AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

Fatıma BÜYÜKTATLI

ŞİRKETLERDEKİ ERKEN UYARI GÖSTERGELERİ İLE SAKLI MARKOV MODELİ ÜZERİNE BİR UYGULAMA

Ekonometri Ana Bilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

Antalya, 2013

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

Fatıma BÜYÜKTATLI

ŞİRKETLERDEKİ ERKEN UYARI GÖSTERGELERİ İLE SAKLI MARKOV MODELİ ÜZERİNE BİR UYGULAMA

Danışman
Yrd. Doç. Dr. Mehmet MERT

Ekonometri Ana Bilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

Antalya, 2013

Akdeniz Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğüne,

Fatıma BÜYÜKTATLI'nın bu çalışması, jürimiz tarafından Ekonometri Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Yrd. Doç. Dr. Emre İPEKÇİ ÇETİN

Üye (Danışmanı) : Yrd. Doç. Dr. Mehmet MERT

Üye : Yrd. Doç. Dr. Fahriye UYSAL

Tez Konusu: Şirketlerdeki Erken Uyarı Göstergeleri ile Saklı Markov Modeli Üzerine bir Uygulama

Onay : Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

Tez Savunma Tarihi : 10./06./2013
Mezuniyet Tarihi : 13./06./2013

Doç. Dr. Zekeriya KARADAVUT
Müdür

....

İ Ç İ N D E K İ L E R

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

X FİRMASI ÜZERİNDEKİ UYGULAMA

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

GRAFİKLER LİSTESİ

ÖZET

Finansal başarısızlığa neden olan iç nedenlerin finansal oranlar aracılığıyla gözlemlenebildiğini ve erken uyarı göstergeleri olarak değerlendirildiği finansal analistler tarafından saptanmıştır. Bu saptama doğrultusunda firmanın geleceğine yön verecek yöneticilerin finansal oranları okuyup değerlendirmesi ve buna bağlı yorumlayabilmesi noktasında geliştirilen istatistiksel metotların dışında farklı bir istatistiksel metot olan Saklı Markov Modelleri bu çalışmada kullanılacaktır.

Çalışmanın birinci bölümünde finansal oranlara ve finansal oranlardan erken uyarı göstergesi olarak faydalanmamızı sağlayacak analiz yöntemlerine yer verilmektedir. İkinci bölümde Markov Modeli ve Saklı Markov Modeli detaylı olarak örnekleriyle incelenmiştir. Üçüncü bölümde X şirketi üzerinde bir uygulama oluşturulmuş ve bulunan sonuçlar dördüncü bölümde değerlendirilmiştir.

SUMMARY

Causing financial failure, and early warning indicators of well observed through internal causes are treated as financial ratios identified by financial analysts. This will determine the future direction of the company's financial ratios in line to read and interpret the related assessment and statistical methods developed at the outside of Hidden Markov Models with a different statistical methods used in this study.

In the first part of the study as an indicator of financial ratios and financial ratios enabling us to benefit early warning methods of analysis are presented. Markov Model and Hidden Markov Model in detail in the second section investigated samples. In the third chapter X company created an application on the fourth section, and the results were evaluated.

ÖNSÖZ

Şirketlerin finansal başarısızlık göstergelerinin analizinde sıra dışı bir yöntem denemeyi amaçladığım bu çalışmada iki teorem üzerinde bağlantı kurulmasının mümkün olabilirliğinin sınanması söz konusudur.

Finansal başarısızlık modelleri arasında yer alan Z (Score) Değer Modelinde öngörülen finansal oranların Saklı Markov Modeli (SMM) ile analizi sonucu ortaya çıkacak sonuçları yorumlayarak yeni bir bakış açısı geliştirmek amaçlanmaktadır.

Her çalışmamda olduğu gibi bu çalışmamda da maddi ve manevi desteğini üzerimden eksik etmeyenlere minnettarlığımı ve şükranlığımı sunmaktayım.

Üzerimde maddi ve manevi tasarrufu bulunanlara minnettarlığımı ve şükranlığımı sunmaktan onur duyuyorum.

