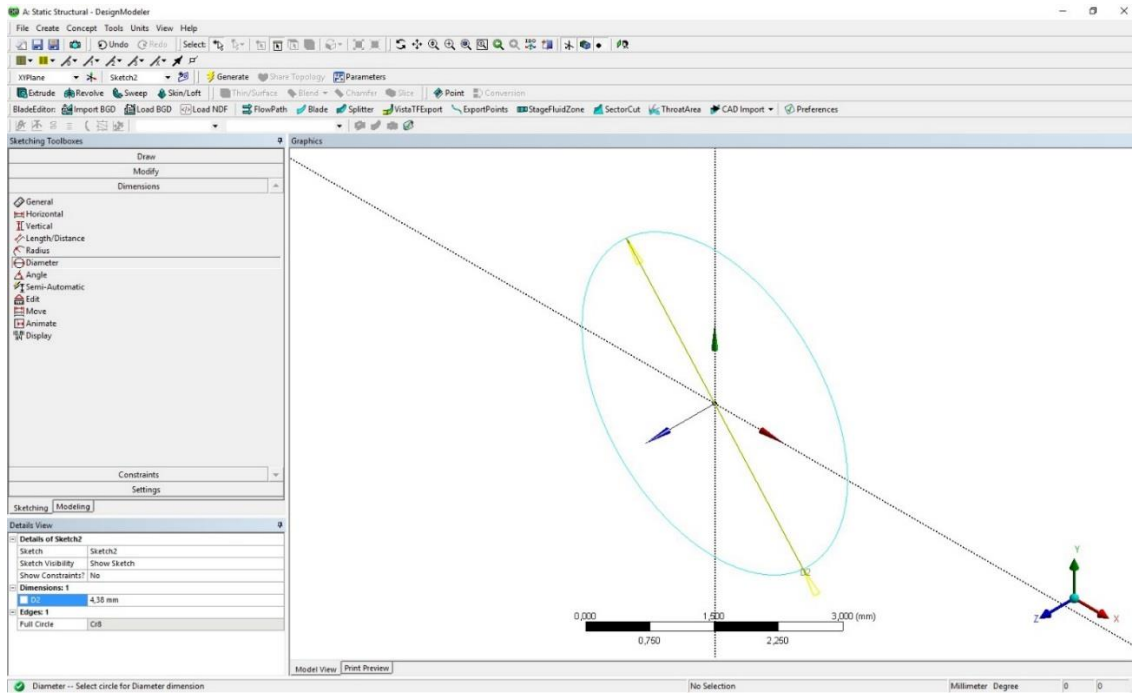
Şekil 3.20’den görüldüğü gibi “ANSYS DesignModeler” ilk açıldığında boş ekran gelir ve sol taraftaki menüden modellenecek olan eleman için istenilen koordinat düzlemi seçilir. İnşaat mühendisliğinde ve mekanikte genellikle kullanılan eksenleri elde etmek için X-Y düzleminde kesit çizimi yapıлып Z eksenı boyunca kesite uzunluk verilir. Aort atardamarı içi boş belirli bir kalınlığı olan silindirik bir yapıya sahiptir. Programda mekanik modeli oluşturmak için öncelikle X-Y düzlemi seçilir ve bu düzlemde iki şekilde çizim yaparak istenilen model elde edilebilir. Modellemeye başlamadan önce üstteki menüden “Unit” sekmesine tıklanarak çalışılmak istenilen ölçü birimi seçilir. Aort atardamarı ölçüleri milimetre boyutunda olduğu için ölçü birimi olarak milimetre seçilmesi işlemlerde kolaylık sağlayacaktır. İstenilen düzlem seçildikten sonra “Sketching” sekmesine tıklanarak modellenecek olan yapıya göre kesit çizilecek şekilde istenilen araç seçilir. Aort atardamarını silindir şeklinde modellenecek olduğu için Sketching sekmesi altından “Circle” aracı seçilip eksen üzerinde ölçeksiz şekilde dairesel kesit çizilir.

Şekil 3.21’den görüldüğü gibi modelin kesit alanı X-Y düzlemine çizilmiş olup Z eksenı boyunca uzunluk verilecektir. Kesiti çizmek için sol tarafta bulunan araçlar sekmesinden “Circle” aracı seçildikten sonra seçilen koordinat eksenı olan X-Y ekseninin orijin noktası (0; 0) tıklanarak ölçüsüz bir dairesel kesit çizilir.



Şekil 3.21. Kesit çizimi

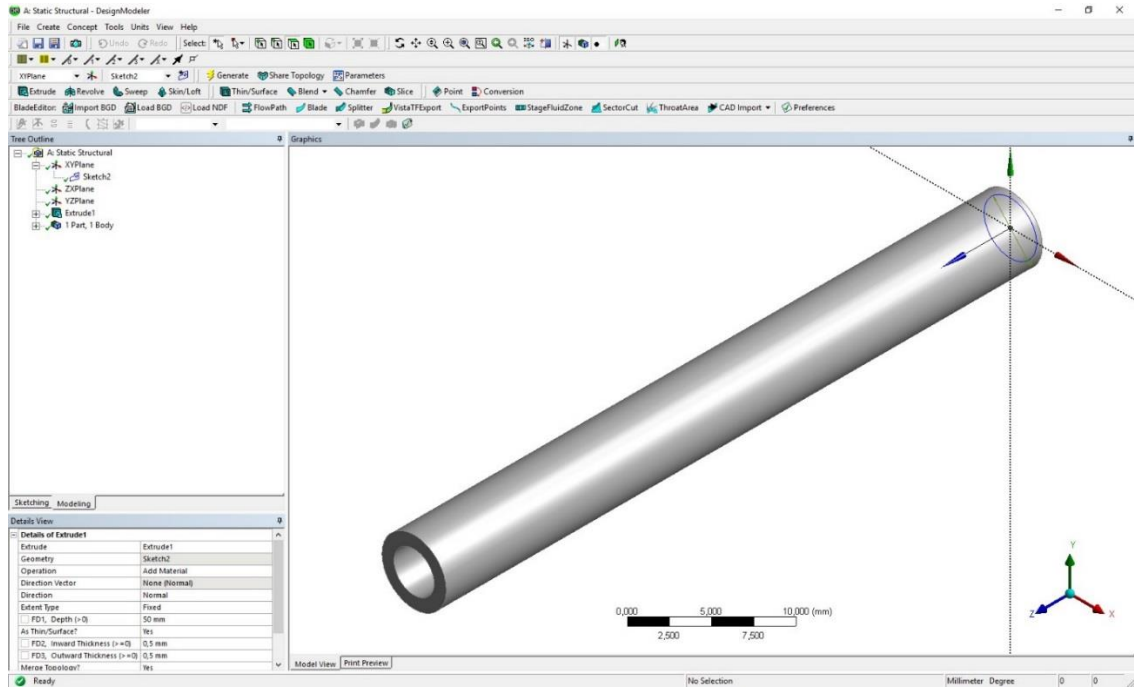
Çizilen kesite istenilen çapı vermek için sol taraftaki “Dimensions” sekmesi altından isteğe bağlı olarak yarıçapa göre “Radius” veya çapa göre “Diameter” dairesel kesite istenilen ölçü verilebilir.



Şekil 3.22. Kesite ölçü vermek

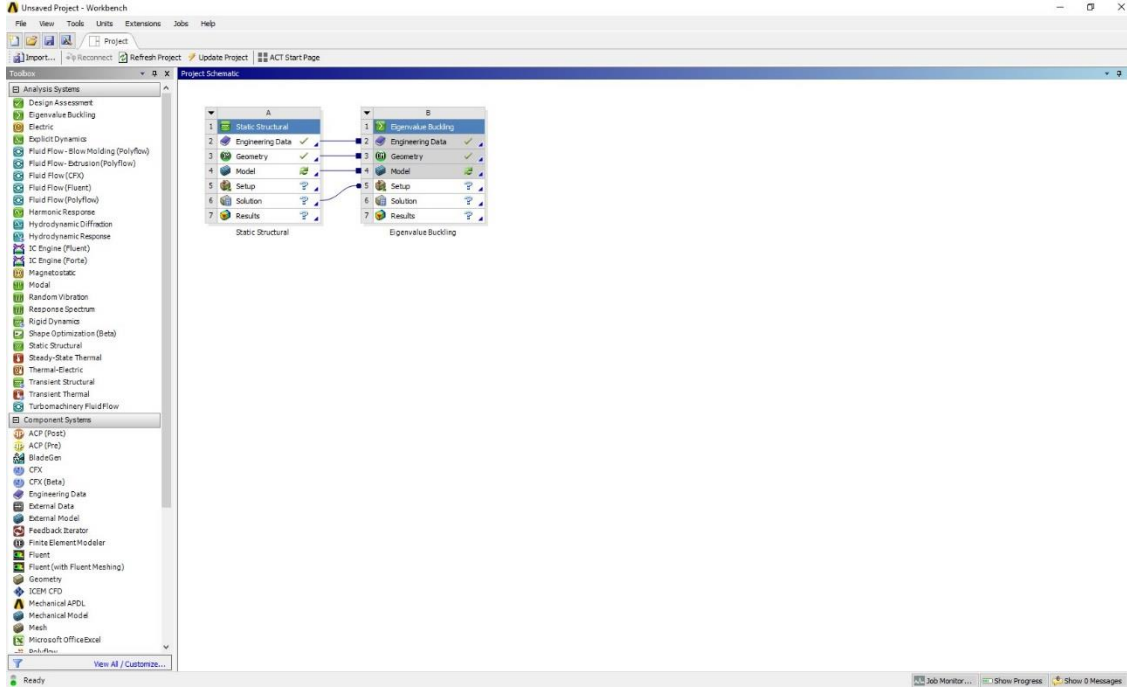
Şekil 3.22’den görüldüğü gibi sol taraftaki ölçü araçlarından “Diameter” seçildikten sonra altta çıkan menüden aort atardamarı ortalama çapı olan 4,38 mm

girilmiştir. Gerekli boyutlandırma yapıldıktan sonra kesit Z eksenı boyunca uzatılarak model elde edilir. Dairesel kesitten içi boş belirli bir kalınlığa ve uzunluğa sahip silindire geçiş yapmak için “DesignModeler” içerisindeki “Extrude” komutu kullanılır.



Şekil 3.23. Aort atardamarının geometrisinin tamamlanması

Şekil 3.23'ten görüldüğü gibi “Extrude” komutuna tıklandıktan sonra sol alt kısımda “Extrude” komutuna ait detayların girilebileceği pencere açılır. Açılan bu pencerede “Geometry” seçeneğine tıklayarak uzunluk verilecek olan kesit seçilir ve “Apply” a tıklanır. Daha sonra “FD1, Depth” bölümüne aort atardamarının incelenmek istenen ortalama uzunluğu olan 5 cm, 50 mm olarak girilir. Daha sonra uzunluğun altındaki “As Thin/Surface” seçeneği “Yes” olarak değiştirilir böylece çizilen çembere et kalınlığı verilebilir ve farklı et kalınlıkları için bu değerler kolayca değiştirilip yeni analizler yapılabilir. Dairesel kesitte kullanılan çap ortalama çap olduğu için et kalınlığının ortasında kalması gerekir. Bunun için “As Thin/Surface” seçeneğinin hemen altında açılan “FD2, Inward Thickness” ve “FD3, Outward Thickness” değerlerine ortalama damar duvarı kalınlığı olan 1 mm ikiye bölünerek yazılır. Böylece 0,5 mm iç et kalınlığı ve 0,5 mm dış et kalınlığı ile toplamda 1 mm et kalınlığı modele tanımlanmış olur. Bu parametreler girildikten sonra model tamamlanmış olup “ANSYS DesignModeler” ile iş bitmiş olur ve kapatılıp çalışma şemasına dönülür. Modellenen elemanın kritik burkulma yüklerini programa hesaplabilmek için daha önce bahsedildiği gibi “Eigenvalue buckling” ve “Static Structural” modüllerinin beraber çalışması gerekmektedir. Bunun için çalışma şemasında sol taraftaki modülleri bulunduğu alandan “Eigenvalue buckling” modülü seçilir ve sürükleyip bırak yöntemiyle daha önceden çalışma alanına alınan “Static Structural” modülündeki “Solution” bölümüne bırakılarak iki modülün beraber çalışması sağlanır.



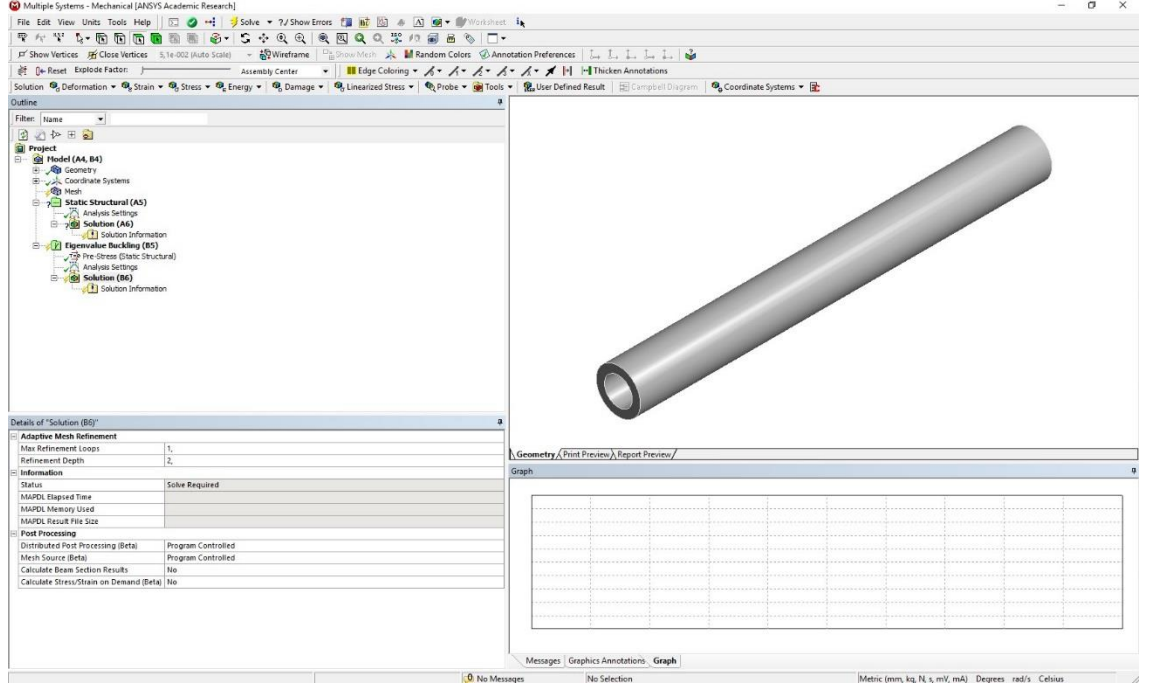
Şekil 3.24. Modüllerin birbirine bağlanması

Şekil(3.24)'ten görüldüğü gibi iki modül birbirine bağlı olarak çalışmaktadır. Bu ortaklaşa çalışmada “Static Structural” modülü içerisinde malzeme özelliklerinde veya geometrisinde veya sınır koşullarında yapılan herhangi bir değişiklik otomatik olarak “Eigenvalue Buckling” modülü içerisindeki özellikleri değiştirerek aynı eleman üzerinde senkronize bir şekilde çalışılmasını sağlar. Burkulma analizi yaparken eğer programın malzeme kütüphanesinde bulunmayan bir malzeme ekleniyorsa en azından malzemeye ait elastisite modülü ve Poisson oranının programa girilmiş olması gerekir. Ayrıca burkulma analizinin yapılabilmesi için en azından bir adet eksenel yük tanımlanması gerekir. Programda kritik burkulma yükü P_{cr} 'ye ulaşana kadar tanımlanan yüklerin tamamı yük çarpanı (λ) ile çarpılır.

$$P_{cr} = F\lambda \quad (3.236)$$

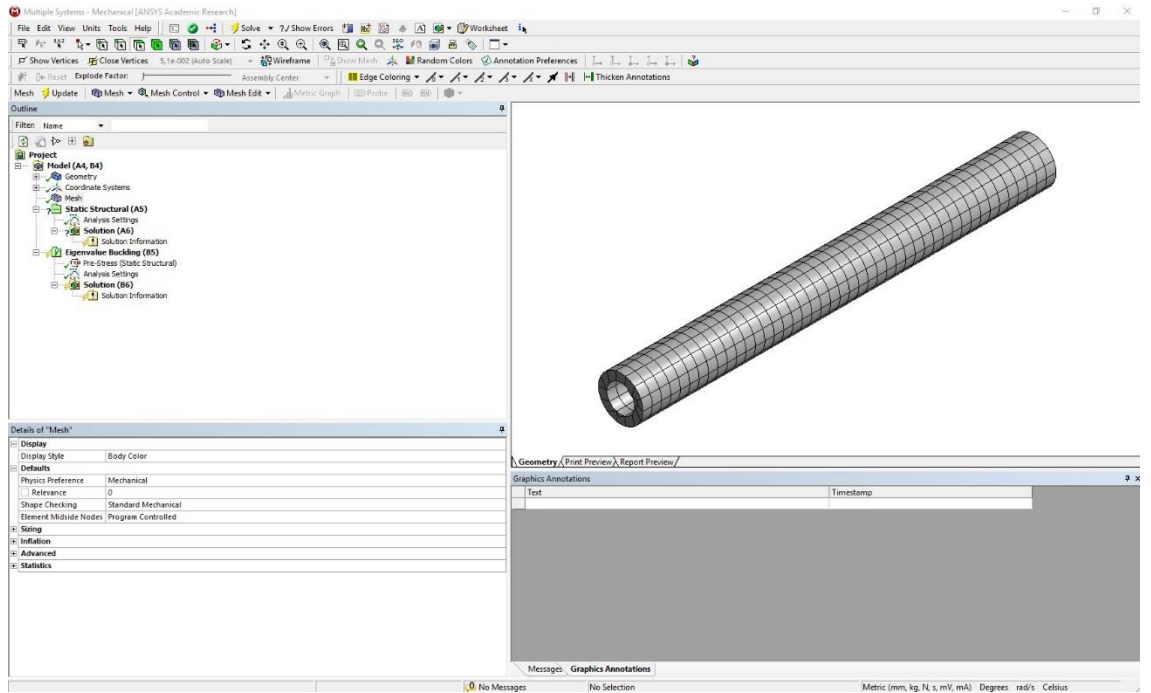
Burada F tanımlanan yüklerin tamamını temsil eder. Modelleme tamamlandı analiz kısmına geçmek için çalışma alanında “Eigenvalue Buckling” modülü içerisinden “Solution” sekmesine çift tıklayarak “ANSYS Mechanical” açılır.

Karmaşık yapılardaki nesnelere analizleri “ANSYS Mechanical” ile yapılabilir. Sonlu elemanlar yöntemini kullanan bu program bileşen ve alt sistemlerin gerçek dünyadaki davranışlarının simülasyonu yapılarak gerçeğe uygun sonuçlar elde edilir.



Şekil 3.25. ANSYS Mechanical arayüzü

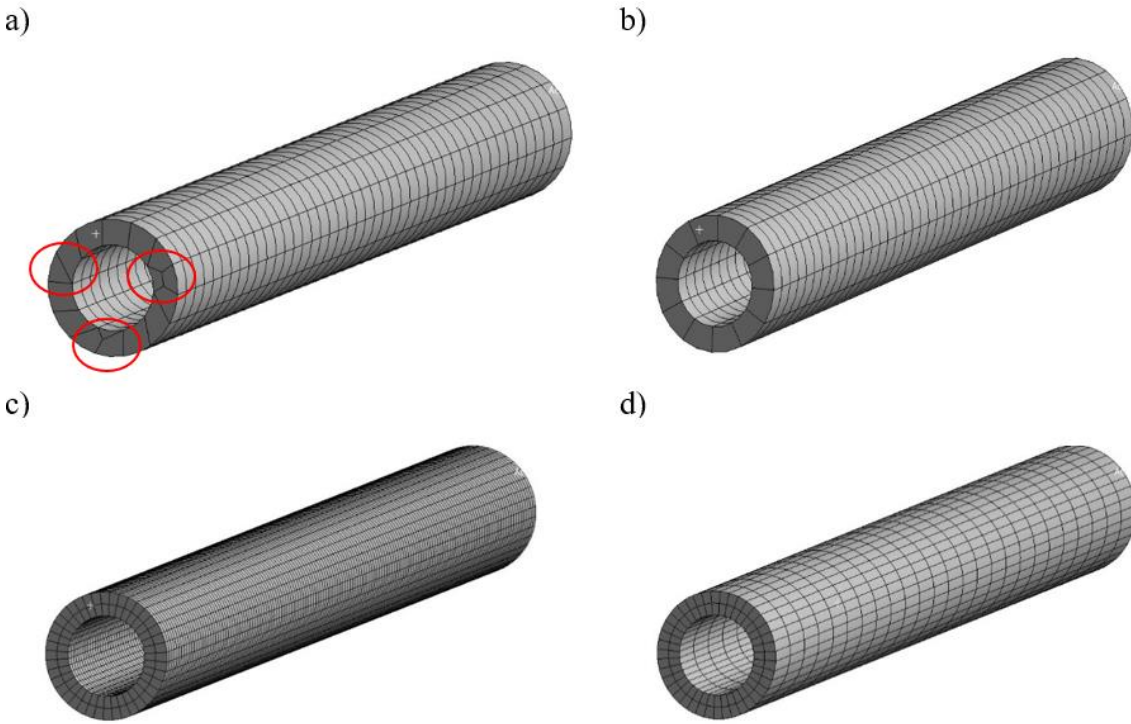
Şekil 3.25'te “ANSYS Mechanical” arayüzü gösterilmiştir. Sol tarafta modül ağacı görülmektedir. Şekil 3.25'den görüldüğü gibi “Static Structural” ve “Eigenvalue Buckling” modülleri bir arada çalışmaktadır.



Şekil 3.26. Otomatik parçalama (meshleme)

ANSYS programı sonlu elemanlar tabanlı bir program olduğu için modelimiz küçük parçalara bölünüp “Mesh” hesap yapılacaktır. Bunun için sol taraftaki modül ağacından “Mesh” komutuna sağ tıklanarak “Generate Mesh” seçeneğine tıklanırsa program kendi istediği boyutta ve şekilde otomatik olarak elemanı parçalara ayırır. Bu otomatik parçalama seçeneği genelde yeterli olmaz ve özel parçalama tekniklerinin kullanılması gerekir.

Şekil 3.27’den otomatik meshleme sonucu modelin bölünmüş hali görülmektedir. Şekil 3.27a’da kırmızı ile işaretlenmiş kısımlarda açıkça görülmektedir ki damar duvar kalınlığı boyunca düzgün mesh yapılamamıştır. Bu sorunu gidermek için yine sol taraftaki modül ağacından “Mesh” seçeneği üzerine gelinerek sağ tıklanır ve “Insert” ardında da “Face Meshing” e tıklanır.