Fatıma BÜYÜKTATLI
Antalya, 2013

GİRİŞ

Bir kurumun iflasın eşiğinde olduğunun anlaşılması aşamasında kuruma ait önceki dönemlere ilişkin bilanço ve gelir tablolarının dikkatle okunması büyük önem taşımaktadır. İyi bir tablo okuyucu işletmenin geleceğine yönelik tahminlerinde kısacası finansal başarısızlık riskinin daha önceden tahmin edilmesinde çok değişkenli modeller kullanarak tezini güçlendirerek daha realistik sonuçlara ulaşmayı hedefler.

Şirketlerin finansal başarısızlık sebepleri ve finansal başarısızlığa yol açan değişkenlerin tespitine yönelik yapılan çalışmalar incelendiğinde her bir finansal başarısızlık modelinin analizinde ve yorumlanmasında ekonometri ve istatistik kaynaklı modellere ihtiyaç duyulduğu gözlemlenmektedir.

Çalışmanın birinci bölümünde finansal analizde kullanılan oranlar incelenmiş olup bu oranlardan erken uyarı göstergesi olarak yararlanma metotları üzerinde durulmuştur.

Çalışmanın ikinci bölümünde olasılıksal süreçlerden Markov ve Saklı Markov Modelleri üzerinde durulmuş iki model türü arasındaki farklılıklara yer verilmiştir.

Çalışmanın üçüncü bölümünde gıda sektöründe faaliyet gösteren X firması üzerinde finansal başarısızlık modellerinden Z Skor Modelinde yer alan finansal oranlar Saklı Markov Modeli ile analize tabi tutulmuştur. Geleceğe yönelik Z Skor Modelinin hesaplanması ile ilgili iki analiz yapılmıştır.

Birinci analizde; 1997 – 2011 yılları (dahil) arasında İMKB’de yayınlanan bilanço ve gelir tabloları baz alınarak önce 2012 yılı Z Skor Modelinin tahmini için Saklı Markov Modelinde yer alan İleri ve Geri – Yön Algoritmaları kullanılarak hesaplamalar yapılmıştır. Dahasonra bu durumun oluşmasına neden olan alt durumların araştırılması için Viterbi Algoritması kullanılarak çıkan sonuçlar yorumlanmıştır. İkinci analizde; aynı veri seti ve aynı metotlar kullanılarak 2012 ve 2013 yıllarına yönelik Z Skor Modelleri tahmin edilerek çıkan sonuçlar yorumlanmıştır.

Çalışmanın dördüncü bölümünde elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir. Yapılan analiz sonucunda hesaplanan Z (Score) Değerleri incelendiğinde firmanın finansal yapısında ciddi bir sorun olmadığı ve iflas riski ile karşı karşıya kalmayacağı yatırım yapılabilirlik açısında uygun olduğugözlemlenmektedir. 2012 ve 2013 finansal tablolarında 2011 yılına nazaran ciddi değişikliklerin olmayacağı, finansal yapının koruncağı fakat işletme sermayesi konusunda şirketin duyarlı olması gerektiği sonucuna ulaşılmıştır. İşletmenin daha etkin ve verimli olabilmesi için karlılığını artırması; borçlarını azaltması ve işletme sermayesini daha verimli bir yapıda yönetmesi gerektiği vurgulanmıştır.

BİRİNCİ BÖLÜM
FİNANSAL ANALİZ

1.1 Finansal Oranlar

Firmaların mali durumunun incelenmesi aşamasında faaliyet sonuçlarının değerlendirilmesinde bilanço ve gelir tablosu kalemleri arasındaki ilişki ön plana çıkmaktadır. Bilanço ve gelir tablosu kalemleri arasındaki ilişki finansal analizde kullanılan oranlar ile hesaplanır (Akgüç, 1998).

İşletmelerin finansal yapılarını analiz etmek için kullanılan finansal oranlar en çok tercih edilen yöntemler arasında olup; kolay hesaplanmaları sebebiyle çok kullanılmaktadırlar.
İşletmenin geçmiş yıllardaki finansal tablo oranlarını analiz edilmesi ile işletmenin likiditesi, finansal yapısı, faaliyetleri, kârlılığı hakkında bilgi edinmek için finansal oranlar kullanılmaktadır (Gülcan, 2011).

Bilançove gelir tablosunda bulunan kalemler arasındaki ilişkilerin incelenmesine bağlı geçmiş yıllara ait hesaplanmış finansal oranların karşılaştırılması ile firmanın durumunun o iş türündeki diğer işletmelerle kıyaslanması finansal oran analizinin konusunu oluşturur (Çetiner, 2002).

Finansal oran analizi ile sadece oranların matematiksel hesaplanması değil; oranların yorumlanması ve değerlendirilmesi büyük önem taşımaktadır. Finansal oran analizinde önemli olan nokta hesaplanan oranların şirketin mali durumunu anlaşılır kılacak şekilde analiz edilmesidir (Akgüç, 1998).

Finansal oranların ilk kullanım amacı gelecekteki kârın tahmin edilmesine yönelikti. Değişen piyasa koşulları, ekonomik gelişmelere paralel küreselleşen dünyada araştırmacıların kullandığı istatistiksel modeller; şirket başarısızlığı tahmini, kredi derecelendirilmesi, riskin değerlendirilmesi ve ekonomik hipotezleri test etmek gibi amaçları gerçekleştirmeye yönelik olacak şekilde kurgulanmaktadır (Kiracı, 2000).

Küreselleşmenin en önemli etkisi olan yüksek enflasyon ve kriz ortamlarına karşı şirketlerin ayakta kalabilmesi için sermaye yapısını güçlendirmesi gerekmektedir (Sipahi, 2001). Kâr marjındaki azalmaların önüne geçebilmek için firmaların finansal oranlarını verimli kullanmaları ve artan rekabet ortamına karşı gerekli ekonomik tedbirleri almaları gerekmektedir (Çetin ve Bıttırak, 2010).

1.1.1 Finansal Analizde Kullanılan Oranlar

Kredi veren kuruluşlar, hissedarlar, yatırımcılar ve özellikle denetim şirketleri; şirket kârlılığını ve kârlılığın yıllar içerisindeki değişimini incelemeye odaklı bir faaliyet içerisindedirler (Kutman, 2001). Şirketlerin Kârlılıklarının önceden tahmin edilebilmesi büyük önem taşıması sebebiyle finansal oranların yorumlanması aşamasında finans yöneticilerine büyük görevler düşmektedir.

Finans yöneticileri firmanın likidite durumu, sermaye yapısı, varlıkların kullanılmasında etkinlik, kârlılık gibi firmanın her yönüyle ilgili olduklarından, analizlerinde çeşitli soruları yanıtlayabilecek şekilde birçok finansal orandan faydalanırlar. Finansal analizlerde kullanılan oranlar farklı şekillerde ayrıma tabi tutulmaktadırlar. Oranlar mali tablolardaki kalemler arasında oluşturulan ilişkiler yoluyla ortaya çıkmaktadır. Oranlar aşağıdaki sorulara yanıt verebilme şekline göre gruplandırılmaktadır.

1) Firmanın Likidite Durumu (LD) hakkında ne söyleyebiliriz?

Firmanınçalışma (işletme) sermayesinin yeterli olup olmadığını, kısa vadeli borçlarını ödeme kabiliyetinin en ölçüde yeterli olduğunu anlayabilmek için likidite oranları kullanılmaktadır (Akgüç,1998).Likidite oranlarının hesaplanmasındaki amaç işletmenin kısa süreli borçlarının ödenme gücünün tespit edilmesidir. Çalışma sermayesinin etkin yönetiminin sağlanılması aşamasında en çok bu oran türü kullanılmaktadır (Kiracı, 2000).

Likidite oranları ile işletmenin sahip olduğu dönen varlık grubunda yer alan hazır değerleri, bir yıl içerisinde nakde çevrilebilir varlıklar aracılığıyla finanse edilen kısavadeli yabancı kaynaklar arasındaki ilişki incelenir (Gülcan, 2011).

a) Cari Oran (Dönen Varlıklar / Kısa Vadeli Yabancı Kaynaklar)

b) Asit –Test Oranı ((Dönen Varlıklar -Stoklar)/Kısa Vadeli Yabancı Kaynaklar)

c) Nakit Oranı (Hazır Değerler / Kısa Vadeli Yabancı Kaynaklar)

2) Firmanın Finansal Yapısının (FY) görünümü hakkında ne söyleyebiliriz?