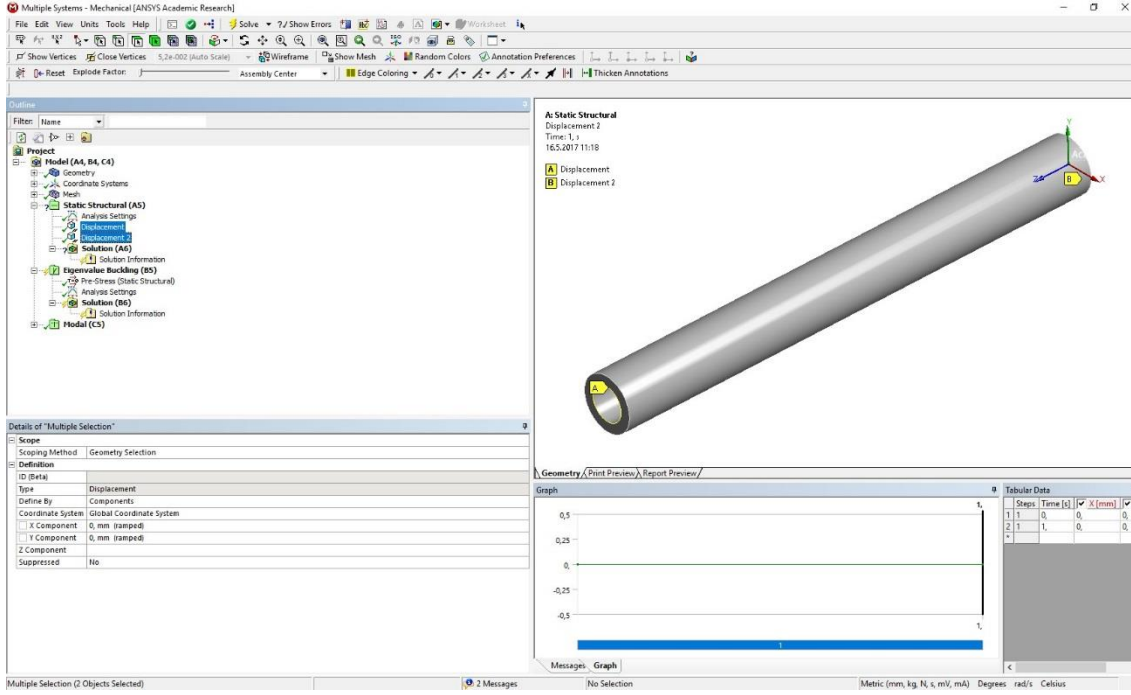


Şekil 3.27. İdeal parçalama (meshleme) için adımlar

Program bu seçeneğe tıklandığı zaman bir yüzey seçilmesini ister. Böyleye seçilen yüzeyin dış hatlarına göre seçilen yüzey modelin kalanından ayrı bir şekilde meshlenir. Bu işlem yapıldıktan sonra “Mesh” bölümüne tekrar sağ tıklanır ve “Generate mesh” sekmesine tıklanır. Bu adımın ardından görülmektedir ki (Bkz. Şekil 3.27b) damar duvarı boyunca arada hiç mesh atılmamış bu yüzden elde edilecek sonuçlarda hassasiyet düşük olacaktır. Çözümde hassasiyeti artırmanın yolu mesh sayısını arttırmaktır böylece model daha fazla parçaya bölünecektir. Bunun için sol taraftaki modül ağacından “Mesh” seçeneğine tıklanır böylece modül ağacının alt tarafında “Details of Mesh” penceresi açılır. Buradan “Sizing” bölümü altındaki “Size Function” bölümü “Proximity and Curvature” olarak değiştirilir. “Proximity and Curvature” damar gibi dairesel kesitli modellerde en iyi çözümü sağlar. “Proximity and Curvature” seçildikten sonra altında mesh boyutları girilecek olan pencere açılır. Analizi yapılacak olan modelde damar duvarı kalınlığı 1 mm olduğu ve bu damar duvarı kalınlığı boyunca en az bir mesh çizgisi

istenildiği için ihtiyaç olunan eleman boyutu maksimum 0,5 mm'dir. Çok küçük ölçüde elemanların kullanılması da eleman sayısını arttıracığı için hesaplama süresini uzatır. Bunun programa girilmesi için "Min Size", "Max Face Size" ve "Max Tet Size" bölümlerine 0,5 mm yazılır. "Proximity Min Size" bölümüne ise dairesel kesitte elemanların düzgün olması için 0,05 mm yazılır. Bütün bu işlemler yapıldıktan sonra Şekil 3.27c'deki görüntü elde edilir. Buradan görüleceği gibi damar duvar kalınlığı boyunca iki sıra mesh elemanları elde edilmiştir ama damar uzunluğu boyunca (L) çok fazla mesh olup eleman sayısı olarak 12080 adet eleman oluşturduğu alttaki "Statistics" bölümünden görülmektedir. Bu kadar yüksek sayıdaki eleman sayısı hesaplama işlemini çok uzatacağı ve damar uzunluğu boyunca o kadar elemana ihtiyaç duyulmadığı için bu eleman sayısının azaltılması yarar gösterecektir. Bunun yapılması için biraz önce yapıldığı gibi "Mesh" sekmesine sağ tıklanarak açılan menüden "Face Sizing" seçilir. "Face Sizing" seçildikten sonra program yüzey gösterilmesini ister, bunun yapılabilmesi için yüzey seçme aktif haldeyken damarın uzunluğunu temsil eden kısım seçilir ve "Element Size" bölümünden eleman boyutuna 2 mm girilir. Böylece seçilen yüzeydeki eleman boyutları 0,5 mm'den 2 mm'ye çıkartılmış olur. Bu işlem yapıldıktan sonra "Mesh" bölümüne tekrar sağ tıklanır ve "Generate mesh" sekmesine tıklanır. Böylece yapılan son değişikliklere göre yeniden eleman boyutlandırma işlemi yapıp Şekil 3.27d'de görülen ideal elemanlara bölünmüş model ortaya çıkar. Bu işlem yapıldıktan sonra biraz önce 12080 adet olan eleman sayısı 2000 adete düştüğü görülür. Bu da çözüm süresinde en az altı kat azalma demektir.

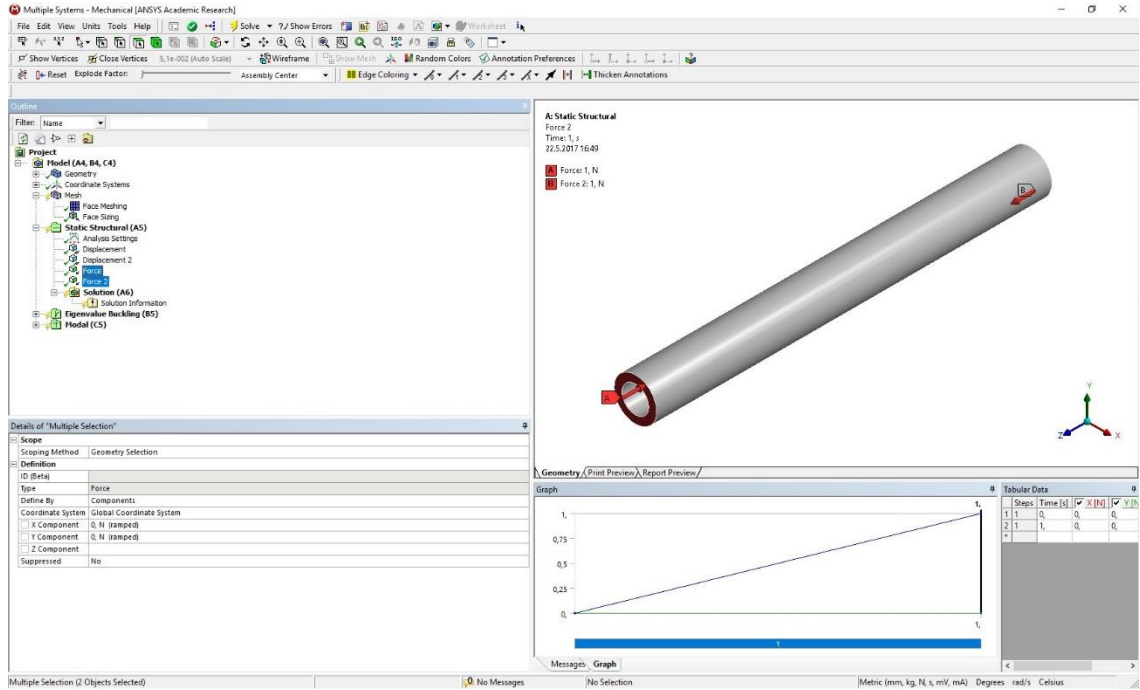
Meshleme adımı tamamlandıktan sonra analiz seçeneklerine geçilir. İlk önce mesnet koşullarının programa girilmesi gerekir. Mesnet koşullarını programa girmek için sol taraftaki modül ağacından "Static Structural" sekmesi üzerinde gelip sağ tıklayınca açılan menüden ilk önce "Insert" daha sonra da "Displacement" seçeneğine tıklanır. "Displacement" seçeneği programa gösterilen yüzeyde veya çizgide istenilen eksenlerde hareketinin engellenmesini yani mesnetlenmesini sağlar. "Displacement" seçeneğine tıklandıktan sonra program mesnetin yerinin gösterilmesini ister. Bunun için altta açılan "Details of Displacement" bölümünden "Geometry" kısmına tıklanır ve mesnetlenecek olan yer olan damar duvarı seçilir ve "Geometry" kısmında çıkan "Apply" sekmesine tıklanır. Basit mesnette modelin X, Y ve Z ekseninde hareketi önlenmiş olur. Bunu programda simüle etmek için alt kısımda çıkan "X Component", "Y Component" ve "Z Component" bölümlerine 0 yazılır böylece o eksenlerde modelin hareketi engellenmiş olur.



Şekil 3.28. ANSYS mesnet tanımlama

Benzer şekilde diğer mesnetli taraf olan uçta da aynı işlem yapılır. Buradaki mesnet hareketli mesnet olarak modelleneneğinden modelin uzunluğu boyunca ki ekseninde hareketi serbest bırakılması gerekir. Bunun yapılması için “X Component” ve “Y Component” değerleri sıfır olarak girilip “Z Component” seçeneği “Free” yani serbest olarak bırakılır.

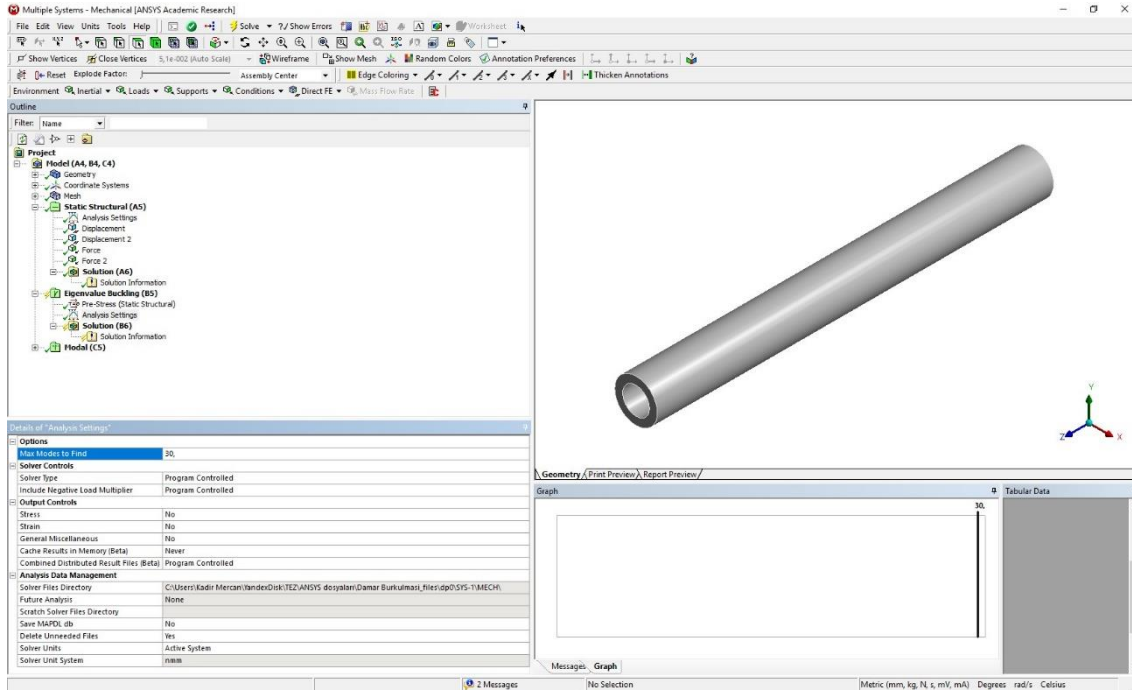
Modele mesnetler tanımlandıktan sonra burkulma analizinin yapılabilmesi için birim eksenel yük tanımlanması gerekir. Denklem (3.236) da verildiği gibi program birim yüklemeyi artıran bir yükleme ile çarpıp ve sistem burkulma davranışı gösterene kadar arttırmaya devam eder. Birim eksenel yüklemenin tanımlanması için mesnet tanımlanmasına benzer olarak “Static Structural” seçeneğine sağ tıklanarak açılan menüden önce “Insert” daha sonra “Force” seçeneğine tıklanır. Bu seçeneğe tıklandıktan sonra program eksenel yükün uygulanacağı yüzeyin seçilmiş iştir. Damar duvarı seçildikten sonra “Geometry” bölümündeki “Apply” seçeneğine tıklanır daha sonra hemen altında bulunan “Define By” seçeneği “Components” olarak değiştirilir. Bunu değiştirmek yüklenen eksenel kuvvetin hangi eksenlerde etki edeceğinin tanımlanmasını sağlar. Eğer hangi eksenin modelde hangi yöne denk geldiği bilinmiyorsa “View” seçeneğine tıklanır ve “Triad” aktif hale getirilir böylece modelin köşesinde eksen takımı görülür (Bkz. Şekil 3.29).



Şekil 3.29. ANSYS eksenel kuvvet tanımlama

Eksenel kuvvetler Şekil 3.29’da görüldüğü gibi bu model için Z ekseninde uygulanacaktır. Bunun için “X Component” ve “Y Component” kısımlarına sıfır girilir ve “Z Component” kısmına ise birim yükleme için 1 N’luk birim değer girilir. Birim yükleme yapıldıktan ve mesnet koşulları tanımlandıktan sonra burkulma analizi seçenekleri isteğe göre ayarlanıp analiz başlatılmaya hazır hale gelir. Burkulma analizi seçenekleri için sol taraftaki modül ağacından “Eigenvalue Buckling” modülü altındaki “Analysis settings” kısmına gelinir. “Analysis settings” kısmına tıklandıktan sonra alt tarafında “Details of Analysis Settings” bölümü açılır ve oradan burkulma analizi seçenekleri görülür.

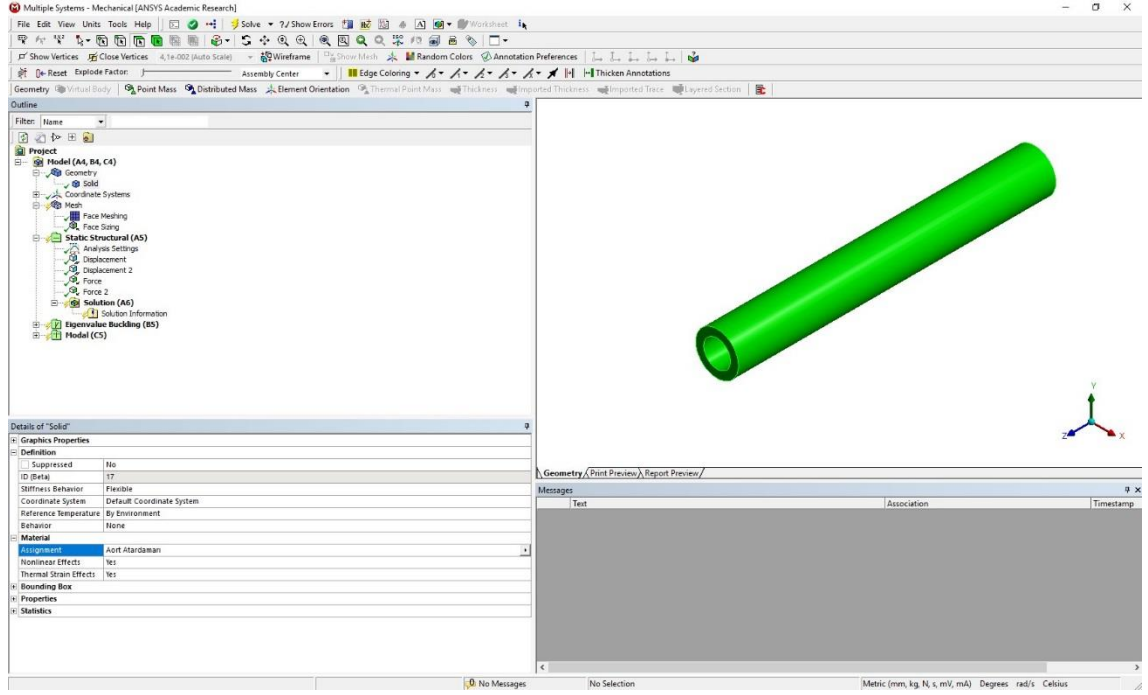
ANSYS programıyla parça ve montajlar üzerinde statik analizlerin yanı sıra doğrusal ve doğrusal olmayan burkulma analizleri de yapılabilir. ANSYS programı mekanik simülasyonlarda çok düşük toleranslarda bile etkili sonuçlar verir. Nesneye uygulanan kuvvet sonucunda oluşan şekil değişimleri ve gerilme dağılımları simülasyonların sonunda anlık olarak görüntülenebilir. Bu anlık görüntüleme sayesinde değişkenler (uygulanan yükler, sınır koşulları) kolayca ve hızlı bir şekilde değiştirilebilir ve böylece değişkenlerin farklı kombinasyonları ile çok sayıda sonuç elde edilebilir. Bu tezde yalnızca doğrusal burkulma analizi yapılacak olup sonuçlar buna göre elde edilecektir.



Şekil 3.30. ANSYS Burkulma analizi seçenekleri

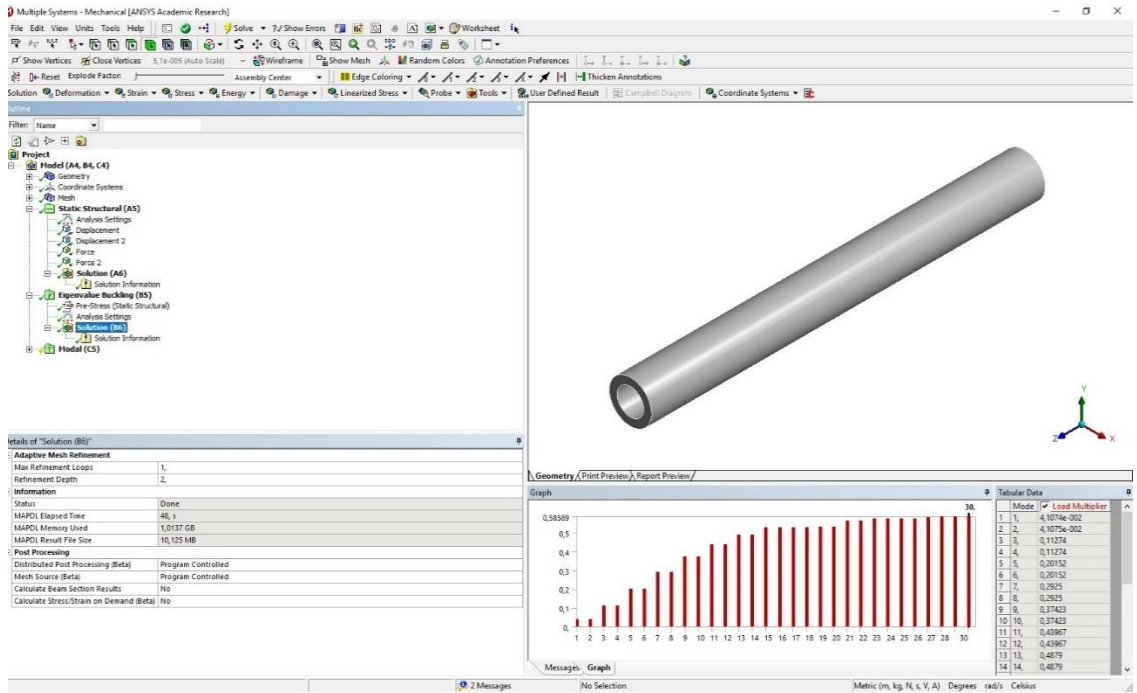
Şekil 3.30'dan görüldüğü gibi ANSYS burkulma analizi seçenekleri içerisinde programın kaç adet mod sayısı bulacağı bu kısımdan girilir. ANSYS'in bulacağı modların tamamı istenilen modlar değildir. Burkulma modların yanı sıra ANSYS burkulma modları ve simetrik modlar gibi istenilenin dışında modlar da bulacaktır. Bu yüzden programın bulduğu sonuçların ayıklanması ve sadece istenilen burkulma mod şekillerinin kalması sağlanması gerekir. ANSYS'in bulacağı mod sayısı "Details of Analysis Settings" bölümü altında "Max modes to find" seçeneğinden belirlenir. Programın bulacağı fazladan modlar da hesaba katılarak 30 adet mod bulmasını istersek "Max modes to find" bölümüne "30" yazılır.

Şekil 3.31'den görüldüğü gibi önceden hazırlanmış malzemenin modele atanması için sol taraftaki modül ağacından "Geometry" sekmesi altındaki "Solid" bölümüne tıklanır ve altta açılan "Details of Solid" penceresinde "Assignment" bölümünde tanımlanılan malzeme seçilir, böylece istenilen malzeme modele atanmış olur. Modele malzeme atandıktan sonra analize hazır hale gelmiş olur.



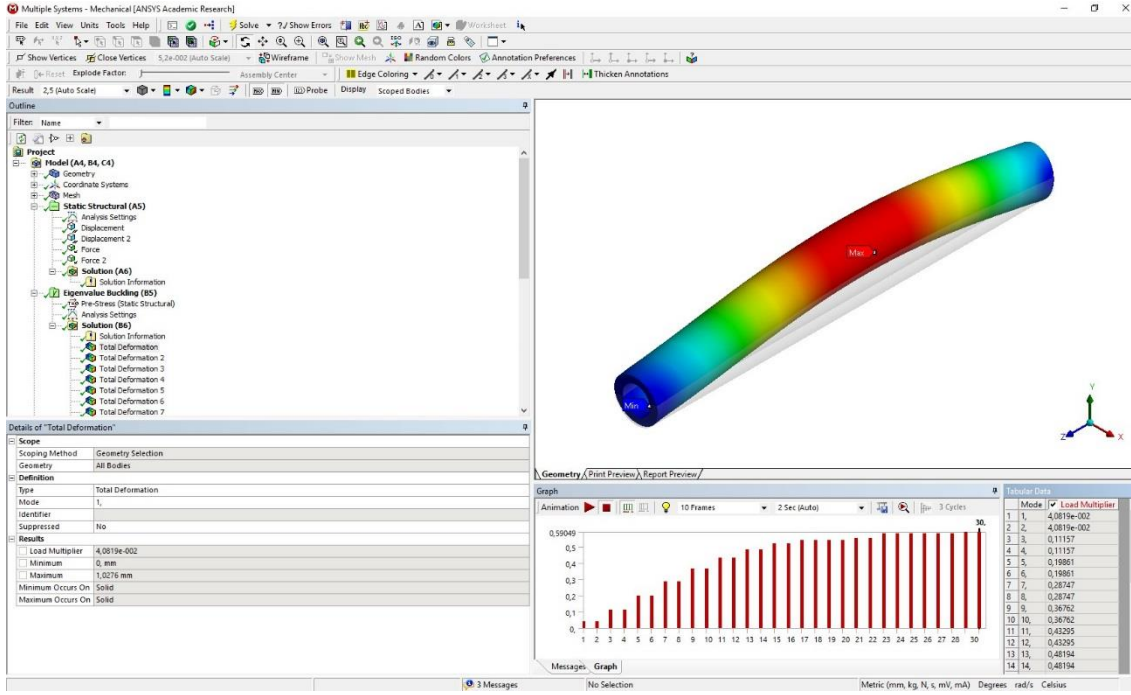
Şekil 3.31. ANSYS malzeme atama

Analizi başlatmak için sol taraftaki modül ağacından “Eigenvalue Buckling” sekmesine sağ tıklanır ve “Solve” seçeneğine tıklanır. Analiz yapılan bilgisayarın kapasitesine göre analiz süresi değişiklik gösterir.



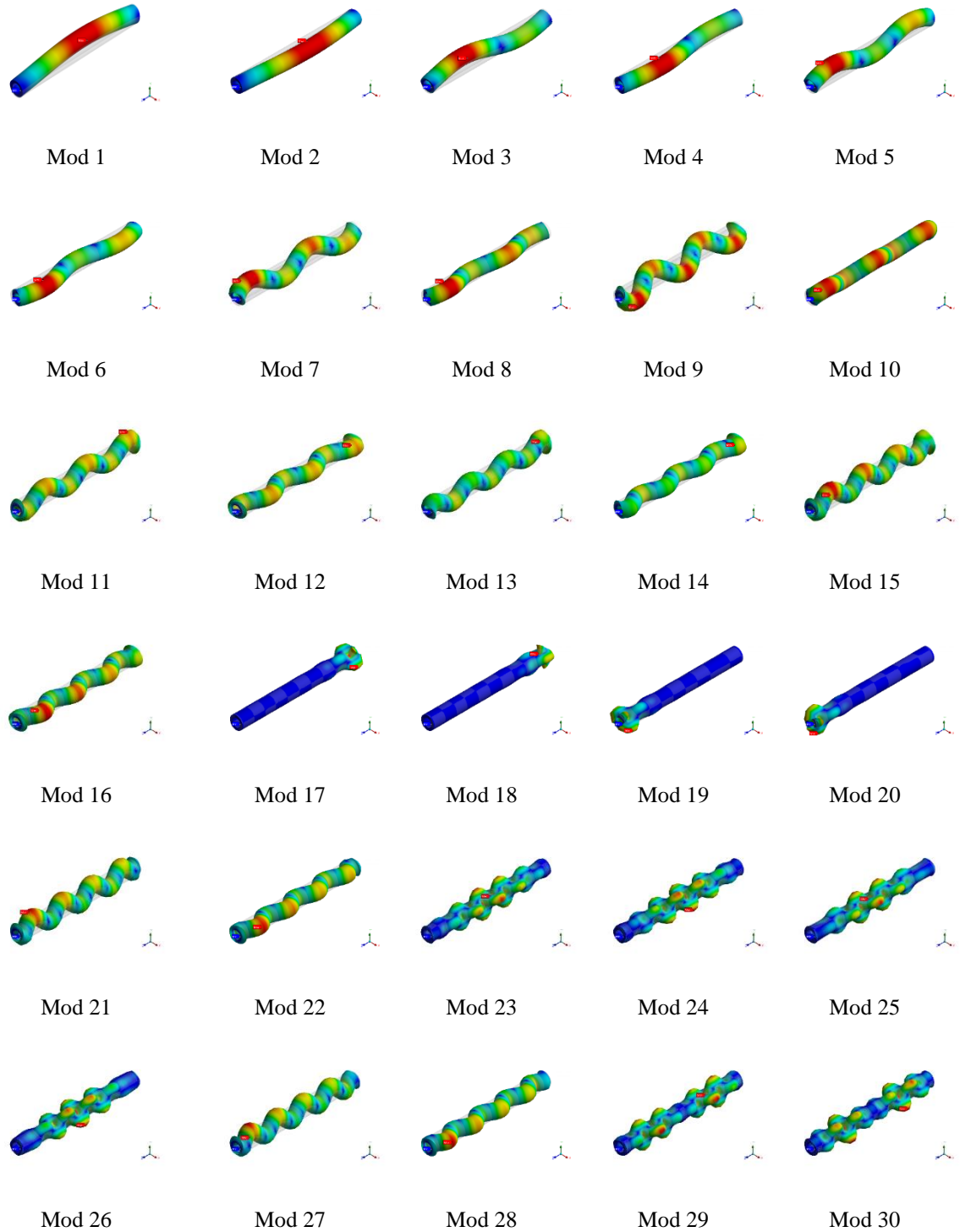
Şekil 3.32. ANSYS analiz sonuçları

Şekil 3.32’den görüldüğü gibi çözüm bittikten sonra ekranın sağ alt kısmında bar grafiği şeklinde modlar sıralanır ve yan tarafında o modlara ait kritik burkulma yükleri gösterilir. Mod şekillerinin gösterilmesi için bar grafiğe sağ tıklanır ve önce “Select All” daha sonra “Create mode shape result” seçeneğine tıklanır. Bu adımdan sonra ANSYS “Eigenvalue Buckling” seçeneğinin altındaki “Solution” seçeneğine 30 adet mod şeklinin eklenmesi için gerekli adımları uygular. Bu adımdan sonra “Eigenvalue Buckling” seçeneğinin altındaki “Solution” seçeneğine sağ tıklanır ve “Evaluate all result” seçeneğine tıklanır. Bu adımdan sonra “Solution” sekmesi altında 30 adet mod şekli animasyonlarıyla beraber görülebilir. Animasyonların izlenmesi simetrik modların ayırımında önemlidir.