Firmanın finansal yapısı hakkında bilgi sahibi olmak için kaldıraç oranları olarak da adlandırılan aşağıdaki oranlardan faydalanılır. Firmanın yabancı kaynakları ile özkaynakları arasındaki dengenin varlığının araştırılması ve tespitine yönelik bilgi edinmek için bu oranlardan yararlanılmaktadır(Çabuk ve Lazol, 2004).Finansal yapı oranları, işletmenin mali yapısını ortaya koyan oranlardır (Kiracı, 2000).

a) Yabancı Kaynak / Varlık Toplamı Oranı

b) Özsermaye / Yabancı Kaynak

c) Yabancı Kaynak / Özsermaye(Özkaynak) Oranı

3) Firmanın İktisadi Varlıkların Kullanılışı (Aktivite Oranları) (AO) hakkında ne söyleyebiliriz?

Aktivite Oranlarının hesaplanmasında birçok yol kullanılmaktadır. Bunlardan en belirgin olanları sırayla; bilanço kalemlerinin birbirine bölünmesi ile hesaplananlar, gelir tablosu kalemlerinin bilanço kalemlerine bölünmesi ile hesaplananlar olarak değerlendirilmektedir. İktisadi varlıkların kullanılışı hakkında işletmenin etkinliği saptamaya yönelik bu oranlara; verimlilik oranları adı verilmektedir (Akgüç, 1998).Faaliyet (verimlilik) oranları, işletmenin faaliyetlerinin verimliliğini ölçen oranlardır (Kiracı, 2000).

a) Alacak Devir Hızı (Kredili Satışlar / Ortalama Ticari Alacaklar)
b) Stok Devir Hızı (Satışların Maliyeti /Ortalama Stok)
c) Dönen Varlıklar Devir Hızı
d) Toplam Aktifler Devir Hızı

4) Firmanın Kârı (K) hakkında ne söyleyebiliriz?

Mevcutfinansal tablo analizleri sonucu ortaya çıkan rakamsal değerlerin yorumlanması firmanın elde ettiği kârın yeterliliğinin tespitini tam manasıyla açıklamaz. Çünkü işletme sermayesinin farklı alanlarda sağlayabileceği gelir de dahil olmak üzere, genel ekonomik koşullardaki gelişmeler ve ekonominin dönemsel olarak içinde bulunduğu evre ile birlikte firmanın kâr hedefleri de göz önünde alınarak değerlendirme yapılmalıdır (Akgüç,1998). Kârlılık oranları ise işletmenin satışlarının, varlıklarının ve kaynaklarının kârlılığını ölçen oranlardır (Kiracı, 2000).

a) Net Kâr Marjı (Net Kâr / Net Satışlar)
b) Özsermaye Kârlılığı (Net Kâr /Özkaynaklar)

5) Firmanın Büyümesi (B) hakkında ne söyleyebiliriz?

Firmaya ilişkin büyüme oranlarının değerlendirilmesinde; firmanın bulunduğu sektörde ortalama satış artış hızıile firma satışlarındaki büyümenin karşılaştırılması suretiyle değerlendirme yapmak gerekir (Akgüç, 1998).

a) Net Kâr Marjı Büyüme Oranı
b) Net Satışlar Büyüme Oranı
c) Öz Sermaye Büyüme Oranı

1.1.2 Finansal Oranlardan Erken Uyarı Göstergesi Olarak Yararlanma

Firmalara yönelik başarısızlık konusu incelendiğinde; çevre koşullarından ya da ekonomik dalgalanmalardan olumsuz yönde etkilenen şirketlerin finansal yapılarında bozulmaların olduğu saptanmıştır (Gülcan, 2011).

İşletmelerde başarısızlık kavramını değerlendirirken firmaların genel amaçları baz alınırsa; firmanın büyüme hedeflerine ulaşamaması ve kâr maksimizasyonunu sağlayamaması, topluma karşı yeterli hizmeti sunamaması sebebiyle finansal başarısızlığın meydana geldiği ortaya çıkmaktadır (Gülcan, 2011).

Bir işletmenin borçlarını ödeyemeyecek duruma gelmesi ile yıllar boyunca zarar etmesine paralel meydana gelebilecek sermaye kayıplarının mevcudiyeti, varlıklarındaki devasa kayıplar ve iflas etmesi durumu finansal başarısızlığı tanımlamaktadır (Kiracı, 2000).