Şekil 3.33. ANSYS mod şekli gösterimi

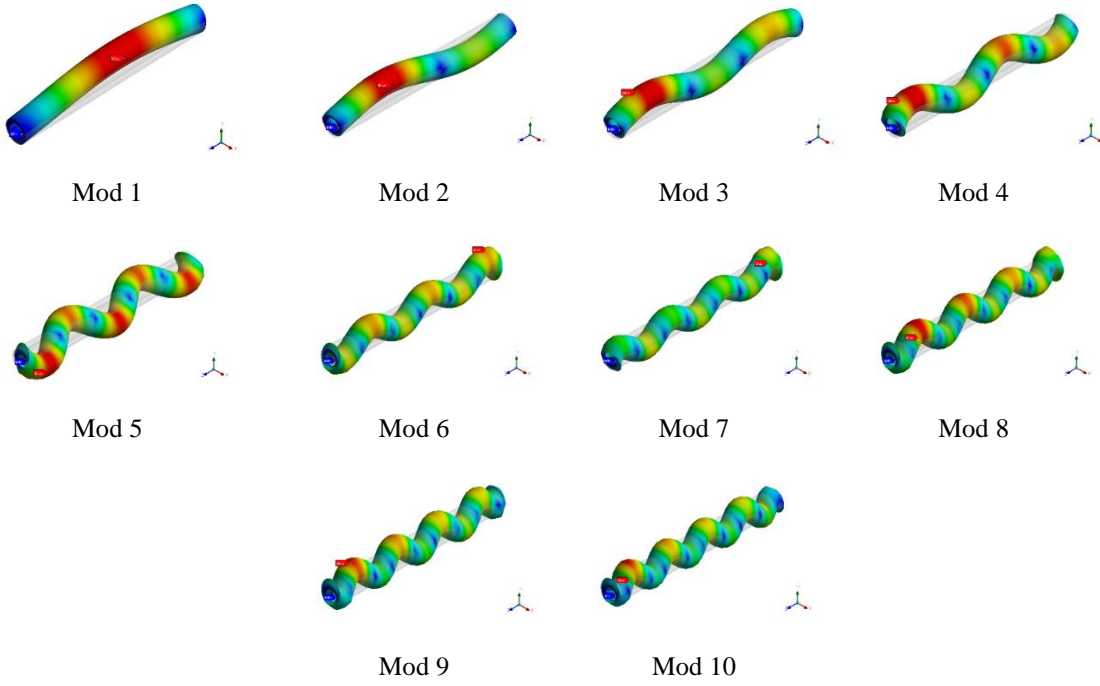
Mühendislik simülasyonlarında analizi yapılan modelin yapıldığı maddenin özellikleri oldukça büyük önem taşır. ANSYS programı, 3D modeli hazırlanan nesnenin gerçekte kullanılacak madde özellikleriyle tam eşleşmesine olanak sağlar. Mühendislikte kullanılan maddelerin sahip olduğu izotropik ve ortotropik esneklik, doğrusal elastikiyet, hiperelastisite, plastiklik, viskoelastik özellikler, viskoplastite ve süneklik gibi malzeme özellikleri simülasyon öncesinde doğrudan belirlenebilir. ANSYS programı ile ayrıca analizin yapılacağı maddenin özelliği hazır kataloglardan seçilerek de atanabilir.



Şekil 3.34. ANSYS Burkulma mod şekillerinin tamamı

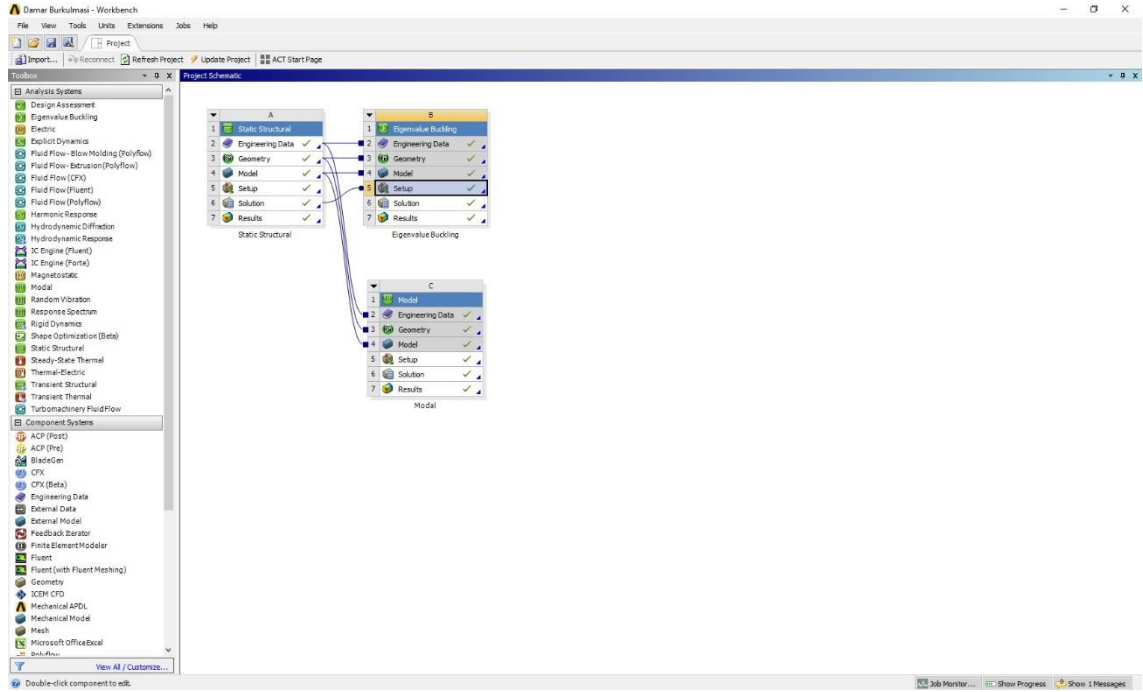
Simetrik mod, üç boyutlu analizlerde aynı kritik burkulma yükünde aynı mod şeklinin sırasıyla iki ekseninde de görülmesidir. Bu durumda bu modlar sırasıyla birinci ve

ikinci mod olmaz ikisinin de değeri birinci modu gösterir. Sonuçların doğru yorumlanabilmesi için bu tür simetrik modların ve burkulma haricindeki (burulma, dönme vb.) modların ayıklanması gerekir. Ayıklanmanın yapılabilmesi için mod şekillerine bakılır. Şekil 3.34'den görüldüğü gibi birinci mod ile ikinci mod, üçüncü mod ile dördüncü mod, beşinci mod ile altıncı mod ve benzer şekilde diğer mod sayılarında da simetrik modlar görülmektedir. Simetrik modların yanı sıra 10 numaralı modda, 17-20. aralıktaki modlarda, 23-26. aralıktaki modlarda, 29 ve 30 numaralı modlar istenilenin dışında dönme, burulma ve değişik mod şekilleri görülmektedir. Sonuçların yorumlanmasında bu modların çıkartılması ve dikkate alınmaması gerekir.



Şekil 3.35. ANSYS ayıklanmış burkulma mod şekilleri

Şekil 3.35'ten görüldüğü gibi 30 adet bulunan moddan yalnızca işe yarar 10 adet mod şekli kalmıştır. Ayıklanan mod şekillerine göre elde edilen sonuçlar da ayıklanır böylece modellenen model için istenilen burkulma analizi sonuçları elde edilir. Burkulma modülü kullanımına benzer olarak modal analiz modülü modelin doğal frekanslarını bulmak için kullanılır. ANSYS programının en kullanışlı özelliklerinden biri modüller arası bilgi alışverişi kısmıdır. Bu özellik sayesinde modal analiz modülü istenilirse burkulma modülüne istenilirse de statik yapısal modülüne bağlanarak istenildiği şekilde geometrinin ortak kullanılması veya bununla beraber mesnetlenmenin ve meshlemenin de ortak olarak kullanılmasına olanak sağlar.



Şekil 3.36. ANSYS Modal analiz modülü bağlantısı

Şekil 3.36'dan görüldüğü gibi sol taraftaki modüllerden “Modal” modülü sürükleyip bırakarak yöntemiyle “Static structural” modülünün “Model” kısmının üzerine getirilip bırakılır. Böylece modal analizin yapılacağı model ve modele ait meshleme özellikleri ortak kullanılır ve herhangi bir modülde yapılan değişiklik aynı anda bütün modülleri etkiler böylece aynı modeller için farklı analizler bir arada yapılabilir. Modal analizi yapmak için “Modal” modülü içerisinde “Solution” sekmesine çift tıklanır ve burkulma analizine benzer şekilde “ANSYS Mechanical” açılır.

Modal analiz sonucunda aort atardamarının titreşim hareketi incelenecek olup mesnetli ve mesnetsiz halde frekansları hesaplanacaktır.

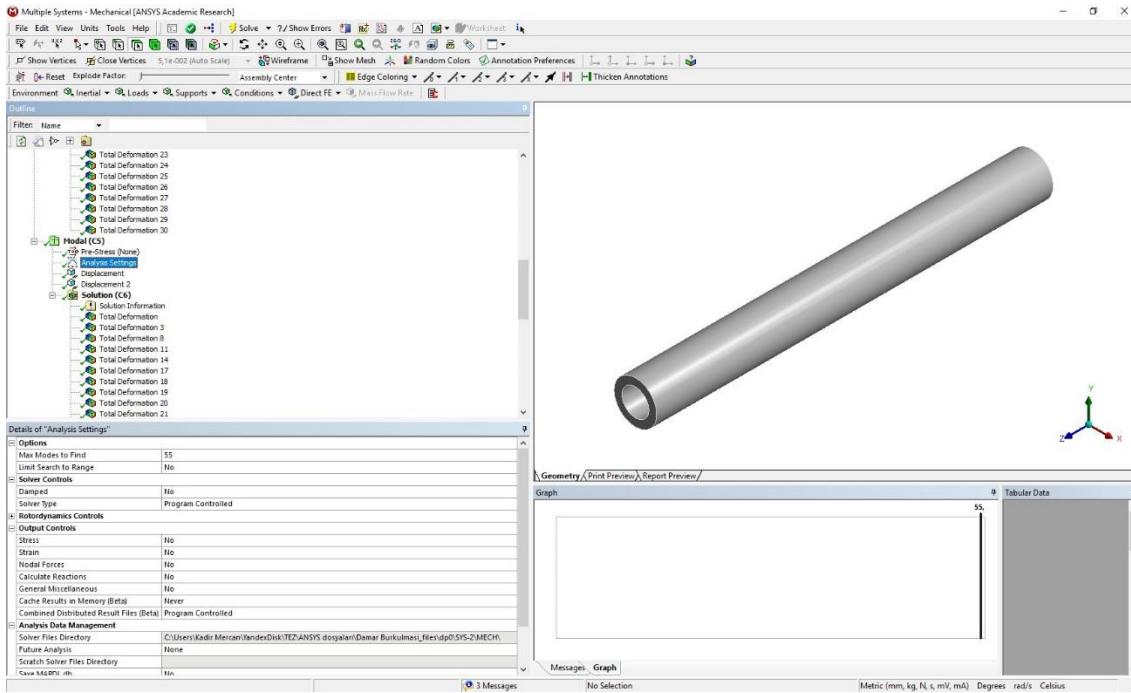
Titreşim bir denge noktası etrafındaki mekanik salınımdır. Bu salınımlar bir sarkaçın hareketi gibi periyodik olabileceği gibi çakıllı bir yolda tekerleğin hareketi gibi rastgele de olabilir. Titreşim bazen arzu edilir. Örneğin; bir akort çatalının, üflemlerli çalgılarda veya mızıkada dilin, veya bir hoparlörde koninin hareketi birçok aletin doğru kullanılması için gerekli olan arzu edilir titreşimdir. Daha sıklıkla, titreşim istenmeyen bir harekettir, çünkü boşa enerji harcar ve istenmeyen ses ve gürültü oluşturur. Örneğin, motorların, elektrik motorlarının ya da herhangi mekanik aracın çalışma esnasındaki hareketi istenmeyen titreşimler üretir. Böyle titreşimler motorlardaki dönen parçaların balanssızlığından, düzensiz sürtünmeden, dişli çarkların hareketinden kaynaklanabilir.

Titreşim iki ana başlık altında incelenebilir. Bunlar:

- Serbest titreşim: Bir başlangıç hareketi verilen ve daha sonra serbestçe salınmaya bırakılan sistemlerde meydana gelen titreşim türüdür. Bir çocuğu salıncakta sallanırken ardından itirmek ve daha sonra serbest bırakmak veya bir akort çatalına vurmak ve daha sonra salınmaya bırakmak bu titreşim türünün

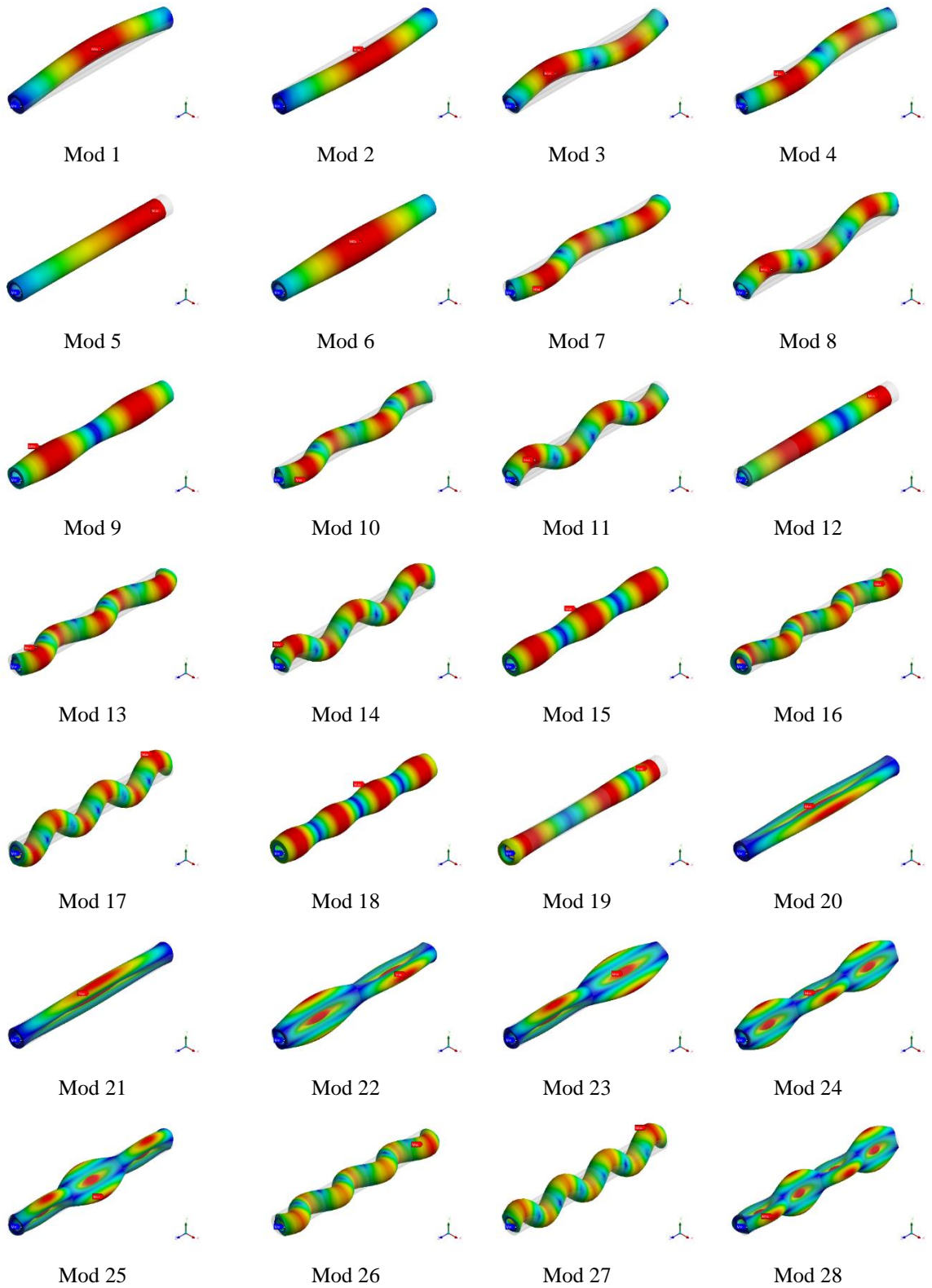
örnekleridir. Mekanik sistem daha sonra kendi frekansı veya frekanslarında titreşecek ve sifıra gidecektir.

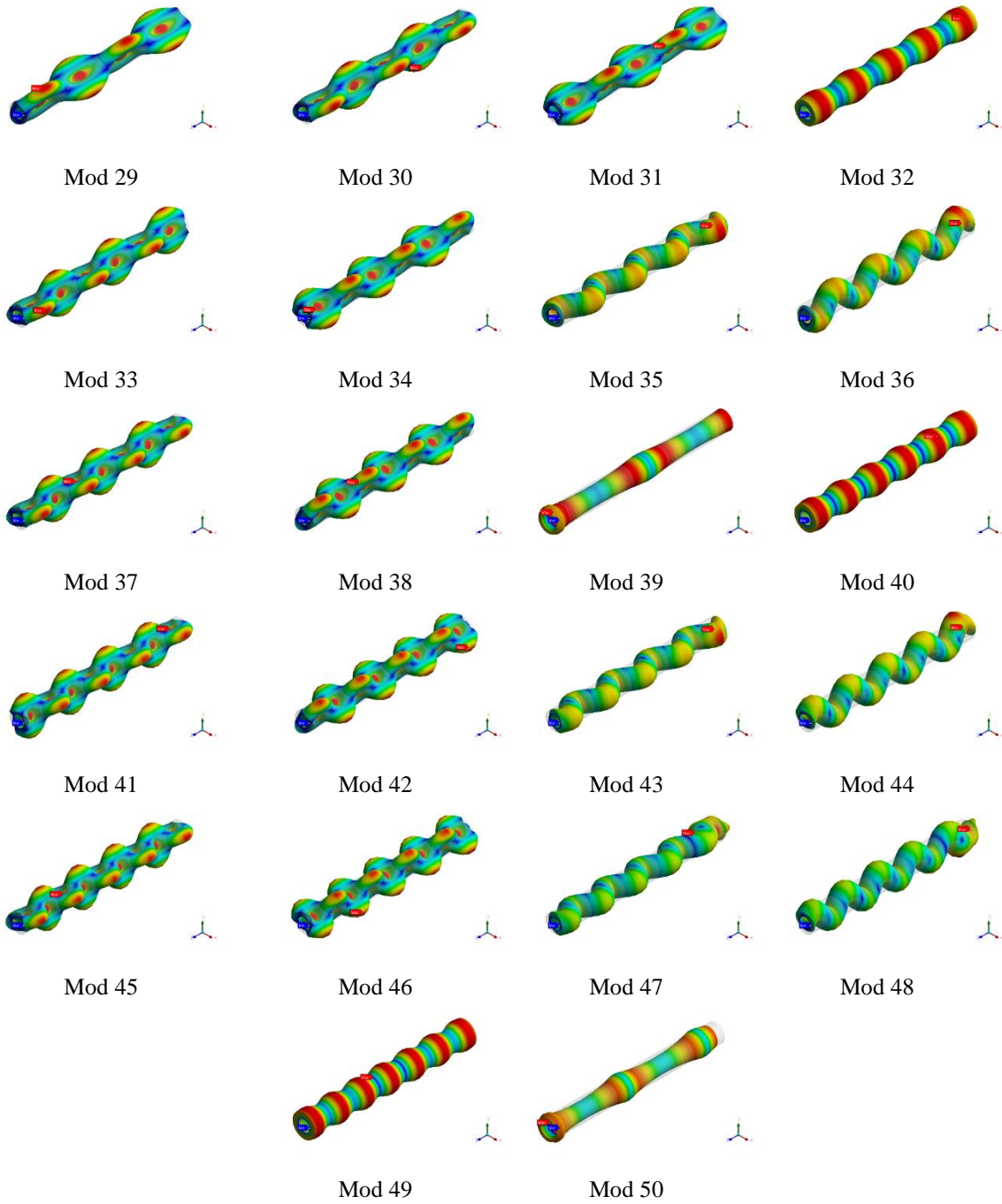
- Zorlanmış titreşim: Değişen bir kuvvet veya hareket bir mekanik sisteme uygulandığında oluşan titreşim türüdür. dengesizlik dolayısıyla çamaşır makinesinin titreşimi, araç titreşimleri (motordan, yaylardan veya yoldan kaynaklanan), veya deprem sırasında bir binanın titreşimleri bu titreşim türünün örneklerine dahildir. Zorlanmış titreşimde titreşimin frekansı uygulanan zorlamanın veya hareketin frekansına bağlıdır, fakat titreşimin genliği ise sistemin mekanik davranışına bağlıdır.



Şekil 3.37. ANSYS Modal analiz sonuçları

Şekil 3.37’den görüldüğü gibi daha önceki analizlerde kullanılan aort atardamarı modeli bütün özellikleriyle (malzeme özellikleri ve meshleme özellikleri) buraya aktarılmıştır. Burkulma analizindeki benzer olarak mesnetler tanımlandıktan sonra sol taraftaki modül ağacından “Modal” sekmesi altındaki “Analysis settings” kısmına tıklanır ve alttaki pencerede açılan “Details of analysis settings” bölümüne kaç adet mod sayısı hesaplanmasını isteniliyorsa girilir. Modal analizde istenmeyen modlar (burulma, şişme vb.) daha fazla olduğu için 10 adet doğal mod şeklini elde edebilmek için programdan 50 civarında mod şekli bulması istenmelidir. Gerekli bilgiler girildikten sonra burkulma analizine benzer olarak sol taraftaki modül ağacından “Modal” seçeneğine sağ tıklanır ve “Solve” komutuna tıklanır.

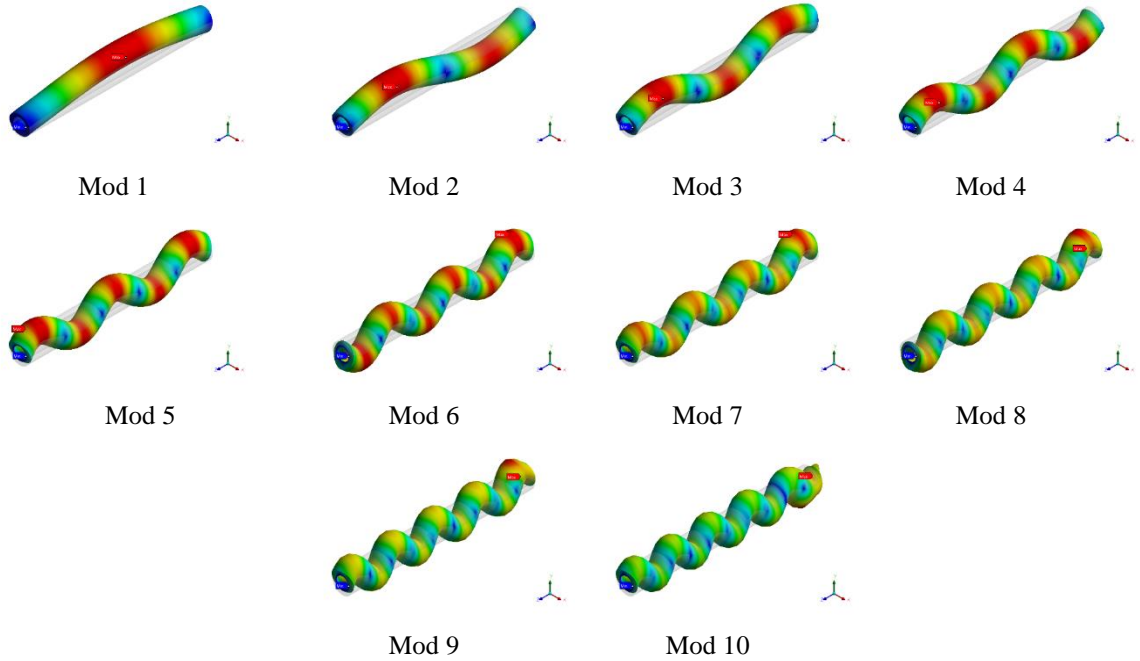




Şekil 3.38. ANSYS modal analiz mod şekillerinin tamamı

Analiz tamamlandıktan sonra yine burkulma analizine benzer olarak ekranın sağ alt kısmında frekansları gösteren bar grafik çıkar ve bu grafiğe sağ tıklayıp önce “Select all” daha sonra da “Create mod shape result” seçeneğine tıklanarak 50 adet mod şekli görülür. Şekil 3.38’de modal analiz sonucunda elde edilen 50 adet mod şekli gösterilmiştir. Sonuçların doğru yorumlanabilmesi için burkulma hesabındaki benzer olarak bu tür simetrik modların ve doğal mod şekilleri haricindeki (burulma, dönme vb.) modların ayıklanması gerekir. Ayıklanmanın yapılabilmesi için mod şekillerine bakılır. Şekil 3.38’den görüldüğü gibi burkulmaya benzer şekilde mod sayılarında da simetrik

modlar görülmektedir. Simetrik modların yanı sıra 5, 6, 9, 12, 15, 18-25, 28-34, 37-42, 49 ve 50 numaralı modlarda istenilenin dışında dönme, burulma ve değişik mod şekilleri görülmektedir. Sonuçların yorumlanmasında bu modların çıkartılması ve dikkate alınmaması gerekir.



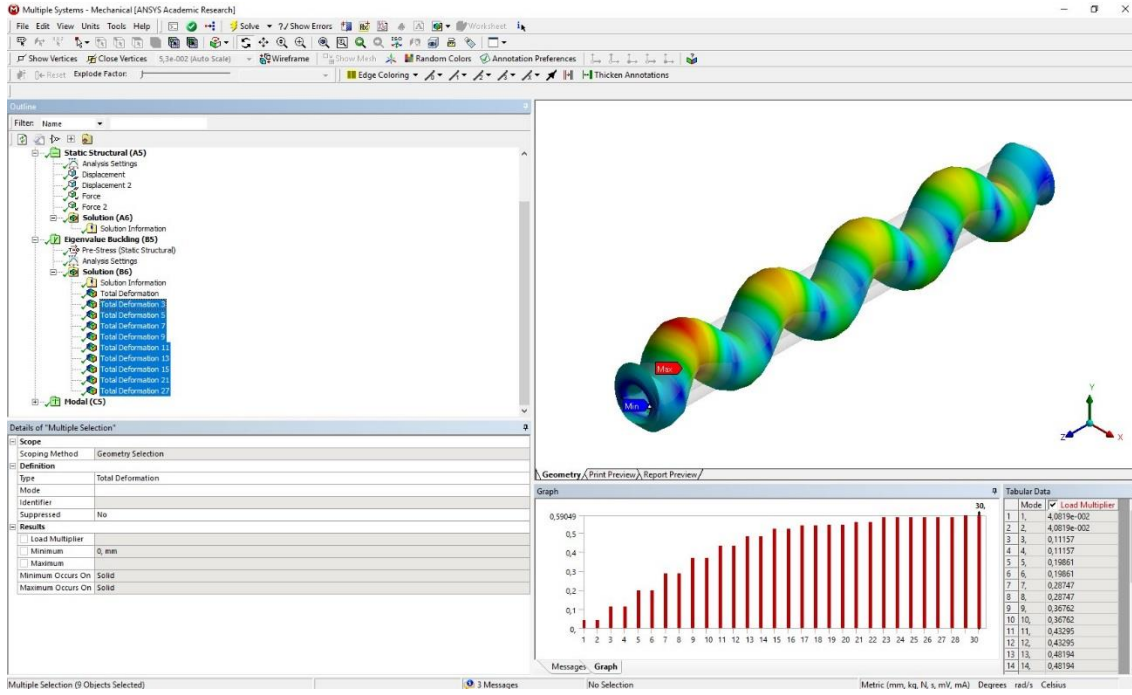
Şekil 3.39. ANSYS ayıklanmış doğal mod şekilleri

Şekil 3.39'dan görüldüğü gibi istenilenin dışında dönme, burulma ve değişik mod şekilleri çıkartıldıktan sonra 50 adet bulunan moddan yalnızca işe yarar 10 adet mod şekli kalmıştır. Ayıklanan mod şekillerine göre elde edilen sonuçlar da ayıklanır böylece modellenen model için istenilen burkulma analizi sonuçları elde edilir.

Şekil 3.39'da istenilen mod şekillerinde maksimum ve minimum deformasyona uğrayan noktalar mod sayısına doğru orantılı olarak geometrik olarak simetrik biçimde oluştuğu görülmektedir. Yani:

- Birinci modda bir adet maksimum yer değişme noktası (tepe) oluşur ve bu tepe tam olarak damarın ortasındadır.
- İkinci modda minimum deformasyon (sıfır yer değiştirme) tam olarak $L/2$ 'de yani damar boyunun tam ortasında oluşur.
- Üçüncü modda iki adet minimum deformasyon noktası görülür ve bunlar tam olarak mesnetlerden $L/3$ uzaklıkta oluşur.
- Dördüncü modda benzer olarak üç adet minimum deformasyon noktası tam olarak $L/4$ aralıklarla oluşur.
- Beşinci modda dört adet minimum deformasyon noktası görülür ve bunlar tam olarak mesnetlerden $L/5$ uzaklıkta oluşur.
- Altıncı modda beş adet minimum deformasyon noktası görülür ve bunlar tam olarak mesnetlerden $L/6$ uzaklıkta oluşur.

- Yedinci modda altı adet minimum deformasyon noktası görülür ve bunlar tam olarak mesnetlerden $L/7$ uzaklıkta oluşur.
- Sekizinci modda yedi adet minimum deformasyon noktası görülür ve bunlar tam olarak mesnetlerden $L/8$ uzaklıkta oluşur.
- Dokuzuncu modda sekiz adet minimum deformasyon noktası görülür ve bunlar tam olarak mesnetlerden $L/9$ uzaklıkta oluşur.
- Onuncu modda dokuz adet minimum deformasyon noktası görülür ve bunlar tam olarak mesnetlerden $L/10$ uzaklıkta oluşur.



Şekil 3.40. ANSYS fazladan modları ayıklamak

Şekil 3.40'dan görüldüğü gibi istenmeyen modlar çıkartılınca geriye kalan modlar ve bu modlara sebep olan kritik burkulma yükleri aranılan kritik burkulma yükleridir. Sol taraftaki modül ağacındaki "Total Deformation" sekmelerlerinden istenilen mod şekli bulunup sağdaki "Tabular Data" tablosundan veya "View" sekmesi altından "Legend" sekmesi açılarak mod şeklinin yanındaki değerlerden okunur.

4. BULGULAR ve TARTIŞMA

Bu kısımda bir önceki bölümde farklı boyut etkili teorilerden (yerel olmayan elastisite teorisi ve yerel olmayan yüzey enerjisi teorisi) elde edilen kritik burkulma denklemleri ve sonlu elemanlar temelli bir program olan ANSYS 17,0 kullanılarak aort atardamarı için kritik burkulma yükleri elde edilmiş ve sonuçlar karşılaştırmalı olarak grafik ve tablo halinde sunulmuştur. Ayrıca ANSYS yardımıyla modal analiz yapılmış ve aort atardamarına ait frekans değerleri verilmiştir. Aksi belirtilmedikçe aort atardamarı için Çizelge 3.1’de verilen değerler kullanılmıştır. Şekillerde kullanılan YOYET, YET, YOT, KT sırasıyla yerel olmayan yüzey enerjisi teorisi, yüzey enerjisi teorisi, yerel olmayan elastisite teorisi, klasik teoridir. Ayrıca K_w ve K_p boyutsuz zemin parametrelerini temsil etmektedir ve $K_w = \frac{k_w L^2}{EI}$, $K_p = \frac{k_p L^2}{EI}$ ’ya eşittir.

Çizelge 4.1. ANSYS analizlerine göre aort atardamarının damar duvarı kalınlığına göre burkulma yükleri (N) (L=50 mm, D=4,38 mm)

Mod Sayısı	Aort atardamarı duvarı kalınlığı (t) mm							
	0,5	0,7	0,9	1	1,1	1,3	1,5	2
1	0,022317	0,030195	0,037429	0,041074	0,04407	0,05027	0,056228	0,070585
2	0,058654	0,080217	0,10114	0,11274	0,12209	0,14372	0,16662	0,23135
3	0,099754	0,13868	0,1782	0,20152	0,21962	0,26391	0,31176	0,44952
4	0,1379	0,19587	0,25595	0,2925	0,32019	0,38973	0,46538	0,68431
5	0,16583	0,24542	0,32539	0,37423	0,41165	0,5057	0,60856	0,90715
6	0,17362	0,28089	0,38088	0,43967	0,48728	0,60373	0,7316	1,1031
7	-	0,30218	0,42061	0,4879	0,54568	0,68225	0,8325	1,2678
8	-	0,32696	0,45298	0,52816	0,59189	0,74535	0,91487	1,4034
9	-	-	0,4821	0,56404	0,63111	0,79837	1,0441	1,4447
10	-	-	0,5045	0,59173	0,66312	0,84285	1,0953	1,5201

Çizelge 4.2. ANSYS analizlerine göre aort atardamarının uzunluğuna göre burkulma yükleri (N) (t=1 mm D=4,38 mm)

Mod Sayısı	Aort atardamarı uzunluğu (L) mm							
	35	40	45	50	55	60	65	70
1	0,073851	0,05985	0,049044	0,041074	0,034897	0,029843	0,025937	0,022756
2	0,19115	0,15825	0,13274	0,11274	0,096794	0,083245	0,072881	0,064321
3	0,31488	0,2701	0,23259	0,20152	0,17575	0,15242	0,13482	0,11999
4	0,41553	0,37133	0,32969	0,2925	0,25993	0,22807	0,20425	0,18366
5	0,48237	0,4479	0,41096	0,37423	0,33947	0,30227	0,27437	0,24954
6	0,53367	0,50073	0,47037	0,43967	0,40767	0,36935	0,33999	0,37064
7	0,57864	0,54659	0,5561	0,4879	0,46088	0,42598	0,39777	0,42058
8	0,60848	0,58429	0,58843	0,52816	0,50189	0,47092	0,44581	0,42058
9	0,62385	0,60956	0,61004	0,56404	0,53847	0,50667	0,48411	0,46178
10	0,63183	0,62318	0,62252	0,59173	0,56996	0,53786	0,51606	0,49534

Çizelge 4.3. ANSYS analizlerine göre aort atardamarının insan yaşına göre burkulma yükleri (N) (L=50 mm, t=1 mm D=4,38 mm)

Mod Sayısı	Ortalama insan yaşı							
	20	30	40	50	60	70	75	80
1	0,041074	0,040048	0,039021	0,037994	0,036967	0,034913	0,03286	0,030806
2	0,11274	0,10992	0,1071	0,10428	0,10147	0,095829	0,09019	0,08455
3	0,20152	0,19648	0,19145	0,18641	0,18137	0,17129	0,16122	0,15114
4	0,2925	0,28519	0,27788	0,27056	0,26325	0,24863	0,234	0,21938
5	0,37423	0,36487	0,35552	0,34616	0,33681	0,3181	0,29938	0,28067
6	0,43967	0,42868	0,41768	0,40669	0,3957	0,37372	0,35173	0,32975
7	0,4879	0,4757	0,4635	0,45131	0,43911	0,41471	0,39032	0,36592
8	0,52816	0,51495	0,50175	0,48854	0,47534	0,44893	0,42252	0,39612
9	0,56404	0,54994	0,53584	0,52174	0,50764	0,47944	0,45123	0,42303
10	0,59173	0,57693	0,56214	0,54735	0,53255	0,50297	0,47338	0,44379

Çizelge 4.3'te ortalama yaşa bağlı olarak burkulma analiz sonuçları gösterilmiştir. Burada elastisite modülü değişmektedir. Yirmili yaşlarda 200 kPa iken belirli bir fonksiyonla (yaklaşık olarak lineer) seksenli yaşlarda 150 kPa değerine kadar düşmektedir (O'Rourke ve Hashimoto 2007).

Çizelge 4.4. ANSYS analizlerine göre aort atardamarının ortalama çapına göre burkulma yükleri (N) (t=1 mm L=50 mm)

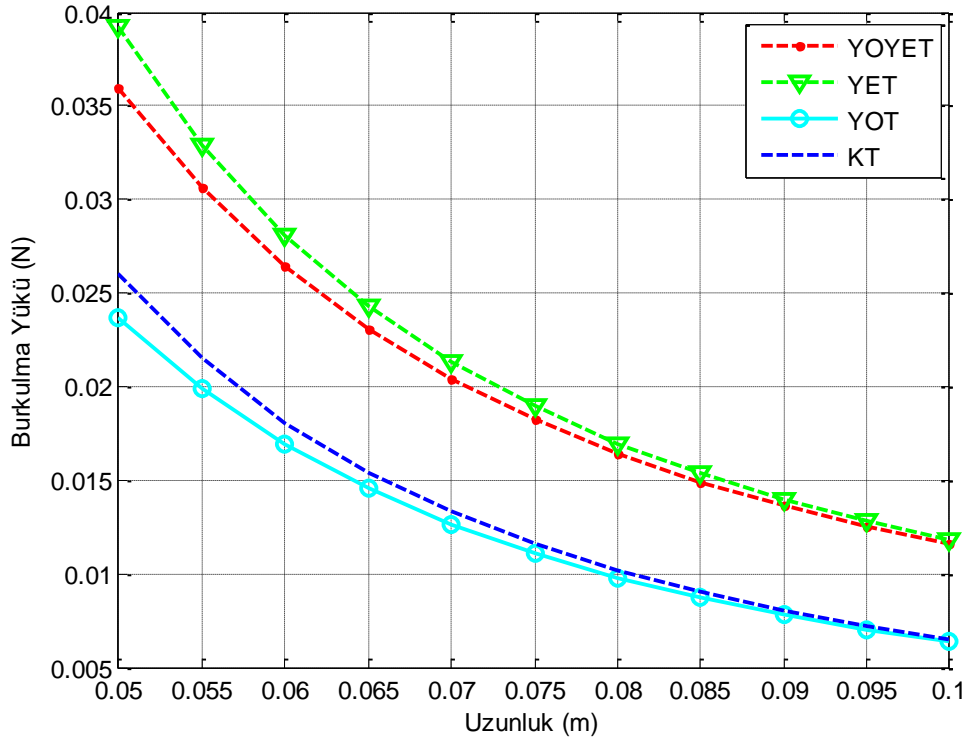
Mod Sayısı	Aort atardamarı ortalama çapı (D) mm							
	3	3,5	4	4,38	4,5	5	5,5	6
1	0,013576	0,021394	0,031595	0,041074	0,044393	0,05996	0,078422	0,099864
2	0,040352	0,06167	0,088551	0,11274	0,12104	0,15901	0,20211	0,24986
3	0,078659	0,1165	0,16213	0,20152	0,21472	0,27309	0,33578	0,40101
4	0,12471	0,17898	0,24123	0,2925	0,3092	0,38026	0,45122	0,51746
5	0,17432	0,24246	0,31646	0,37423	0,3924	0,46545	0,52483	0,57763
6	0,22392	0,30188	0,38158	0,43967	0,457	0,52188	0,57964	0,63955
7	0,2709	0,35417	0,43364	0,4879	0,50396	0,56953	0,6353	-
8	0,31362	0,39801	0,47436	0,52816	0,54496	0,61392	-	-
9	0,3513	0,43421	0,5094	0,56404	0,58078	0,64511	-	-
10	0,38392	0,46496	0,53946	0,59173	0,60714	-	-	-

Çizelge 4.1'de ANSYS analizi sonucu farklı damar duvarı kalınlıkları için elde edilen sonuçlar verilmiştir. Tabloda “-“ ile gösterilen yerleri program hesaplayamamıştır. Örneğin aort atardamarı kalınlığının 0,5 mm'ye eşit olduğu durumda ilk altı mod sorunsuz hesaplanırken altıncı moddan sonra mod şekilleri bozulup burkulma modu bulunamamıştır. Aynı durum damar duvarı kalınlığı 0,7 mm'ye eşitken sekizinci moddan sonrası için geçerlidir. Benzer bir durum da Çizelge 4.4'te aort atardamarı çapı 5 mm'yi geçtikten sonra görülmüştür. Damar çapı 5 mm'ye eşit olduğunda onuncu mod, damar çapı 5,5 mm'ye eşit olduğunda yedinci moddan sonrası, damar çapı 6 mm'ye eşit olduğunda ise altıncı moddan sonrası hesaplanamamıştır.

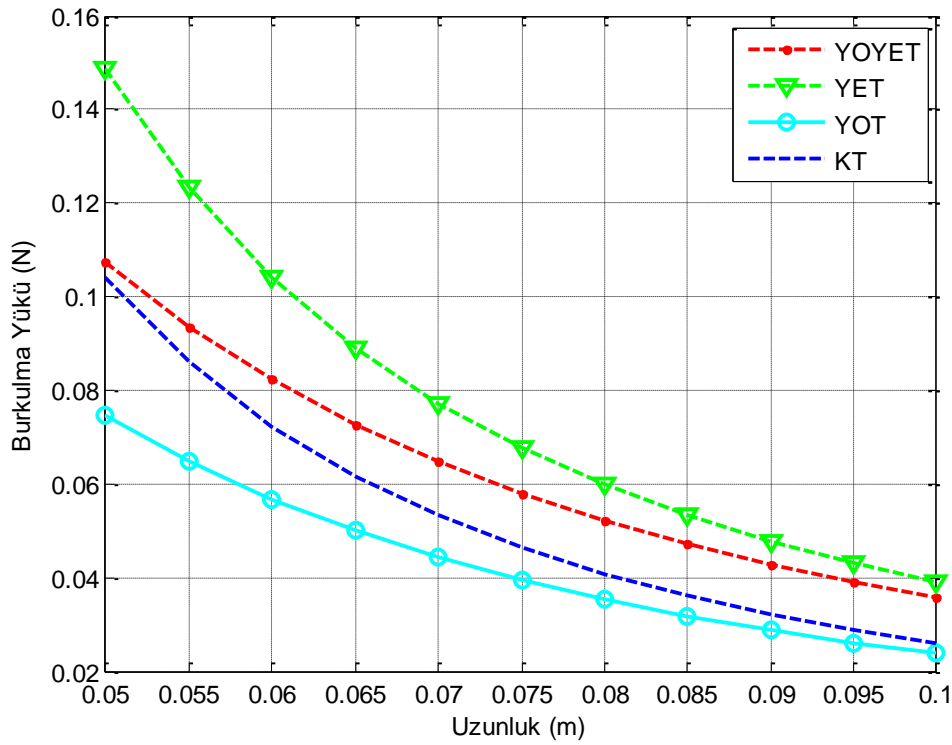
Çizelge 4.5. Yöntemler arası kritik burkulma yükleri karşılaştırılması (N) ($t=1$ mm
 $L=50$ mm, $D=4,38$ mm, $K_w=0$, $K_p=0$)

Mod Sayısı	Yöntem-Teori				
	ANSYS	YOYET	YET	YOT	KT
1	0,041074	0,035914	0,039191	0,023713	0,026054
2	0,11274	0,1073207	0,148617	0,074717	0,1042154
3	0,20152	0,1765675	0,330994	0,1241799	0,2344846
4	0,2925	0,2289953	0,586322	0,1616283	0,4168616
5	0,37423	0,2657035	0,91460	0,1878485	0,6513463
6	0,43967	0,2911183	1,315829	0,206001	0,9379386
7	0,4879	0,3089633	1,79000	0,2184838	1,2766387
8	0,52816	0,3217765	2,33714	0,227900	1,667446
9	0,56404	0,3311992	2,957222	0,2346331	2,110362
10	0,59173	0,338288	3,650254	0,2396945	2,605385

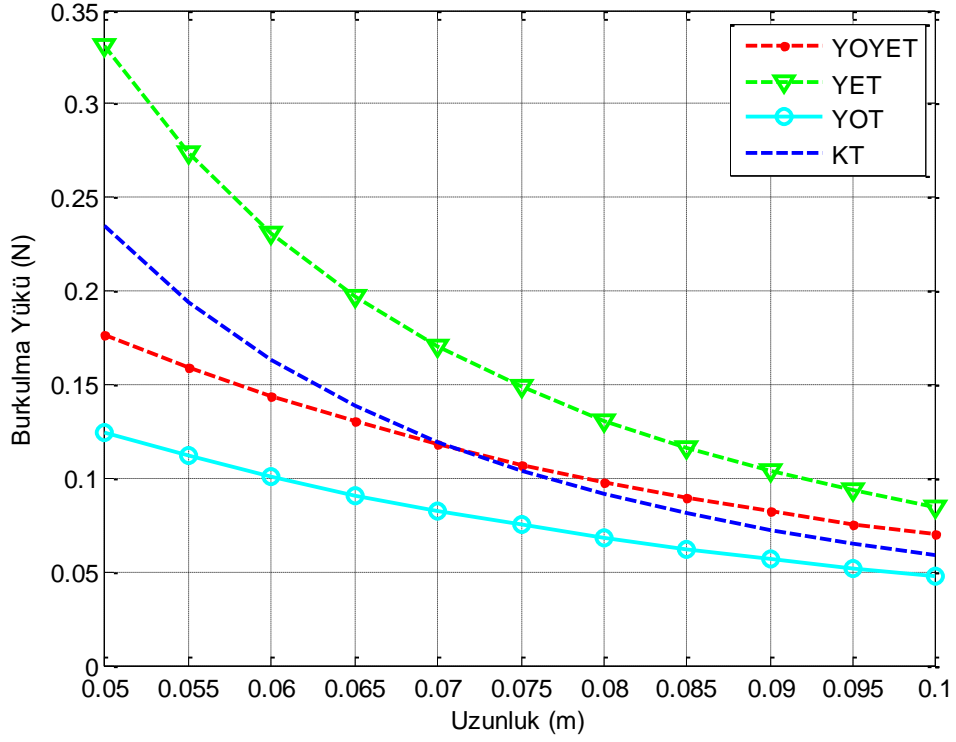
Çizelge 4.5'te ANSYS sonlu elemanlar programı ile elde edilen sonuçlar, yerel olmayan elastisite teorisinden elde edilen sonuçlar, yerel olmayan yüzey enerjisi teorisinden elde edilen sonuçlar ve klasik teoriden elde edilen sonuçlar verilmiştir. Sonuçlar ilk on mod için kritik burkulma yüklerini Newton cinsinden göstermektedir. Çizelge 4.5'ten açıkça görüldüğü gibi ilk beş moda kadar ANSYS sonuçlarına en çok yaklaşan sonuçlar yerel olmayan yüzey enerjisi teorisinden elde edilen sonuçlardır. Diğer teoriler yerel olmayan yüzey enerjisi teorisine göre daha uzak sonuçlar vermiştir. Yüzey enerjisi yönteminden elde edilen sonuçlar da ilk modlar için ANSYS sonuçlarına yakınken sonraki modlarda uzaklaşmıştır. Yerel olmayan teori sonuçları ise ANSYS sonuçları ve diğer sonuçlara göre hep çok küçük kalmıştır. Klasik teoride ise ikinci ve üçüncü modda yakınsama görülürken diğer modlarda sonuçlar çok farklı çıkmıştır. Bunun sebebi ANSYS'in eleman davranışını kendi seçmesidir. Aort atardamarı yerel olmayan yüzey enerjisi teorisinde, yüzey enerjisi teorisinde, klasik teoride giriş olarak modellenmiş olup sonuçlar ona göre elde edilmiştir. ANSYS aort atardamarını giriş gibi değil de başka bir yapıya (kabuk veya plak) daha yakın görüp sonuçları ona göre vermiştir.