Firma başarısızlığın incelenmesi ve tespitinde, firmaya ait niceliksel ve niteliksel tüm özelliklerin ayrı ayrı ve bir arada analizinin yapılması aşamasında finansal ve operasyonel başlıklar altında incelendiği gözlemlenmektedir (Çakır, 2005).

Finansal başarısızlığı belirlemede kullanılan analiz teknikleri (Karşılaştırmalı Yatay Analiz, Eğilim Trend Analizi, Yüzde Yöntemi Dikey Analiz, Oran Rasyo Analizi) genel perspektifte ele alındığında; bu analizlerin gerçekleşebilmesi için kullanılacak verilerin şirket iç dinamiklerine hitap eden bilanço ve gelir tablosundan elde edildiği sonucuna ulaşılır.

Bu çalışmada ise sadece "Oran Rasyo Analizi" finansal analiz tekniği üzerinde yoğunlaşılmaktadır. Çünkü finansal oranlar firmaların geçmiş verilerine dayanılarak hesaplanır ve bu veriler geleceğe ışık tutacak şekilde işlevsel olarak kullanılır. Bu oranların kullanılması yoluyla finans yöneticileri tarafından firmanın geleceğine yönelik tahminler oluşturulmaktadır (Akgüç, 1998).

Amerika'da yapılan bazı araştırmalar ile geliştirilen modeller sayesinde, bazı finansal oranların, varlığını sürdüren firmalarla, tasfiye olunan veya iflas eden firmaları birbirinden ayıran önemli ayıraçlar oldukları sonucu ortaya çıkmıştır.

1.1.2.1 Literatür Taraması

Finansal başarısızlıkta oranların kullanılması ile ilgili yapılan çalışmalar 1960'lı yıllara dayanmaktadır. Beaver'in 1968 yılında tek değişkenli modeli kullandığı finansal başarısızlığın tespitine yönelik çalışma haricinde yapılan çalışmaların büyük bir kısmında çok değişkenli modeller kullanılmıştır (Beaver, 1968). Finansal başarısızlığın tahmininde çok değişkenli modellerin kullanılması ile birden fazla oranın etkisi modeli şekillendirmektedir (Kiracı, 2000). Finansal oranların iflasın tahmininde kullanıldığı saptanmıştır. Finansal analizci daha gerçekçi sonuçlara ulaşmak istiyorsa başarısızlık riskinin tahmininde çok değişkenli modelleri kullanmalıdır (Elam, 1975).

Finansal başarısızlık sürecinde firmaların bilanço ve gelir tabloları üzerinde yapılan çalışmalar aşağıdaki tablo aracılığıyla özetlenmeye çalışılmıştır. Bu tabloda çalışmanın yapıldığı yıl, çalışmanın sahibi ve çalışmada kullanılan rasyo sayılarının yanı sıra bu çalışmayı yapan bilim insanlarının kullandıkları analiz yöntemleri ve başarı oranları da aktarılmaya çalışılmıştır.

Tablo 1.1 Finansal Başarısızlıkların Tahminine Yönelik Yapılan Çalışmalar

Çalışma Sahibi	Yapıldığı Yıl	Rasyo Sayısı	Analiz Yöntemi	Başarı Oranı
Beaver	1966	6	Tek Boyutlu İstatistiksel Yöntemler	
Altman	1968	5	ZSkor Modeli	%95
Weibel	1975	6	Wilcoxon Testi	
Shirata	1998	61	Veri Madenciliği	%86
Atiya	2001	120	Yapay Sinir Ağı	%81-%85
İçerli ve Akkaya	2006	10	Z Testi	
Liou	2008	52	Logistik Regresyon Karar Ağacı Yapay Sinir Ağı	%99 %91 %95
Chung, Tan ve Holdsworth	2008	36	Çoklu Diskriminant Yapay Sinir Ağı	%62
Grepp ve Kumar	2008	27	Cox Diskriminant Logistik Regresyon	%96
Yang vd.	2009	24	Diskriminant Analizi Logistik Regresyon	
Salehi ve Abedini	2009		Çoklu Regresyon	%77
Sori ve Jalil	2009	64	Diskriminant Analizi	%80
Yap, Yong ve Poon	2010	16	Çoklu Diskriminant	%88-%94
Yüzbaşıoğlu, Yörük, Demir, Özer, Bezirci ve Arslan	2011	22	Faktör Analizi Logistik Regresyon	%85