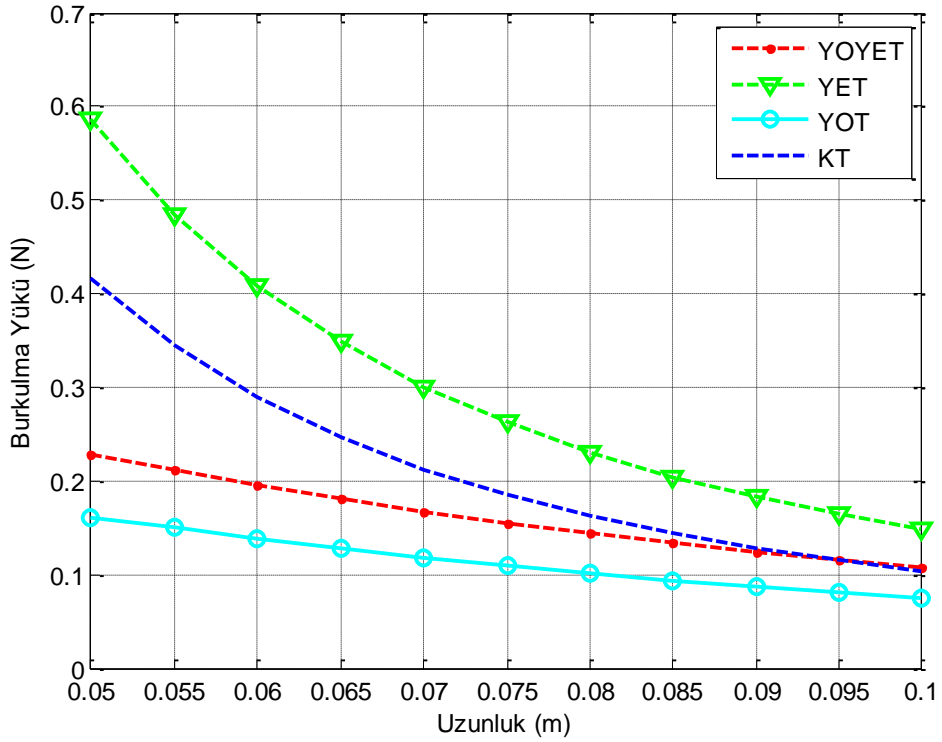
Şekil 4.1. Aort atardamarının damar uzunluğuna bağlı kritik burkulma yükü ($n=1$, $D=4,38$ mm, $t=1$ mm, $K_w=0$, $K_p=0$)



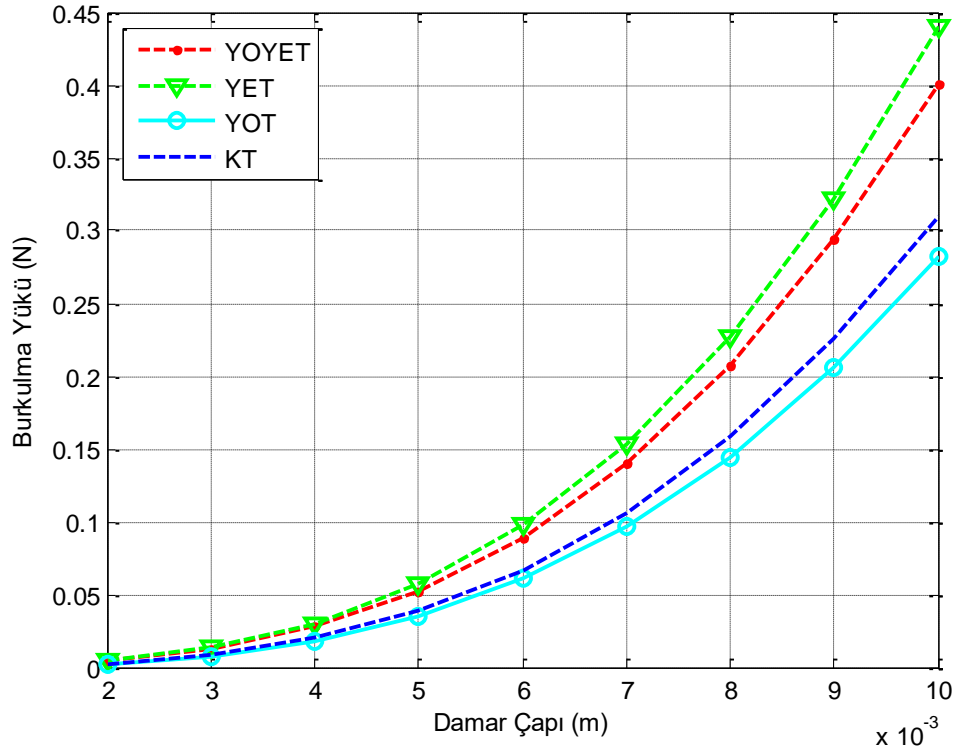
Şekil 4.2. Aort atardamarının damar uzunluğuna bağlı kritik burkulma yükü ($n=2$, $D=4,38$ mm, $t=1$ mm, $K_w=0$, $K_p=0$)



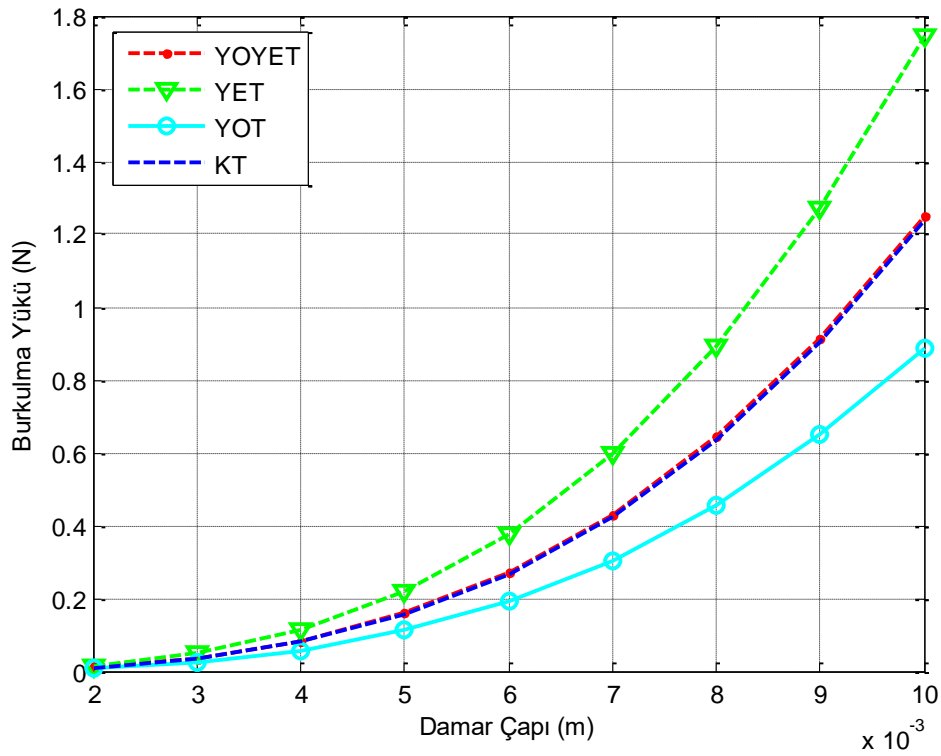
Şekil 4.3. Aort atardamarının damar uzunluğuna bağlı kritik burkulma yükü (n=3, D=4,38 mm, t=1 mm, $K_w=0$, $K_p=0$)



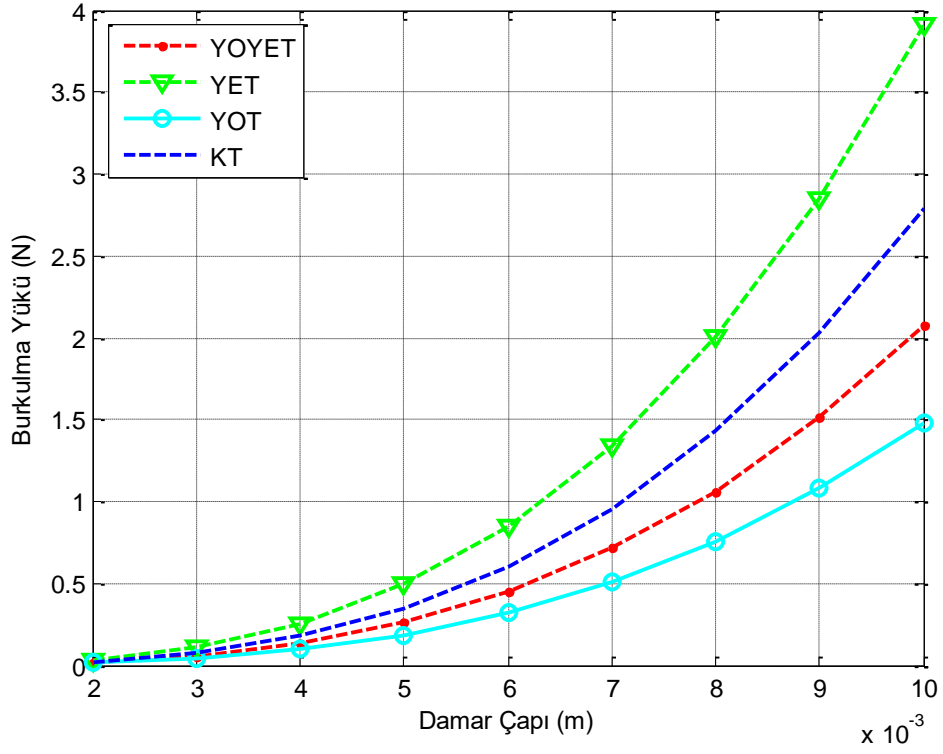
Şekil 4.4. Aort atardamarının damar uzunluğuna bağlı kritik burkulma yükü (n=4, D=4,38 mm, t=1 mm, $K_w=0$, $K_p=0$)



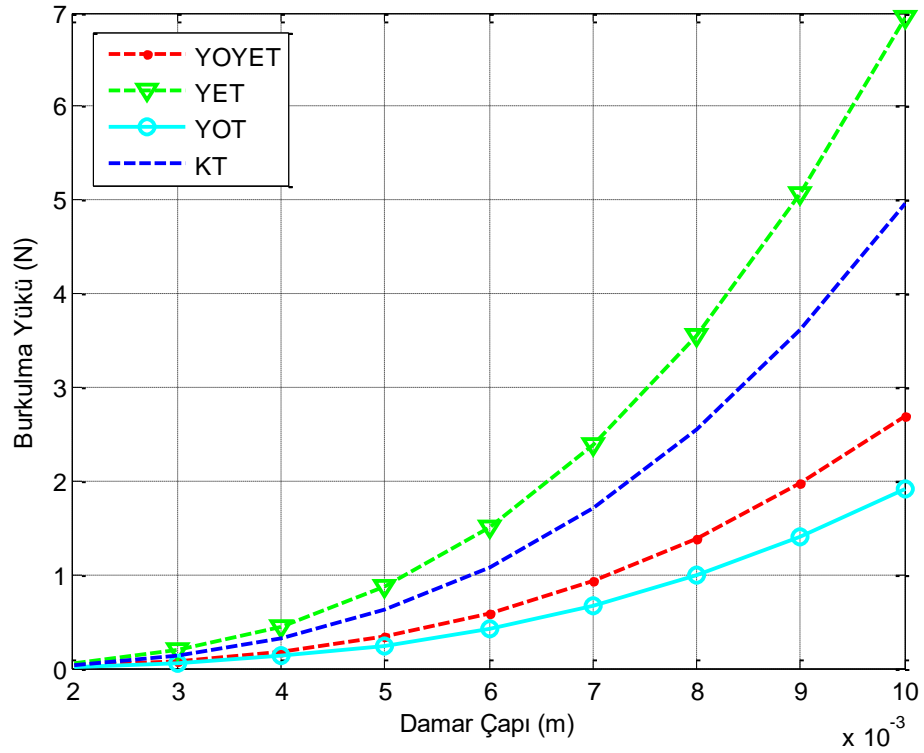
Şekil 4.5. Aort atardamarının damar çapına bağlı kritik burkulma yükü ($n=1$, $L=50$ mm, $t=1$ mm, $K_w=0$, $K_p=0$)



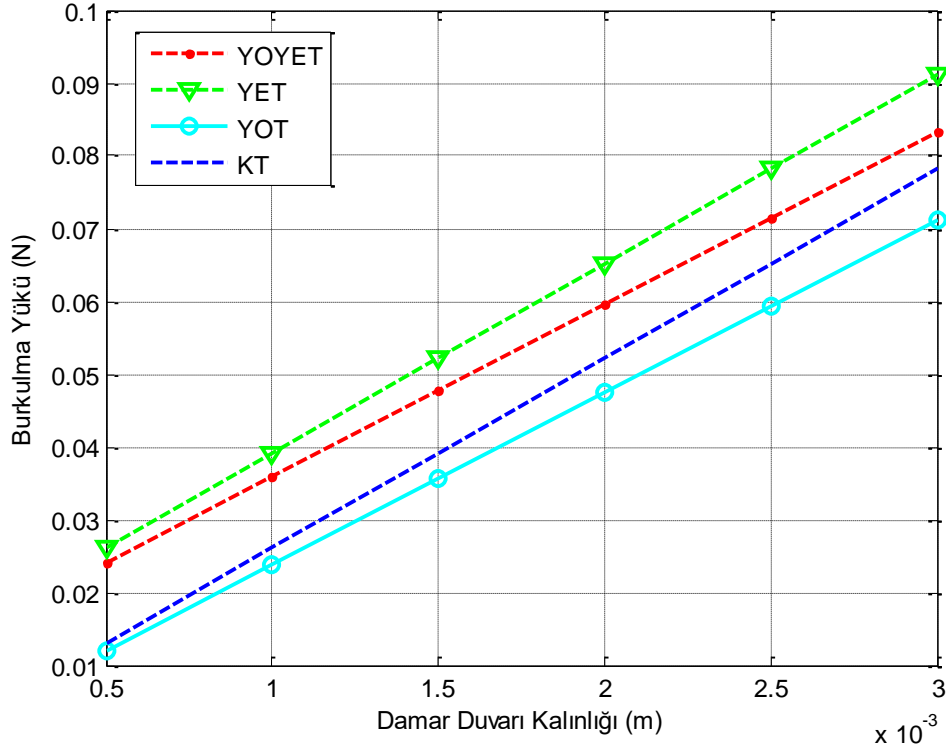
Şekil 4.6. Aort atardamarının damar çapına bağlı kritik burkulma yükü ($n=2$, $L=50$ mm, $t=1$ mm, $K_w=0$, $K_p=0$)



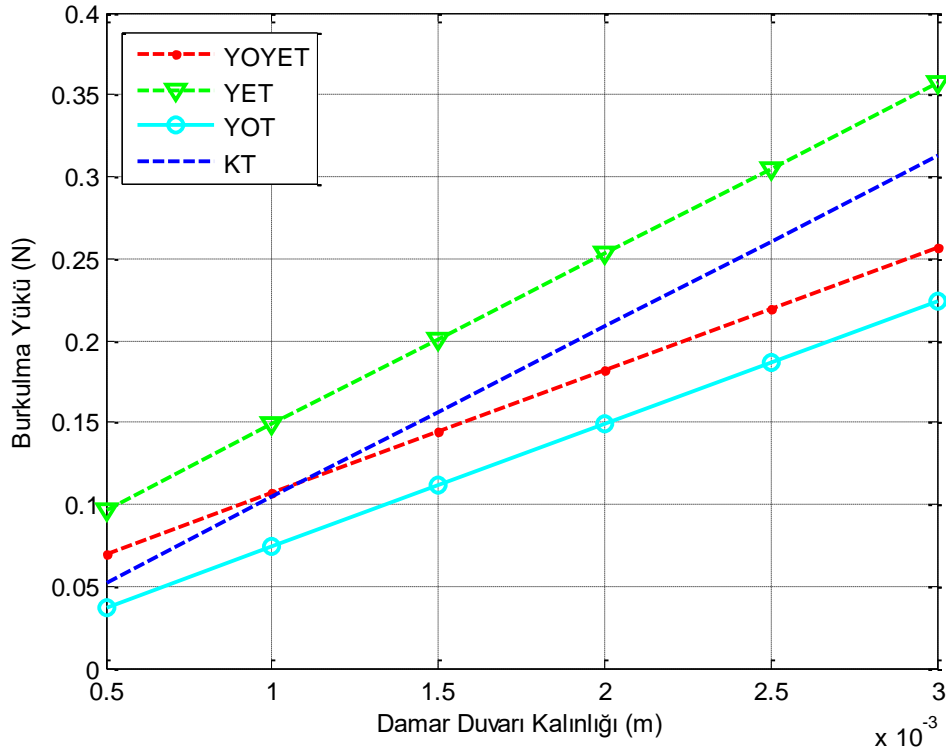
Şekil 4.7. Aort atardamarının damar çapına bağlı kritik burkulma yükü (n=3, L=50 mm, t=1 mm, K_w=0, K_p=0)



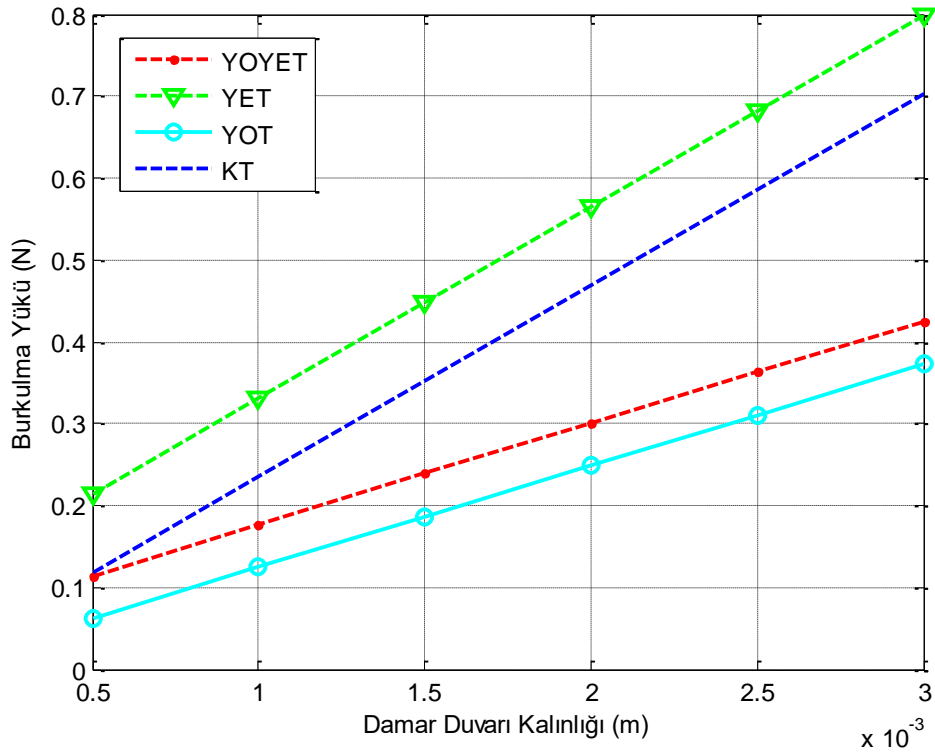
Şekil 4.8. Aort atardamarının damar çapına bağlı kritik burkulma yükü (n=4, L=50 mm, t=1 mm, K_w=0, K_p=0)



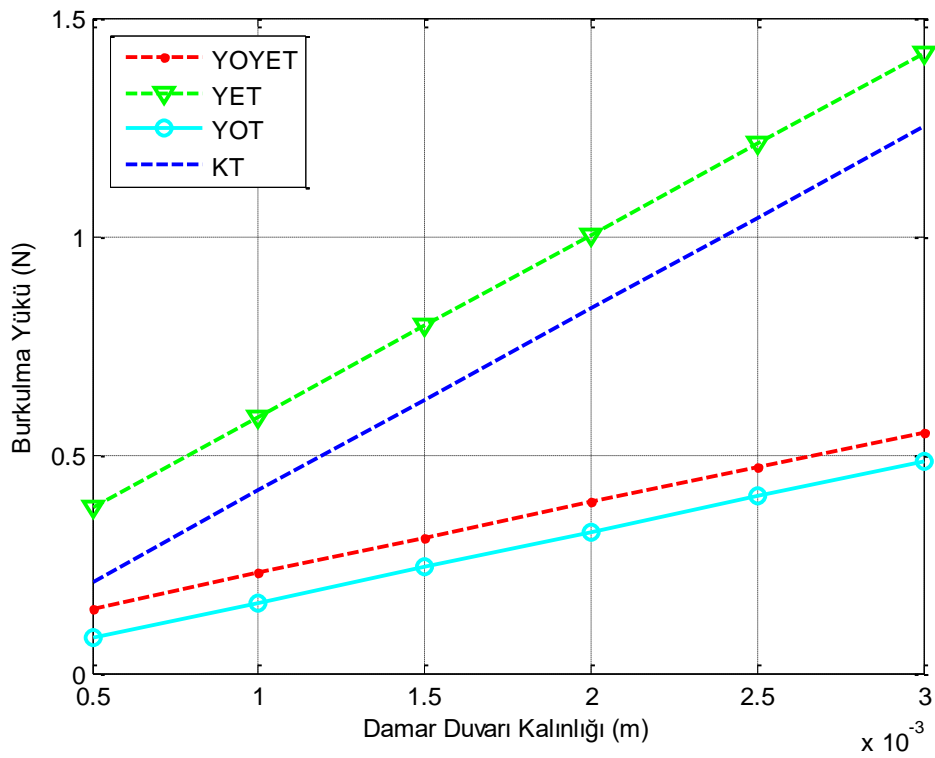
Şekil 4.9. Aort atardamarının damar duvarı kalınlığına bağlı kritik burkulma yükü (n=1, L=50 mm, D=4,38 mm, $K_w=0$, $K_p=0$)



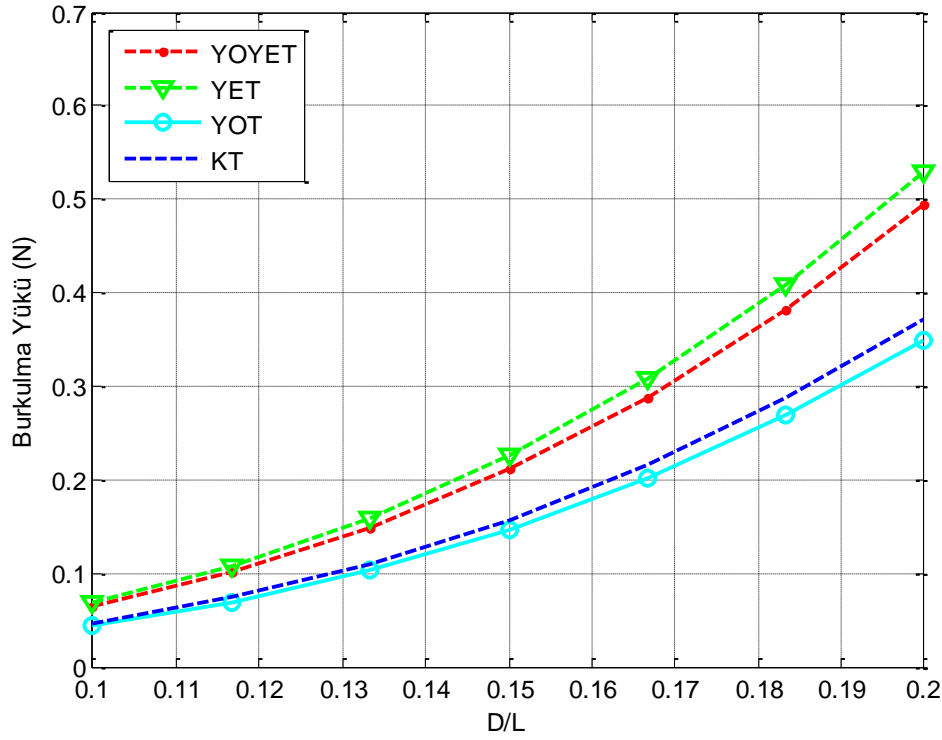
Şekil 4.10. Aort atardamarının damar duvarı kalınlığına bağlı kritik burkulma yükü (n=2, L=50 mm, D=4,38 mm, $K_w=0$, $K_p=0$)



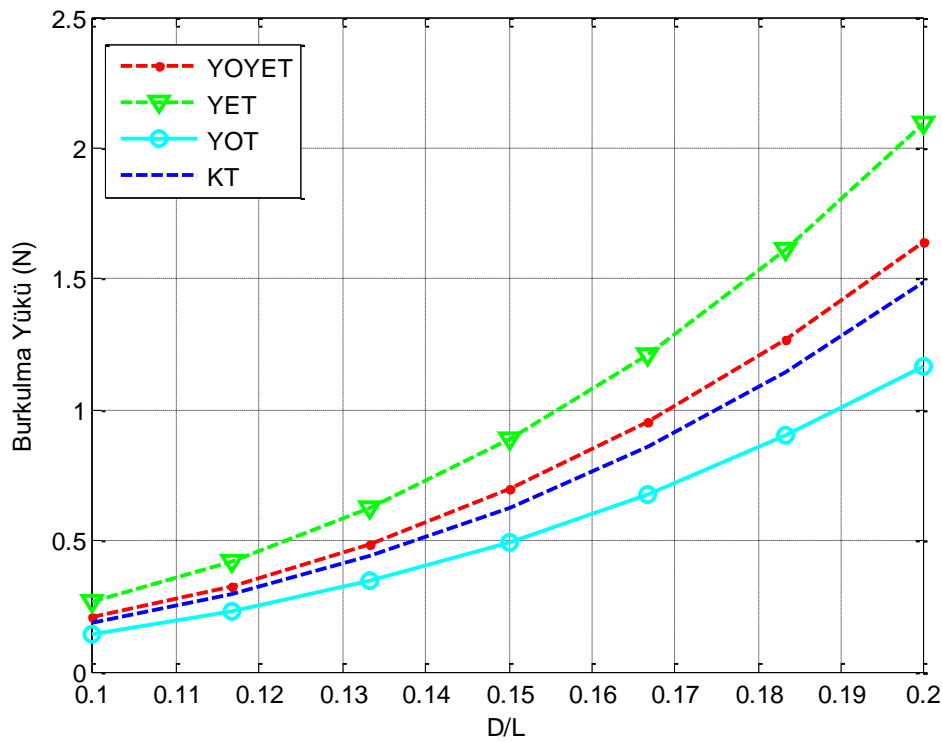
Şekil 4.11. Aort atardamarının damar duvarı kalınlığına bağlı kritik burkulma yükü (n=3, L=50 mm, D=4,38 mm, K_w=0, K_p=0)



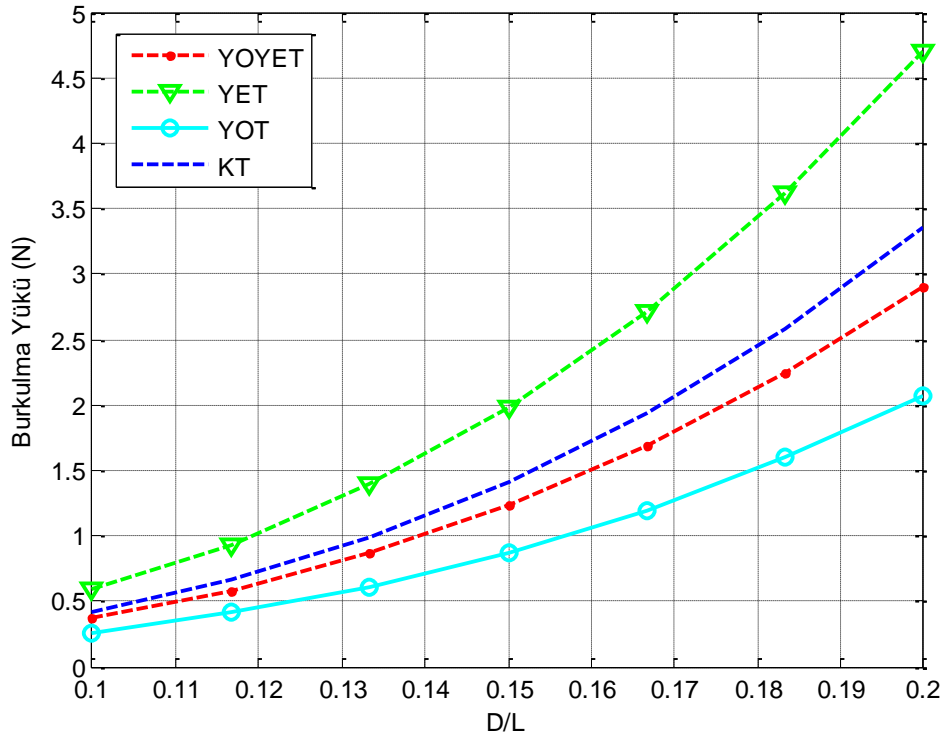
Şekil 4.12. Aort atardamarının damar duvarı kalınlığına bağlı kritik burkulma yükü (n=4, L=50 mm, D=4,38 mm, K_w=0, K_p=0)



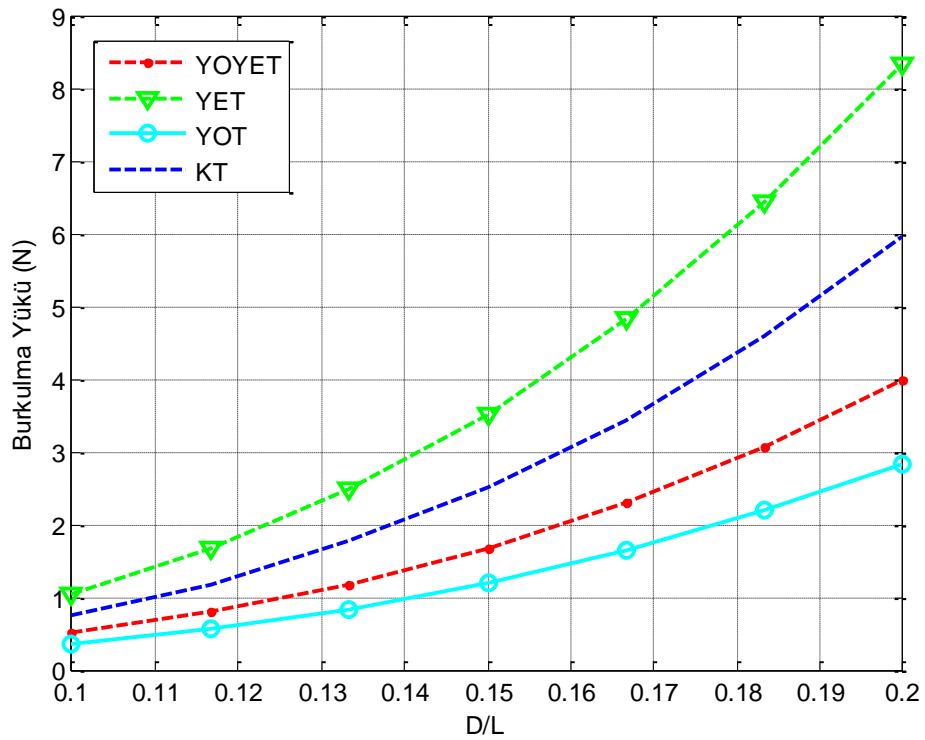
Şekil 4.13. Aort atardamarının damar duvarı kalınlığına bağı kritik burkulma yüğü ($n=1, K_w=0, K_p=0$)



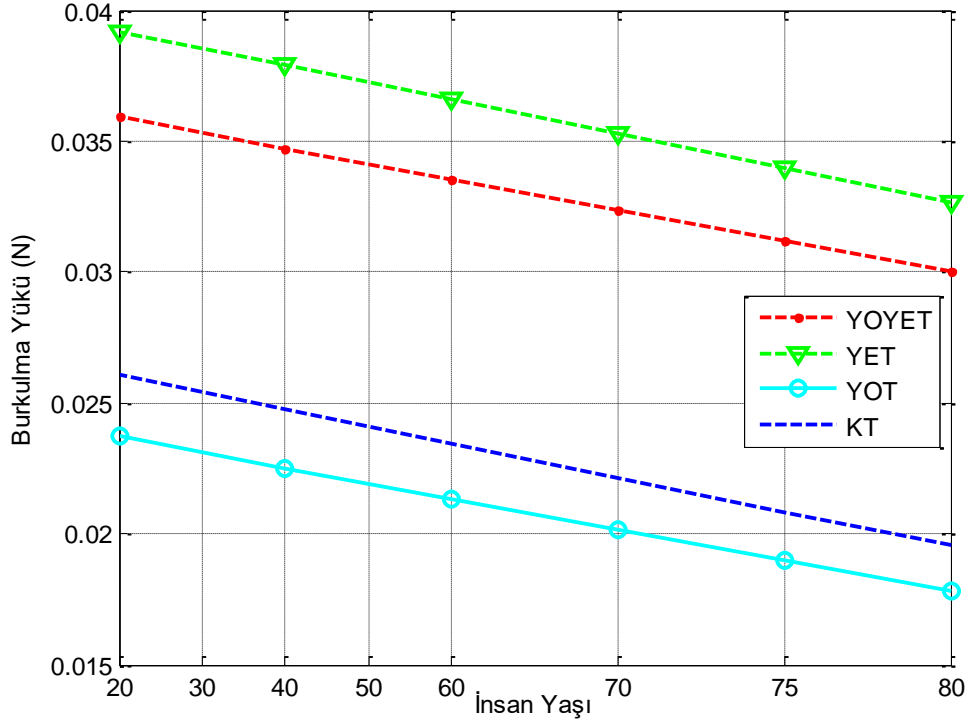
Şekil 4.14. Aort atardamarının damar duvarı kalınlığına bağı kritik burkulma yüğü ($n=2, K_w=0, K_p=0$)



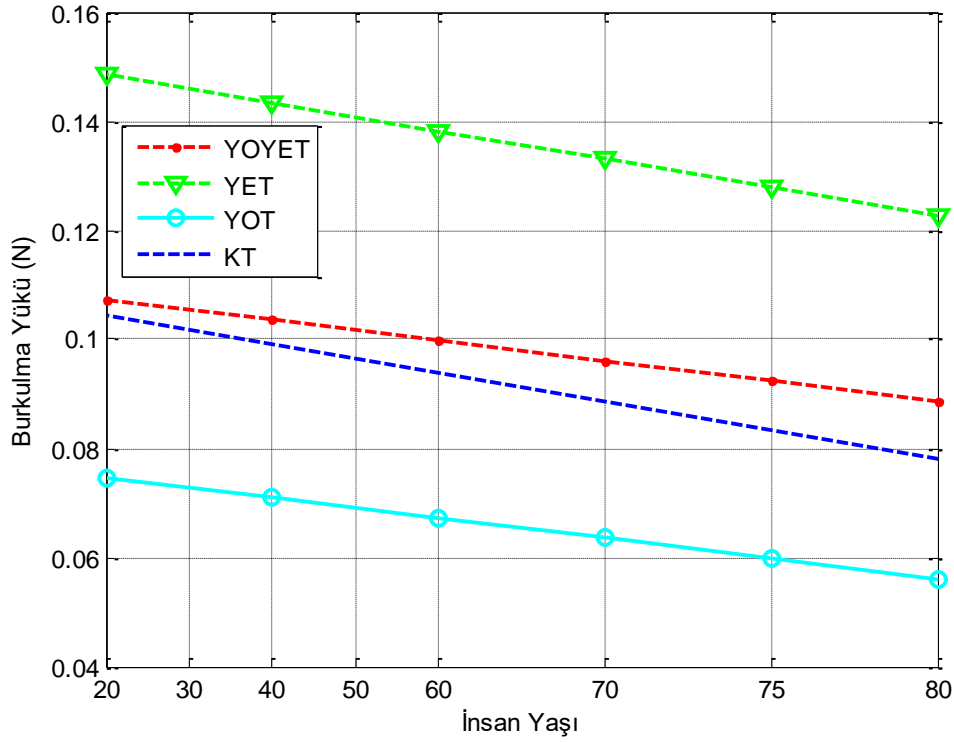
Şekil 4.15. Aort atardamarının damar duvarı kalınlığına bağı kritik burkulma yüğü ($n=3$, $K_w=0$, $K_p=0$)



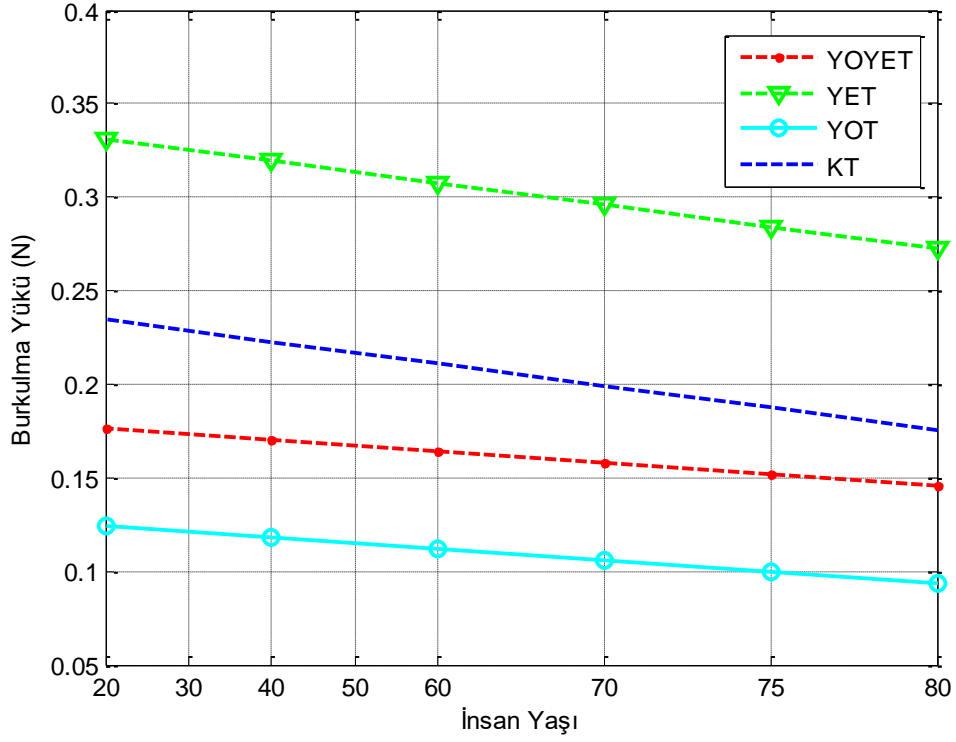
Şekil 4.16. Aort atardamarının damar duvarı kalınlığına bağı kritik burkulma yüğü ($n=4$, $K_w=0$, $K_p=0$)



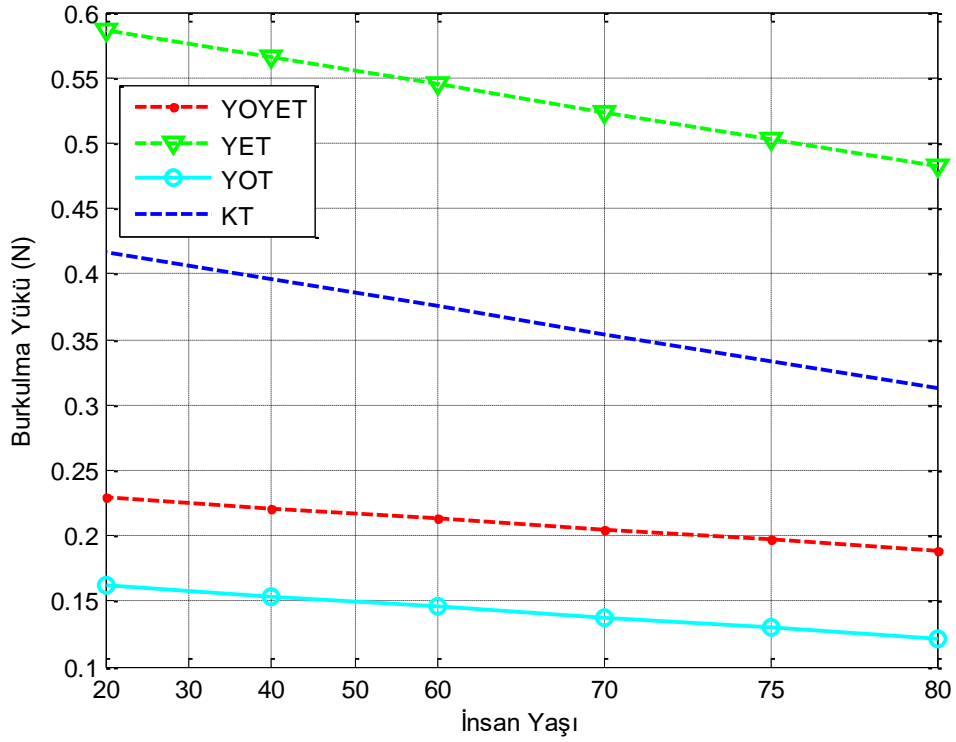
Şekil 4.17. Aort atardamarının insan yaşına bağlı kritik burkulma yükü ($n=1$, $L=50$ mm, $D=4,38$ mm, $t=1$ mm, $K_w=0$, $K_p=0$)



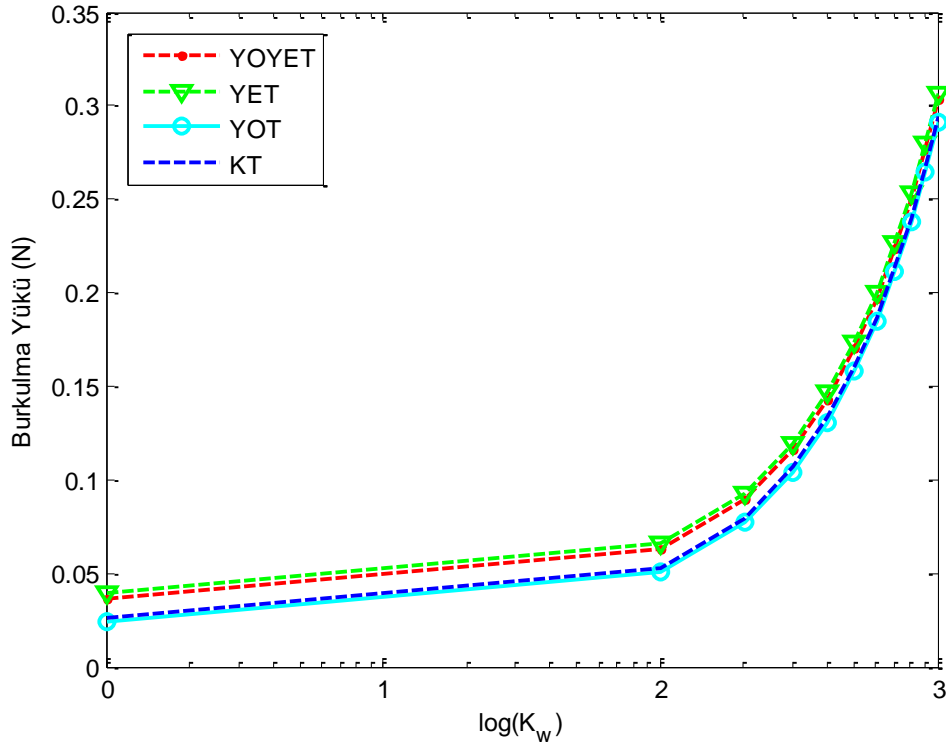
Şekil 4.18. Aort atardamarının insan yaşına bağlı kritik burkulma yükü ($n=2$, $L=50$ mm, $D=4,38$ mm, $t=1$ mm, $K_w=0$, $K_p=0$)



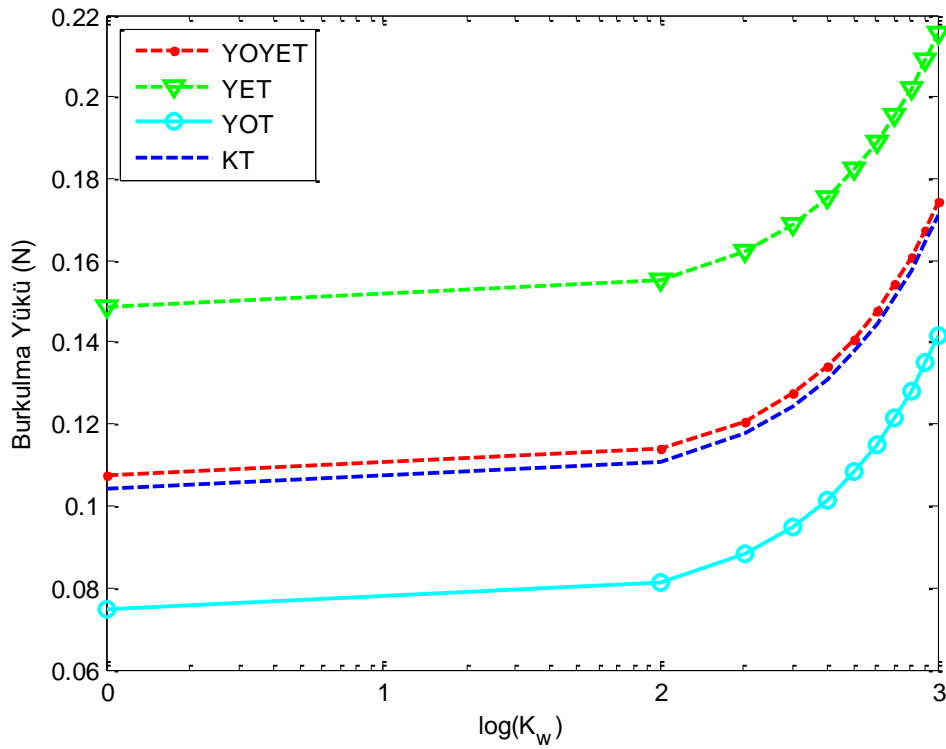
Şekil 4.19. Aort atardamarının insan yaşına bağlı kritik burkulma yükü ($n=3$, $L=50$ mm, $D=4,38$ mm, $t=1$ mm, $K_w=0$, $K_p=0$)



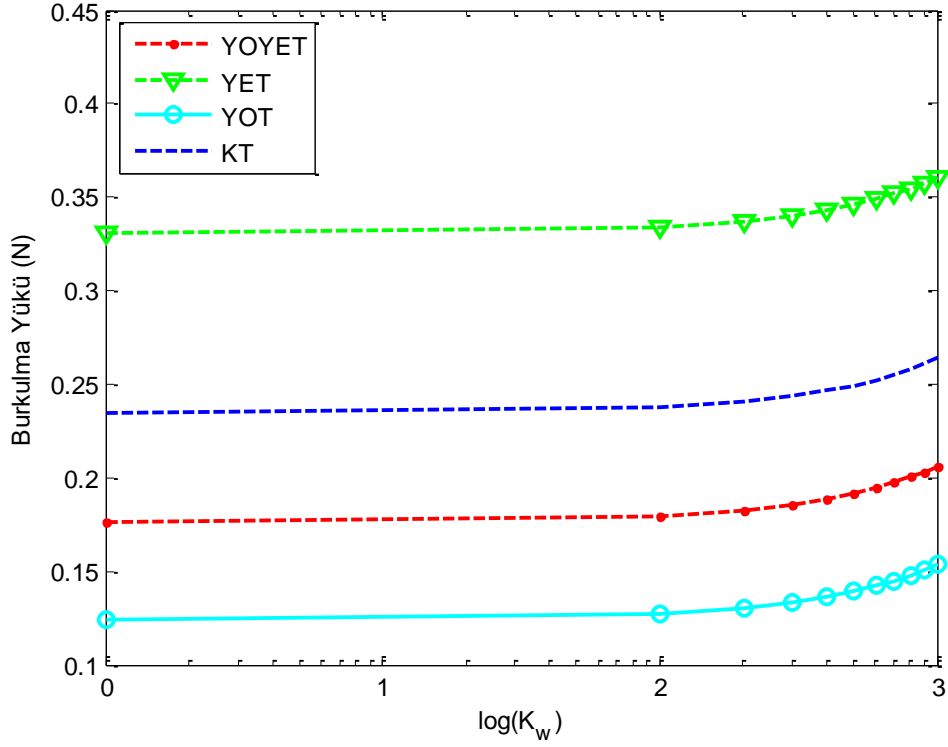
Şekil 4.20. Aort atardamarının insan yaşına bağlı kritik burkulma yükü ($n=4$, $L=50$ mm, $D=4,38$ mm, $t=1$ mm, $K_w=0$, $K_p=0$)



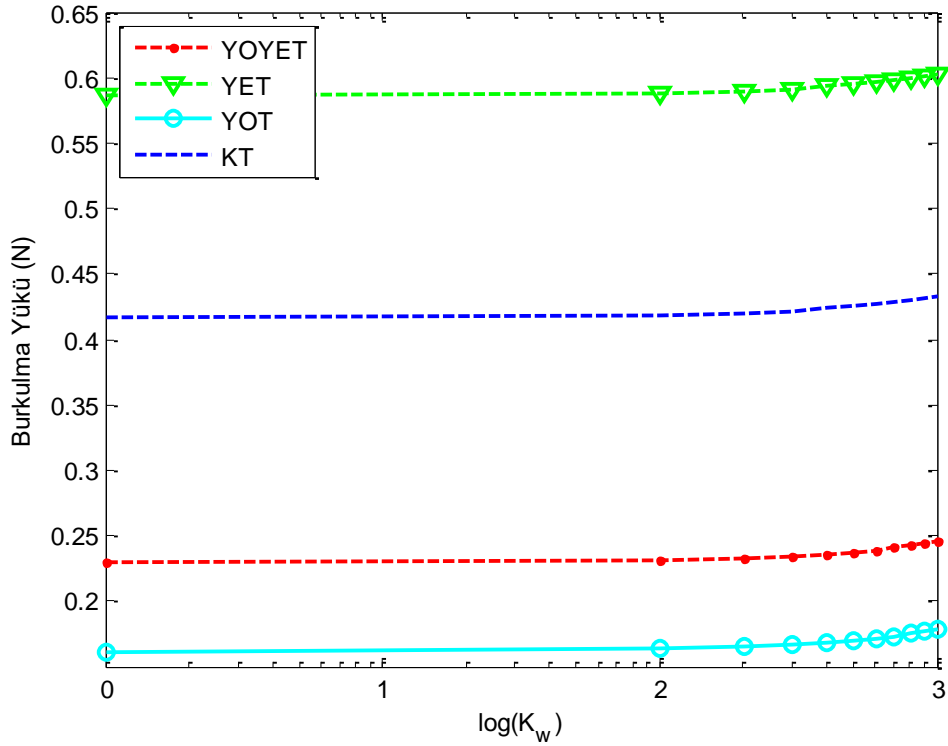
Şekil 4.21. Aort atardamarının Winkler zemin parametresine bağlı kritik burkulma yükü (n=1, L=50 mm, D=4,38 mm, t=1 mm, K_p=0)