1.1.2.2 Finansal Başarısızlığın Tahmininde Kullanılan Modeller

Bu bölümün başlığı altında özetlenen modeller, oranlardan, firmanın geleceğine ilişkin, özellikle tasfiye olma, iflas etme, borçlarının ödeyememe olasılığının tahmininde bir erken uyarı sistemi olarak kullanılabileceği şeklinde öngörülmektedir. Finansal analistler tarafından yapılan araştırmalar, finansal oran serilerinin işletme gidişatını önceden bildirmeye yönelik araçlar olduğunu göstermektedir. Burada amaç finansal oranların birlikte bir bütün halinde kapsamlı şekilde değerlendirilmesi ile tek tek değerlendirilmenin yol açtığı subjektif etkinin ortadan kaldırılmasıdır (Kiracı, 2000).

1.1.2.2.1 Z Skor Modeli Analizi

Z Skor Modeli Altman tarafından kurgulanmış, finansal verileri istatistiksel teknikler ile irdelemeyi sağlayan ayrıca şirketlerin geleceğine yönelik şirket yöneticilerini ve yatırımcıları bilgilendiren bir erken uyarı sistemi tekniğidir. Z Skor Modeli'nin başarısı, değişkenlerin dikkatli seçilmesi ile mümkündür. Burada hedeflenen ve modelin etkinliğini artıran temel etken mümkün olan en az değişkenle en fazla bilginin elde edilmesidir (Kutman, 2001).

Altman'ın 22 rasyo ile başladığı çalışmada analiz için 5 rasyonun kullanılması ile tasfiye veya iflas olasılığı tahmin modelinde 5 finansal orana yer verilmiştir (Akgüç, 1998). Bu finansal rasyolar sırasıyla;

- İşletme Sermayesi / Aktifler
- Geçmiş Yıl Kârları / Aktifler
- Faiz ve Vergi Öncesi Kazançlar / Aktifler
- Özkaynaklar / Toplam Borçlar
- Satışlar / Aktifler

dir (Altman, 1968).

Altman'ın Z Skor Modeli modelinde iflas eden ve iflas etmeyen işletmelerin karşılaştırılması için kullanılan diskriminant fonksiyonu Eşitlik (1.1)'de gösterilmiştir.

$$Z = 1{,}2\,X_1 + 1{,}4\,X_2 + 3{,}3\,X_3 + 0{,}6\,X_4 + 1\,X_5 \tag{1.1}$$

X_1 = İşletme Sermayesi / Aktifler
X_2 = Geçmiş Yıl Kârları / Aktifler
X_3 = Faiz ve Vergi Öncesi Kazançlar / Aktifler
X_4 = Özkaynaklar / Toplam Borçlar
X_5 = Satışlar / Aktifler

Yukarıdaki denklem ile hesaplanan Z Skor Modeli aşağıdaki aralıklarda değerlendirilmektedir. Bu değerlendirme sonucunda işletmenin finansal açıdan bulunduğu konum tespit edilerek gerekli önlemler alınmaktadır.

$Z < 1{,}81 \rightarrow$ işletmenin iflas riski ciddi boyuttadır.
$1{,}81 \leq Z < 3 \rightarrow$ işletmenin geleceği parlak değildir.
$Z \geq 3 \rightarrow$ işletme finansal açıdan güçlüdür.

Z Skor Modeli ile yapılan analizler sonucunda iflas eden ve iflas etmeyen işletmeler kıyaslanmış ve bu analiz oldukça başarılı olmuştur. Bu analiz ile iflas etmeden önceki Z puanı 3 den küçük olan işletmelerin gerçekten iflas ettiği ve aynı şekilde Z puanı 3 den büyük olan işletmelerin gerçekten iflas etmediği saptanmıştır (Brealey, 1995).