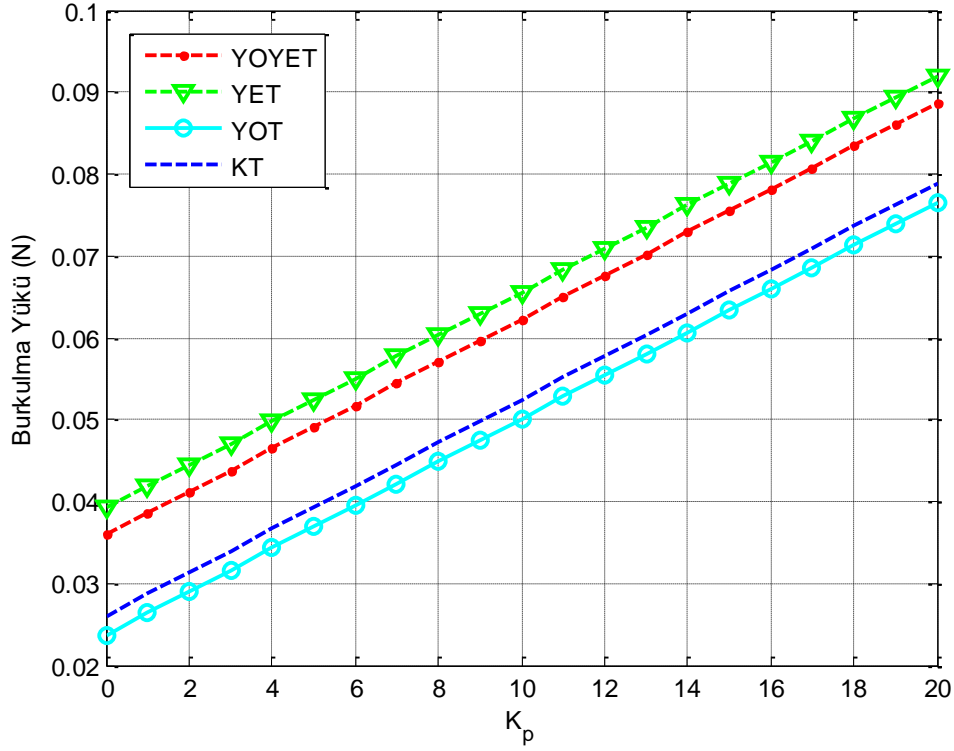
Şekil 4.22. Aort atardamarının Winkler zemin parametresine bağlı kritik burkulma yükü (n=2, L=50 mm, D=4,38 mm, t=1 mm, K_p=0)



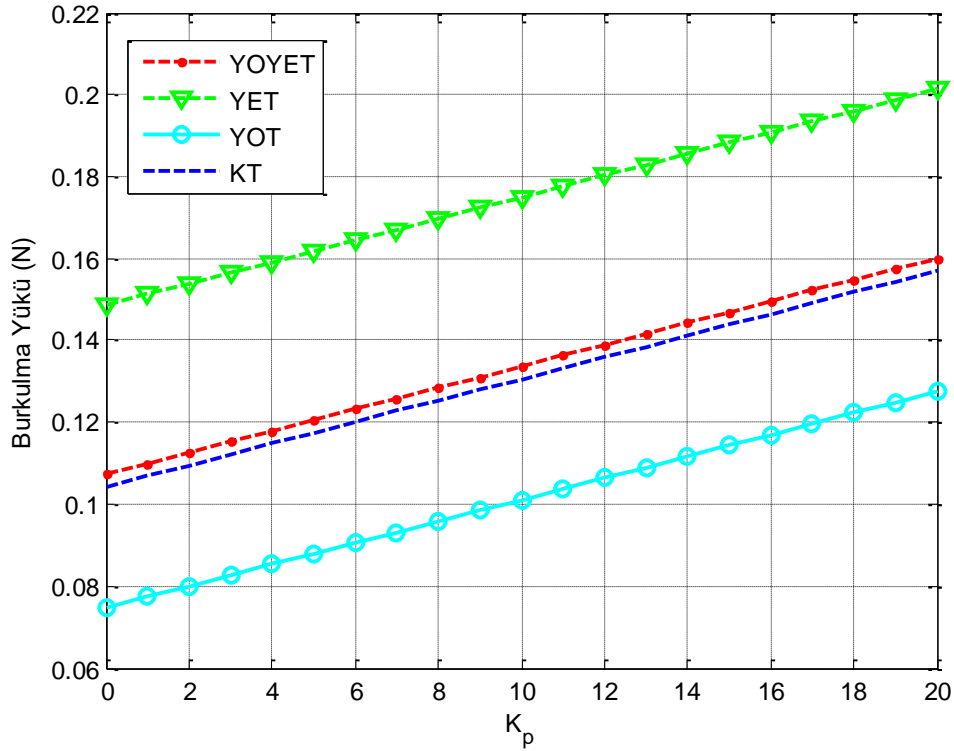
Şekil 4.23. Aort atardamarının Winkler zemin parametresine bağlı kritik burkulma yükü ($n=3$, $L=50$ mm, $D=4,38$ mm, $t=1$ mm, $K_p=0$)



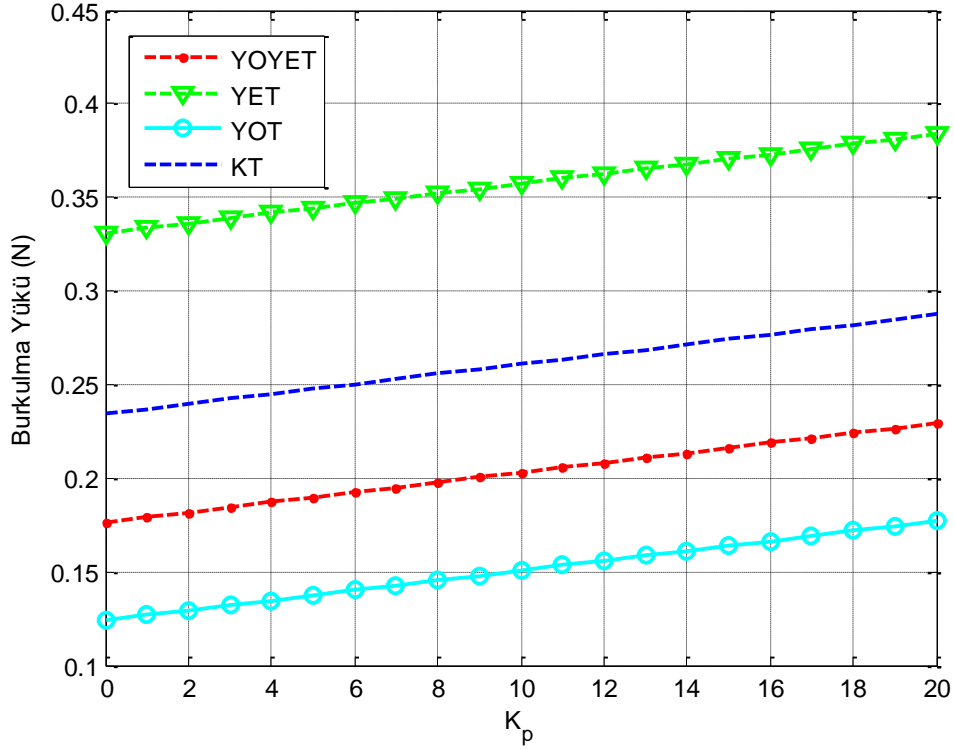
Şekil 4.24. Aort atardamarının Winkler zemin parametresine bağlı kritik burkulma yükü ($n=4$, $L=50$ mm, $D=4,38$ mm, $t=1$ mm, $K_p=0$)



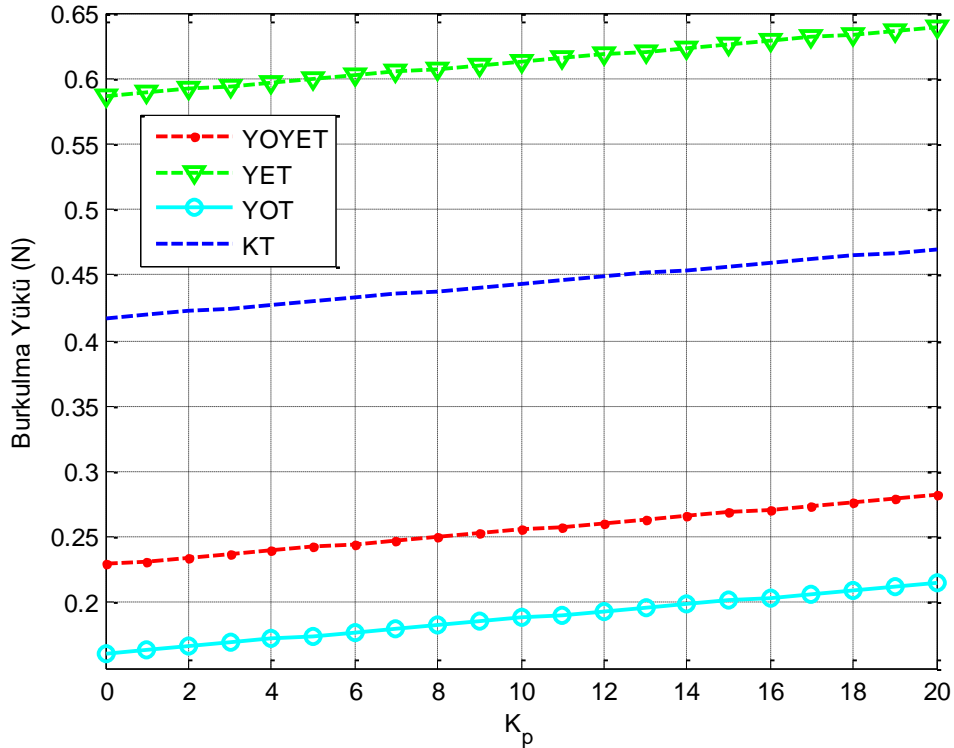
Şekil 4.25. Aort atardamarının Pasternak zemin parametresine bağlı kritik burkulma yükü ($n=1$, $L=50$ mm, $D=4,38$ mm, $t=1$ mm, $K_w=0$)



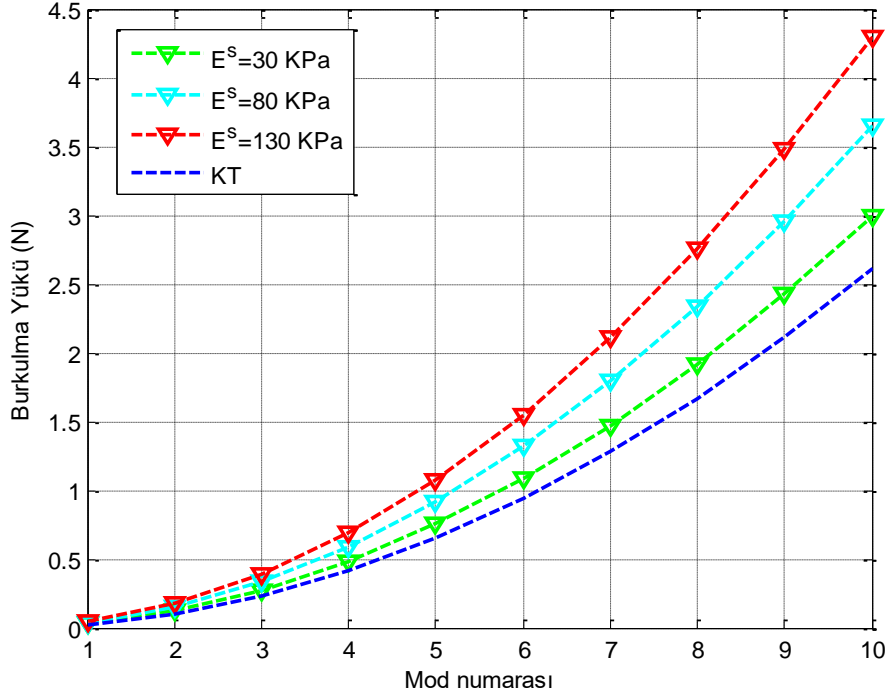
Şekil 4.26. Aort atardamarının Pasternak zemin parametresine bağlı kritik burkulma yükü ($n=2$, $L=50$ mm, $D=4,38$ mm, $t=1$ mm, $K_w=0$)



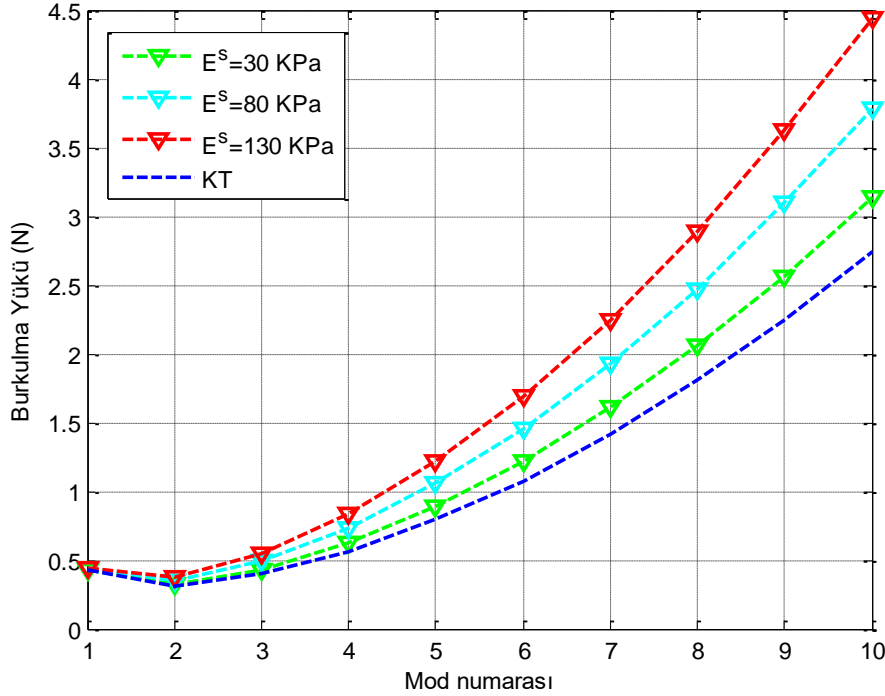
Şekil 4.27. Aort atardamarının Pasternak zemin parametresine bağlı kritik burkulma yükü ($n=3$, $L=50$ mm, $D=4,38$ mm, $t=1$ mm, $K_w=0$)



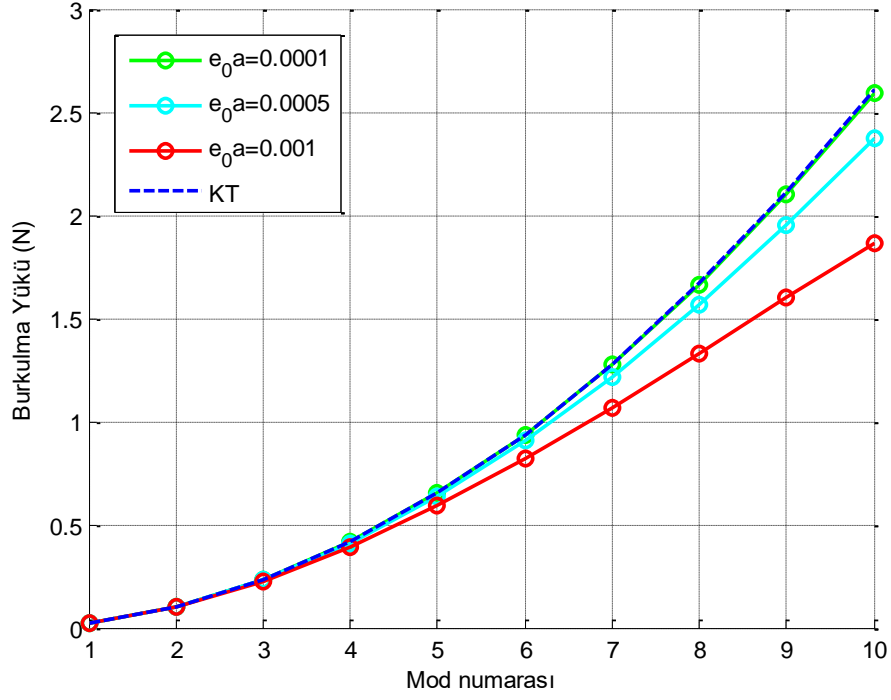
Şekil 4.28. Aort atardamarının Pasternak zemin parametresine bağlı kritik burkulma yükü ($n=4$, $L=50$ mm, $D=4,38$ mm, $t=1$ mm, $K_w=0$)



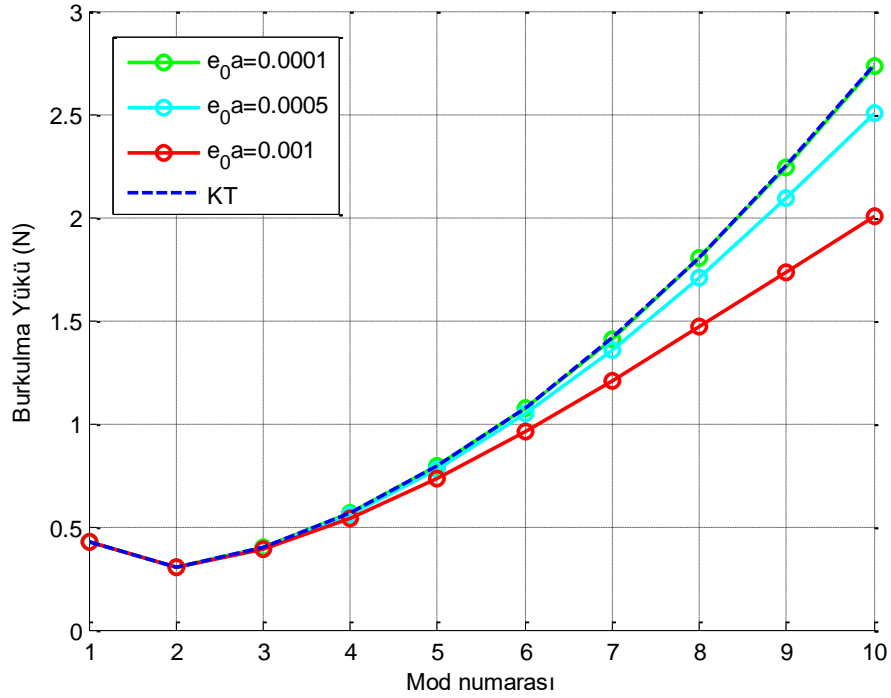
Şekil 4.29. Aort atardamarının farklı yüzey elastisite değerlerine göre kritik burkulma yükü (n=4, L=50 mm, D=4,38 mm, t=1 mm, K_w=0, K_p=0)



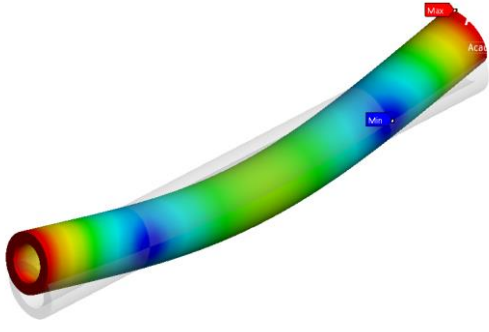
Şekil 4.30. Aort atardamarının farklı yüzey elastisite değerlerine göre kritik burkulma yükü (n=4, L=50 mm, D=4,38 mm, t=1 mm, K_w=1000, K_p=50)



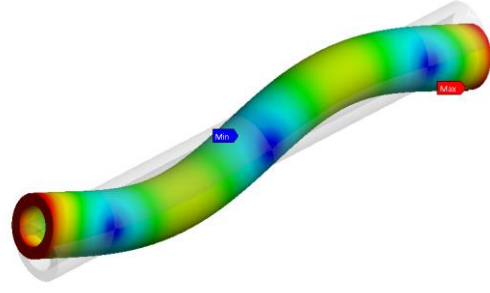
Şekil 4.31. Aort atardamarının farklı yerel olmayan elastisite teorisi sabit değerlerine göre kritik burkulma yükü (n=4, L=50 mm, D=4,38 mm, t=1 mm, K_w=0, K_p=0)



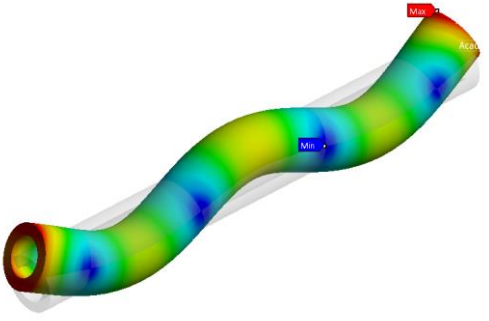
Şekil 4.32. Aort atardamarının farklı yerel olmayan elastisite teorisi sabit değerlerine göre kritik burkulma yükü (n=4, L=50 mm, D=4,38 mm, t=1 mm, K_w=1000, K_p=50)



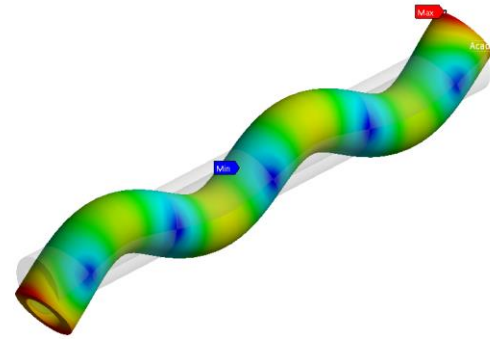
Mod 1: 28,354 Hz



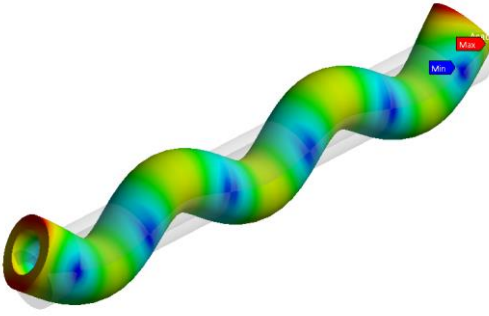
Mod 2: 72,207 Hz



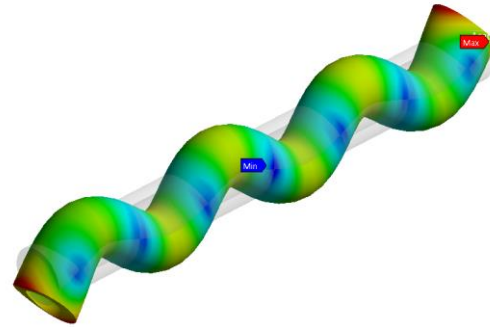
Mod 3: 128,67 Hz



Mod 4: 191,83 Hz

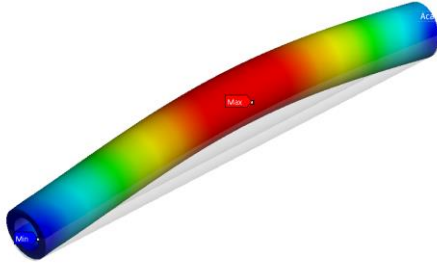


Mod 5: 258,12 Hz

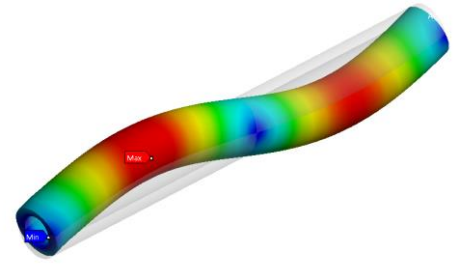


Mod 6: 325,21 Hz

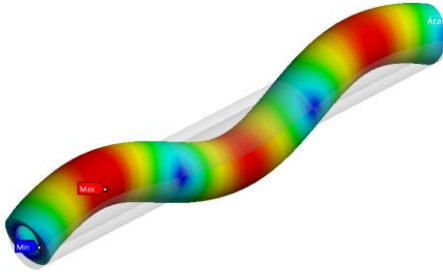
Şekil 4.33. Aort atardamarının serbest halde doğal frekansları



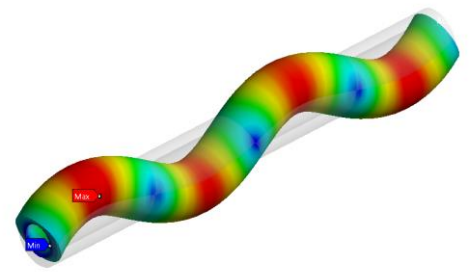
Mod 1: 16,019 Hz



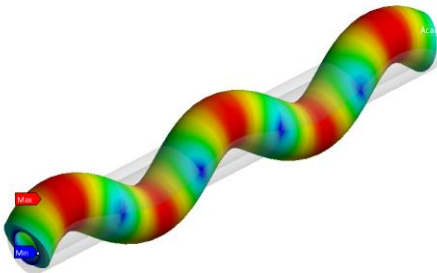
Mod 2: 50,535 Hz



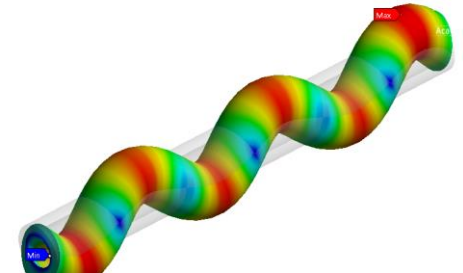
Mod 3: 98,99 Hz



Mod 4: 155,97 Hz



Mod 5: 217,55 Hz



Mod 6: 281,19 Hz

Şekil 4.34. Aort atardamarının mesnetlenmiş halde doğal frekansları

Şekiller 4.5-4.8'da ise yine zemin parametreleri sıfır alındığında aort atardamarının damar çapına bağlı burkulma yükleri ilk dört mod için incelenmiştir. Şekiller 4.1-4.4'teki sonuçlara benzer olarak dört modun tamamında YET sonuçları hep KT sonuçlarından büyük, YOT sonuçları ise hep daha küçük çıkmıştır. Öte yandan YOYET sonuçları ilk modda KT sonuçlarından büyükken ikinci modda neredeyse eşit çıkmış, üçüncü ve dördüncü modda ise daha küçük çıkmıştır. Damar çapı arttıkça burkulma yükünün logaritmik olarak arttığı görülmüştür.