1.1.2.2.2 Zeta Analizi

Altman ve arkadaşları finansal başarısızlık tahminine yönelik yaptıkları araştırmalarını güncelleyerek Zeta Modeli'ni kurmuşlardır (Altman vd. ,1977). *"Zeta Analizi"* olarak isimlendirilen model ile firmanın iflas veya tasfiye halinde olup – olmama olasılığı gözlemlenmektedir. Yapılan araştırmalar kapsamında aşağıda belirtilmiş olan 7 finansal oranın, varlığını sürdüren firmalar ile tasfiyeye uğrayan firmalar arasında önemli farklılıklar gösterdiği gözlenmektedir (Akgüç, 1998). Bu 7 oransal yapı sırasıyla şöyledir:

i) [FÖVK (Faiz ve Vergiden Önceki Kâr) / Toplam Varlıklar] şeklinde ölçülen varlık Kârlılığı
ii) Kârın istikrarı (Varlık Kârlılığının Gösterdiği Eğilim)
iii) [FÖVK (Faiz ve Vergiden Önceki Kâr) / Finansman Giderleri] şeklinde ölçülen faiz ödeme veya Karşılama gücü
iv) [Dağıtılmamış Kârlar / Toplam Varlıklar] şeklinde ölçülen uzun süreli veya birikmeli Kârlılık
v) Cari Oran ile ölçülen likidite
vi) [Özsermaye / Uzun Vadeli Kaynaklar] şeklinde ölçülen sermaye yapısı finansal kaldıraç durumu
vii) Firmanın varlık tutarı ile ölçülen büyüklüğü

1.1.2.2.3 Chesser Modeli

Chesser Modeli, özellikle firmanın dış borçlarına karşılık açılan kredilerin, donuk krediler haline gelme olasılığının tahmini için geliştirilmiştir (Akgüç, 1998). Bu 6 oransal yapı sırasıyla şöyledir:

i) [Hazır Değerler / Toplam Varlıklar] şeklinde ölçülen likidite durumu [(Para mevcudu – Kasa ve Bankalar + Serbest Menkul Değerler – Pazarlanabilir Finansal Varlıklar) / Toplam Varlıklar]
ii) Net Satışlar / Hazır Değerler
iii) [FÖVK (Faiz ve Vergiden Önceki Kâr) / Toplam Varlıklar] şeklinde ölçülen varlık Kârlılığı
iv) [Yabancı Kaynaklar / Toplam Varlıklar]
v) [Maddi Duran Varlıklar / Özsermaye]
vi) İşletme Sermayesi / Satışlar

1.1.2.2.4 Bathory Modeli

Bir firmanın başarısızlık veya tasfiye olasılığının ortaya koymak amacıyla Alexandr Bathory tarafından geliştirilen modelde de şu oranlar yer almıştır (Akgüç, 1998). Bu 5 oransal yapı sırasıyla şöyledir:

i) [(Net Kâr + Ayrılan Amortismanlar + Ertelenmiş Vergiler) / Kısa Vadeli Yabancı Kaynaklar]

ii) [Vergi Öncesi Kâr (Dönem Kârı) / Devamlı Sermaye (Özsermaye + Uzun süreli Yabancı Kaynaklar)]

iii) [Özsermaye / Kısa Vadeli Yabancı Kaynaklar]

iv) [Maddi Özsermaye / Pasif Kaynak Toplamı]

v) [Dönen Varlıklar (İşletme Sermayesi) / Toplam Varlıklar]

Finansal analizcilerin finansal tablolardan elde ettiği bilgiler ile firmanın bulunduğu sektöre ait bilgileri birlikte değerlendirmesi gerekmektedir. Finansal başarısızlığın tahmininde kullanılan istatistiksel modellerde yer alan finansal oranlar, başarısızlığın tahmin edilmesinde önemli bir kaynak niteliğindedir. Finansal oranların istatistiksel modeller ile birleştirilmesi veya irdelenmesi başarısızlık tahmin modellerinin başarısı konusunda araştırmacıları yönlendirmektedir (Çakır, 2005).

1.1.2.3 İMKB'de Yer Alan Şirketlerin ve Başlıca Sektörlerin Erken Uyarı Sistemlerinden Yararlanması

Finansal yükümlülüklerin yerine getirilememesi ile birlikte şirketlerin geliştirdikleri politikaların başarısızlığına paralel meydana gelen veya gelebilecek her türlü firmayı çıkmaza götüren durumlar serisi firmanın başarısızlığını ortaya koyar.