Şekiller 4.9-4.12'de ise zemin parametreleri sıfıra eşitken damar duvarı kalınlığının burkulma yükü üzerindeki etkisi incelenmiş olup daha önceki sonuçlara paralel sonuçlar elde edilmiştir. Yine ilk modda YOYET sonuçları KT sonuçlarından büyük olup ikinci modda kesişmiş, üçüncü ve dördüncü modda ise daha küçük çıkmıştır. Bu sonuçlarda dikkat çeken ise YOYET ve YOT sonuçlarının KT'den mod sayısı arttıkça çok fazla uzaklaşmasıdır. Damar duvarı kalınlığı arttıkça damar daha rijitleştikten dolayı burkulma yüklerinde artış görülmüştür.

Şekiller 4.13-4.16'da ise aort atardamarının çap bölü uzunluk oranı arttıkça burkulma yükündeki değişim incelenmiştir. Bütün teoriler için çap bölü uzunluk oranı arttıkça kritik burkulma yükünün logaritmik olarak arttığı görülmüştür.

Şekiller 4.17-4.20'de aort atardamarının insan yaşı arttıkça burkulma davranışı incelenmiştir. Önceki sonuçlara benzer olarak mod sayıları arasında YET sonuçlarının hep en büyük, YOT sonuçlarının ise hep en küçük sonuçlar olduğu görülmüştür. Ayrıca buradan görülmektedir ki insan yaşı 20'den 60'a kadar burkulma yüklerinde lineer bir düşüş olduğu, 60'dan sonra ise daha hızlı bir düşüş olduğu gözlenmiştir. Diğer yandan ilk modda düşüş çok fazla mod sayısı yükseldikçe 20'li yaşlar ile 80'li yaşlar arasındaki aort atardamarı burkulma yükünün daha az değiştiği gözlemlenmiştir.

Şekiller 4.21-4.24'te ise bir parametrelili Winkler zemin modelinin aort atardamarı burkulması üzerindeki etkisi logaritmik olarak incelenmiştir. İlk modda bütün teori sonuçlarının zemin parametresi K_w arttıkça birbirine yakın sonuç verdiği görülmüştür ama ikinci ve diğer modlarda YET sonuçları açık fark ile en büyük sonuçları verirken benzer olarak YOT sonuçları açık fark ile küçük sonuçlar vermiştir. Üçüncü ve dördüncü modda zeminin etkisinin bütün teoriler için azaldığı açıkça görülmüştür.

Şekiller 4.25-4.28'de ise aort atardamarının burkulması üzerinde Pasternak zemin parametresinin etkisi incelenmiştir. İlk modda teoriler arası fark az iken mod sayısı arttıkça teoriler arası farkın arttığı açıkça görülmektedir. Aynı şekilde zemin parametresinin etkisi de ilk modda çok fazla iken mod sayısı arttıkça zemin parametresinin etkisi çok azalmıştır.

Şekiller 4.29-4.30'da yüzey enerjisi teorisinin parametresi olan yüzey elastisite modülünün aort atardamarının burkulma davranışı üzerindeki etkisi mod numaraları arttıkça incelenmiştir. Şekil 4.29'da zemin parametreleri sıfır alınca ilk mod ile onuncu mod arasında doğrusala yakın artış gözlemlenirken Şekil 4.30'da elastik zemin etkisiyle ilk modda burkulma yükünün ikinci moddan büyük olduğu ve daha sonra logaritmik şekilde arttığı, KT sonuçlarına göre hep daha büyük çıkan veren YET sonuçlarının mod sayısı arttıkça etkisini arttırdığı gözlemlenmiştir.

Benzer olarak Şekiller 4.31-4.32’de YOT parametresi olan e_{0a} ’nın aort atardamarının burkulma davranışı üzerindeki etkisi mod numaraları arttıkça incelenmiştir. YET sonuçlarına benzer olarak zemin etkisi ilk modda burkulma yükünün ikinci moddan büyük çıkmasını sağlamıştır ve mod numarası arttıkça YOT parametresinin etkisi açıkça görülmüştür.

Şekil 4.33 ve Şekil 4.34’te aort atardamarına ait mesnetlenmiş ve serbest haldeki frekansları Hz cinsinden verilmiştir. Buradan mesnetlenmenin frekansı arttırdığı görülmüştür.

5. SONUÇ

Bu tez kapsamında, insanlar ve çoğu hayvanlar için ölümcül derecede öneme sahip olan aort atardamarının burkulma davranışı incelenmiştir. Burkulma analizlerini yapmak için sonlu elemanlar tabanlı bir paket program olan ANSYS 17,0 ve yerel olmayan elastisite teorisi, yerel olmayan yüzey enerjisi teorisi, klasik burkulma teorisi kullanılmıştır. ANSYS modelleme, burkulma ve modal analiz aşamaları adım adım rehber niteliğinde gösterilmiştir. Aort atardamarının burkulması yerel olmayan elastisite teorisi, yerel olmayan yüzey enerjisi teorisi ve klasik burkulma teorisi yardımıyla hem zeminsiz hem elastik zemin ile etkileşim halinde olması durumunda verilmiştir. Elastik zemin hem Winkler (bir parametrelili) hem Pasternak (iki parametrelili) elastik zemin modelleri kullanılarak modellenmiş ve değişik kombinasyonları için sonuçlar verilmiştir.

Elde edilen sonuçlara bakıldığında Şekiller 4.1-4.4'ten elastik zemin parametreleri sıfır alındığında aort atardamarı uzunluğuna göre krik burkulma yükleri verilmiş olup ilk modda YET ve YOYET sonuçları KT sonuçlarından büyük olup YOT sonuçları KT sonuçlarından da küçüktür ve aort atardamarı uzunluğu arttıkça kritik burkulma yükleri beklenildiği gibi bütün teorilerde düşmektedir ama ikinci moda bakıldığı zaman YOYET sonuçlarının KT sonuçlarına yaklaştığı görülmektedir. Üçüncü modda ise aort atardamarı uzunluğu 7 cm'ye gelene kadar YOYET sonuçları KT sonuçlarından küçüktür ama aort atardamarı uzunluğu 7 cm'yi geçtiği zaman YOYET sonuçlarının KT sonuçlarından büyük olduğu gözlemlenmiştir. Dördüncü modda ise incelenen aort atardamarı uzunluğu boyunca (5 cm-10 cm) YOYET sonuçlarının KT sonuçlarından küçük olduğu ve aort atardamarı uzunluğu 10 cm'ye ulaştığı zaman kesiştiği görülmüştür. İlk dört modun tamamında YET sonuçları KT sonuçlarından büyük, YOT sonuçları ise hep daha küçük çıkmıştır.

Boyut etkisinin aort atardamarı gibi klasik teorilerin kullanıldığı yapılardan çok daha küçük yapılarda ne kadar önemli olduğu ve klasik teori sonuçlarının bu tür küçük yapılarda ne kadar yetersiz kaldığı gösterilmiştir. Boyut etkisi daha önceden tarafımızdan yapılan ve çeşitli bilimsel dergilerde yayınlanmış ve sempozyumlarda sunulmuştur (Akgöz vd 2016, Demir vd 2016, Emsen vd 2015, Ersoy vd 2016, Mercan 2016, Mercan vd 2017, Mercan vd 2016, Mercan ve Civalek 2016a, 2016b, 2016c, 2016d, 2017, Mercan vd 2016b, Mercan vd 2015, Mercan vd 2016c, Mercan vd 2016d, Mercan vd 2016e, Numanoglu vd 2017).

6. KAYNAKLAR

- AGAH, M.R. 2015. Material characterization of aortic tissue for traumatic injury and buckling: Temple University.
- AKGÖZ, B., MERCAN, K., DEMİR, Ç., CİVALEK, Ö. 2016. Static analysis of beams on elastic foundation by the method of discrete singular convolution. *Int. J. Eng. Appl. Sci.*, 8 (3): 67-73.
- BAEK, S., GLEASON, R., RAJAGOPAL, K., HUMPHREY, J. 2007. Theory of small on large: potential utility in computations of fluid–solid interactions in arteries. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 196 (31): 3070-3078.
- BASS, C., DARVISH, K., BUSH, B., CRANDALL, J., SRINIVASAN, S., TRIBBLE, C., FISER, S., TOURET, L., EVANS, J., PATRIE, J. 2001. Material properties for modeling traumatic aortic rupture. *Stapp Car Crash J.*, 45: 143-160.
- BERTRAND, S., CUNY, S., PETIT, P., TROSSEILLE, X., PAGE, Y., GUILLEMOT, H., DRAZETIC, P. 2008. Traumatic rupture of thoracic aorta in real-world motor vehicle crashes. *Traffic Injury Prevention*, 9 (2): 153-161.
- COLLINS, R., HU, W. 1972. Dynamic deformation experiments on aortic tissue. *J. Biomech.*, 5 (4): 333335-334337.
- DAVIS, N.P., HAN, H.C., WAYMAN, B., VITO, R. 2005. Sustained axial loading lengthens arteries in organ culture. *Annals Biomed. Eng.*, 33 (7): 867-877.
- DE GARIS, C.F., BLACK, I.H., RIEMENSCHNEIDER, E.A. 1933. Patterns of the Aortic Arch in American White and Negro Stocks, with Comparative Notes on Certain Other Mammals. *J. Anatomy*, 67 (4): 599-619.
- DEMİR, Ç., MERCAN, K., CİVALEK, Ö. 2016. Determination of critical buckling loads of isotropic, FGM and laminated truncated conical panel. *Compos. Part B: Eng.*, 94: 1-10.
- EMSEN, E., MERCAN, K., AKGÖZ, B., CİVALEK, Ö. 2015. Modal analysis of tapered beam-column embedded in Winkler elastic foundation. *Int. J. Eng. Appl. Sci.*, 7 (1): 25-35.
- ERİNGEN, A.C. 1983. On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves. *J. Appl. Physics*, 54 (9): 4703-4710.
- ERSOY, H., MERCAN, K., CİVALEK, Ö. 2016. Frequencies of FGM shells and annular plates by the methods of discrete singular convolution and differential quadrature methods. *Compos. Struct.*
- FUNG, Y., FRONEK, K., PATITUCCI, P. 1979. Pseudoelasticity of arteries and the choice of its mathematical expression. *American J. Physiology-Heart Circulatory Physiology*, 237 (5): 620-631.

- GAMMIE, J.S., SHAH, A.S., HATTLER, B.G., KORMOS, R.L., PEITZMAN, A.B., GRIFFITH, B.P., PHAM, S.M. 1998. Traumatic aortic rupture: diagnosis and management. *The Annals Thoracic Surgery*, 66 (4): 1295-1300.
- GORE, R., BOHLEN, H. 1975. Pressure regulation in the microcirculation. Federation proceedings.
- GORE, R.W. 1974. Pressures in cat mesenteric arterioles and capillaries during changes in systemic arterial blood pressure. *Circulation Research*, 34 (4): 581-591.
- GUNDIAH, N., MATTHEWS, P.B., KARIMI, R., AZADANI, A., GUCCIONE, J., GUY, T.S., SALONER, D., TSENG, E.E. 2008. Significant material property differences between the porcine ascending aorta and aortic sinuses. *J. Heart Valve Disease*, 17 (6): 606.
- HAN, H.-C. 2007. A biomechanical model of artery buckling. *J. Biomech.*, 40 (16): 3672-3678.
- HAN, H.-C. 2009a. The mechanical buckling of curved arteries. *Mol. Cell. Biomech.*, 6(2): 93-99.
- HAN, H.-C. 2009b. The theoretical foundation for artery buckling under internal pressure. *J. Biomech. Eng.*, 131(12): 124501.
- HAN, H.-C., CHESNUTT, J.K., GARCIA, J.R., LIU, Q., WEN, Q. 2013. Artery buckling: new phenotypes, models, and applications. *Annals Biomed. Eng.*, 41 (7): 1399-1410.
- HAYMAN, D.M., ZHANG, J., LIU, Q., XIAO, Y., HAN, H.-C. 2013. Smooth muscle cell contraction increases the critical buckling pressure of arteries. *J. Biomech.*, 46 (4): 841-844.
- HUMPHREY, J., KANG, T., SAKARDA, P., ANJANAPPA, M. 1993. Computer-aided vascular experimentation: a new electromechanical test system. *Annals Biomed. Eng.*, 21 (1): 33-43.
- IJIMA, S. 1991. Helical microtubules of graphitic carbon. *Nat.*, 354 (6348): 56.
- KIM, J., BAEK, S. 2011. Circumferential variations of mechanical behavior of the porcine thoracic aorta during the inflation test. *J. Biomech.*, 44 (10): 1941-1947.
- LEE, W.A., MATSUMURA, J.S., MITCHELL, R.S., FARBER, M.A., GREENBERG, R.K., AZIZZADEH, A., MURAD, M.H., FAIRMAN, R.M. 2011. Endovascular repair of traumatic thoracic aortic injury: clinical practice guidelines of the Society for Vascular Surgery. *J. Vascular Surgery*, 53 (1): 187-192.
- LEVESQUE, M., NEREM, R. 1985. The elongation and orientation of cultured endothelial cells in response to shear stress. *J. Biomech. Eng.*, 107 (4): 341-347.

- LEVY, B.I., TEDGUI, A. 2007. *Biology of the arterial wall (Vol. 1): Springer Science & Business Media.*
- LILLIE, M., ARMSTRONG, T., GÉRARD, S., SHADWICK, R., GOSLINE, J. 2012. Contribution of elastin and collagen to the inflation response of the pig thoracic aorta: assessing elastin's role in mechanical homeostasis. *J. Biomech.*, 45 (12): 2133-2141.
- LILLIE, M., SHADWICK, R., GOSLINE, J. 2010. Mechanical anisotropy of inflated elastic tissue from the pig aorta. *J. Biomech.*, 43 (11): 2070-2078.
- LIU, Q., WEN, Q., MOTTAHEDI, M., HAN, H.-C. 2014. Artery buckling analysis using a four-fiber wall model. *J. Biomech.*, 47 (11): 2790-2796.
- MERCAN, K. 2016. A Comparative Buckling Analysis of Silicon Carbide Nanotube and Boron Nitride Nanotube. *Int. J. Eng. Appl. Sci.*, 8 (4): 99-107.
- MERCAN, K., AKGÖZ, B., DEMİR, Ç., CİVALEK, Ö. 2017. Frequencies Values of Orthotropic Composite Circular and Annular Plates. *Int. J. Eng. Appl. Sci.*, 9 (2): 55-65.
- MERCAN, K., AYDOĞDU, İ., CİVALEK, Ö. 2016a. Discrete Singular Convolution and Differential Quadrature Method for Buckling Analysis of Laminated Composite Plates. *Int. J. Eng. Appl. Sci.*, 8 (4): 66-74.
- MERCAN, K., CİVALEK, Ö. 2016a. Buckling Analysis of Silicon Carbide Nanotubes (SiCNTs). *Int. J. Eng. Appl. Sci.*, 8 (2): 101-108.
- MERCAN, K., CİVALEK, Ö. 2016b. Comparison of higher-order shear deformation theories on static analysis of rectangular plates. International Conference on Composite Structures, 5-9 November, Porto.
- MERCAN, K., CİVALEK, Ö. 2016c. DSC method for buckling analysis of boron nitride nanotube (BNNT) surrounded by an elastic matrix. *Compos. Struct.*, 143: 300-309.
- MERCAN, K., CİVALEK, Ö. 2016d. A Simple Buckling Analysis of Aorta Artery. *Int. J. Eng. Appl. Sci.*, 7 (4): 34-44.
- MERCAN, K., CİVALEK, Ö. 2017. Buckling analysis of Silicon carbide nanotubes (SiCNTs) with surface effect and nonlocal elasticity using the method of HDQ. *Composites Part B: Engineering*, 114: 34-45.
- MERCAN, K., CİVALEK, Ö., DEMİR, Ç., AKGÖZ, B. 2016b. Buckling of boron nitride nanotubes surrounded by an elastic matrix. International Conference on Mechanics of Composites, 11-14 July, Porto.
- MERCAN, K., DEMİR, Ç., AKGÖZ, B., CİVALEK, Ö. 2015. Coordinate Transformation for Sector and Annular Sector Shaped Graphene Sheets on Silicone Matrix. *Int. J. Eng. Appl. Sci.*, 7 (2): 56-73.

- MERCAN, K., DEMİR, Ç., CİVALEK, Ö. 2016c. Vibration analysis of FG cylindrical shells with power-law index using discrete singular convolution technique. *Curved and Layer. Struct.*, 3 (1): 82-90.
- MERCAN, K., DEMİR, Ç., ERSOY, H., CİVALEK, Ö. 2016d. The effects of thickness on frequency values for rotating circular shells. *Int. J. Eng. Appl. Sci.*, 8 (1): 26-37.
- MERCAN, K., ERSOY, H., CİVALEK, Ö. 2016e. Free vibration of annular plates by discrete singular convolution and differential quadrature methods. *J. Appl. Comput. Mech.*, 2 (3): 128-133.
- MOHAN, D., MELVIN, J.W. 1982. Failure properties of passive human aortic tissue. I—uniaxial tension tests. *J. Biomech.*, 15 (11): 887895-893902.
- MOHAN, D., MELVIN, J.W. 1983. Failure properties of passive human aortic tissue. II—Biaxial tension tests. *J. Biomech.*, 16 (1): 3139-3744.
- MOTTAHEDI, M. 2015. Artery buckling analysis using two layered model with collagen dispersion. PhD Thesis, The University of Texas at San Antonio.
- MULVANY, M., AALKJAER, C. 1990. Structure and function of small arteries. *Physiological Reviews*, 70 (4): 921-961.
- NESSCHIS, D.G., SCALEA, T.M., FLINN, W.R., GRIFFITH, B.P. 2008. Blunt aortic injury. *New England J. Medicine*, 359 (16): 1708-1716.
- NOVOSELOV, K.S., GEIM, A.K., MOROZOV, S.V., JIANG, D., ZHANG, Y., DUBONOS, S.V., GRIGORIEVA, I.V., FIRSOV, A.A. 2004. Electric field effect in atomically thin carbon films. *Sci.*, 306 (5696): 666-669.
- NUMANOGLU, H.M., MERCAN, K., CİVALEK, Ö. 2017. Frequency and Mode Shapes of Au Nanowires Using the Continuous Beam Models. *Int. J. Eng. Appl. Sci.*, 9 (1): 55-61.
- O'ROURKE, M.F., HASHIMOTO, J. 2007. Mechanical factors in arterial aging: a clinical perspective. *J. Am. Coll. Cardiol.*, 50 (1): 1-13.
- PRENDERGAST, P., LALLY, C., DALY, S., REID, A., LEE, T., QUINN, D., DOLAN, F. 2003. Analysis of prolapse in cardiovascular stents: a constitutive equation for vascular tissue and finite-element modelling. *J. Biomech. Eng.*, 125 (5): 692-699.
- PRESLEY, R. 1979. The primitive course of the internal carotid artery in mammals. *Cells Tissues Organs*, 103 (2): 238-244.
- QI, N., GAO, H., OGDEN, R.W., HILL, N.A., HOLZAPFEL, G.A., HAN, H.-C., LUO, X. 2015. Investigation of the optimal collagen fibre orientation in human iliac arteries. *J. Mech. Behavior Biomed. Mater.*, 52: 108-119.

- RACHEV, A. 2009. A theoretical study of mechanical stability of arteries. *J. Biomech. Eng.*, 131 (5): 051006.
- REDDY, J. 2007. Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams. *Int. J. Eng. Sci.*, 45 (2): 288-307.
- RICHENS, D., KOTIDIS, K., NEALE, M., OAKLEY, C., FAILS, A. 2003. Rupture of the aorta following road traffic accidents in the United Kingdom 1992–1999. The results of the co-operative crash injury study. *European J Cardio-Thoracic Surgery*, 23 (2): 143-148.
- SCHULZ, M., SHANOV, V., YIN, Z. 2013. Nanotube Superfiber Materials: Changing Engineering Design: William Andrew.
- SCHULZE-BAUER, C.A., MÖRTH, C., HOLZAPFEL, G.A. 2003. Passive biaxial mechanical response of aged human iliac arteries. *J Biomech. Eng.*, 125 (3): 395-406.
- SHAH, C.S., HARDY, W.N., MASON, M.J., YANG, K.H. 2006. Dynamic biaxial tissue properties of the human cadaver aorta. *Stapp Car Crash J.*, 50: 217.
- SMYTH, P.T., EDWARDS, J.E. 1972. Pseudocoarctation, kinking or buckling of the aorta. *Circulation*, 46 (5): 1027-1032.
- SOKOLIS, D. 2007. Passive mechanical properties and structure of the aorta: segmental analysis. *Acta Physiologica*, 190 (4): 277-289.
- STEMPER, B.D., YOGANANDAN, N., PINTAR, F.A. 2007. Mechanics of arterial subfailure with increasing loading rate. *J. Biomech.*, 40 (8): 1806-1812.
- TOFAŞ A.Ş. 2015. Fiat Egea Sonlu Elemanlar Analizi. ANSYS Kullanıcılar konferansı, 3-4 Kasım, Ankara.
- WANG, G.-F., FENG, X.-Q. 2009. Timoshenko beam model for buckling and vibration of nanowires with surface effects. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 42 (15): 155411.
- WILLIAMS, J.S., GRAFF, J.A., UKU, J.M., STEINIG, J.P. 1994. Aortic injury in vehicular trauma. *The Annals Thoracic Surgery*, 57 (3): 726-730.
- YAĞDI, T., POSACIOĞLU, H., ATAY, Y., ÇIKIRIKÇIOĞLU, M., BOĞA, M., ÇAĞIRICI, U., YÜKSEL, M., HAMULU, A., BILKAY, Ö., BUKET, S. 2000. Traumatic Aortic Rupture: Diagnosis And Management. *Ulus. Travma Acil Cerrahi Derg.*, 6 (2): 142-149.
- ZHANG, D.S., EGGLETON, C.D., AROLA, D.D. 2002. Evaluating the mechanical behavior of arterial tissue using digital image correlation. *Experimental Mech.*, 42 (4): 409-416.
- ZHANG, J., LIU, Q., HAN, H.-C. 2014. An in vivo rat model of artery buckling for studying wall remodeling. *Annals Biomed. Eng.*, 42 (8): 1658-1667.

ÖZGEÇMİŞ



Kadir MERCAN, 1990 yılında Fransa'nın Chambéry şehrinde doğdu. İlköğretim 4. Sınıfa kadar Fransa'da okumuş sonrasında Türkiye'ye kesin dönüş yapan ailesiyle beraber eğitim hayatına Isparta'da devam etmiştir. 2007 yılında liseyi ikincilikle tamamlamıştır. 2013 yılında Isparta Süleyman Demirel Üniversitesi Mühendislik Fakültesinde İnşaat Mühendisliği bölümünü birincilikle tamamlamıştır ayrıca son sınıfta okurken

TÜBİTAK yüksek lisans ve doktora bursu almaya hak kazanmıştır. 2013 Yılında ÖYP kapsamında Burdur Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Mekanik Anabilim dalına Araştırma Görevlisi olarak atanmıştır. ÖYP kapsamında 2014 Yılında Orta Doğu Teknik Üniversitesinde 6 ay dil eğitimi aldıktan sonra aynı yıl Akdeniz Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği anabilim dalında yüksek lisans eğitimine başlamış ve aynı zamanda Akdeniz Üniversitesi, Mühendislik Fakültesinde Araştırma Görevlisi olarak göreve başlamış ve halen devam etmektedir.