Geçmiş yıllarda görülen yüksek enflasyon ile mali ve reel sektörde yaşanan krizler, firmaların faaliyetleri gerçekleştirme konusunda ihtiyaç duydukları sermayeyi temin etmek amacıyla finansal kaynak sağlamaya yönelik şirketlerini halka açtıkları gözlenmişti. Şirketler sermaye yapılarını güçlendirmek, sermayelerinde yaşanan kayıpları telafi etmek ve düşük maliyetli finansman temin etmek amacıyla finansal riskleri azaltmaya yönelik bu tür bir girişimde bulunmuşlardır (Sipahi, 2001).

Firmalara yönelik finansal başarısızlık nedenlerinin tespiti için yapılan çalışmalar sonucunda aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır. Tablo 1.2'de yer alan sonuçlar ışığında finansal başarısızlığın sadece şirket dışındaki etkenlerden (ekzojen faktörler) kaynaklanmadığı, şirket içi etkenlerin (endojen faktörler) de özellikle şirket yönetimindeki yetersizliklerin en büyük başarısızlık sebebi olduğu görülmektedir (Çelik, 2010).

Tablo 1.2 Şirketlerin Finansal Başarısızlık Nedenleri ve Başarısızlık Yüzdeleri

Başarısızlık Nedenleri	Başarısızlık Yüzdesi
Endüstride Beklenmeyen Gelişmeler	% 20
Yönetim Yetersizliği	% 60
Doğal Afetler	% 10
Diğer	% 10

Kaynak:(Terzi, 2011)

Bu durumda finansal başarısızlığın tespitinde şirket içinden kaynaklanan nedenler üzerine odaklanmak gerekir. Aşağıda işletme içi başarısızlık nedenlerinden bazıları maddeler halinde verilmeye çalışılmıştır (Gülcan, 2011).

- Satış hacmindeki yetersizlik
- Faaliyet giderlerindeki artış
- Alacak tahsilâtındaki sorunlar
- Düşük stok devir hızı
- Yanlış yatırım kararları
- Yetersiz çalışma sermayesi ve nakit akımı
- Yanlış yönetim

Finansal başarısızlık değerlendirildiğinde; firmanın varlığını sürdürebilmesi için finansal açıdan firmanın güçlü olup olmadığı, nakit akımı üretebilme kapasitesinin ne durumda olduğu, sermaye piyasalarında borçlanabilmesine imkan olup olmadığı, finansal kapasitesinin gücü ve şirketin nakit şoklara karşı dayanabilme gücünün varlığı sorgulanmalıdır (Çakır, 2005).

Bu çalışmada üzerinde analiz yapacak şirketin belirleme aşamasında öncelikle; İMKB hakkında genel bilgi sahibi olunması gerektiği gerçekliği ile karşılaşılmaktadır. Bu sebeple kısa başlıklar altında İMKB'nin genel görünümü hakkında bilgi verilmelidir.

Türkiye'de faaliyet gösteren İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB); 2499 Sayılı Sermaye Piyasası Kanunu Türkiye Büyük Millet Meclisi (TBMM)'de kabul edilmesi ile 3 Ocak 1986 yılında 41 anonimşirket ve 36 aracı kurumun katılımı ile faaliyete geçmiştir. Sermaye Piyasası Kurulu (SPK)'nın gözetim ve denetimi altında olan kurum kendi yasal düzenlemelerini yapabilmektedir. İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB) görevlerini özetlemek gerekirse; hisse senetleri, hazine bonoları ve devlet tahvilleri, gelir ortaklığı sertifikaları, özel sektör tahvilleri, gayrimenkul sertifikaları ve uluslararası menkul kıymetlerin alım ve satımının yapılmasını sağlamak olduğu söylenebilir (Karan, 2001).

Bir uzmana göre: "Hisse senetleri piyasalarının bir ülkenin ekonomik gelişiminde çok büyük katkıları vardır. Hisse senetleri piyasaları yolu ile şirketler önemli tutarda özkaynak sağlarken, ülkeler de yurt dışı piyasalardan döviz sağlarlar. Hisse senetleri ihraç eden şirketler, yeni ortaklar bularak şirketlerine özkaynak sağlamaktadır. Özkaynak yolu ile sağlanan finansmanın en önemli katkısı, şirketin finansman riski ile ilgilidir. Özkaynak yolu ile sağlanan sermayeye şirketin ödemesi gereken sabit bir faiz veya yükümlülük olmaması, anaparaların geri ödenme zorunluluğu bulunmaması şirkete bir risk yüklemeyecektir. Buna karşılık borçlanma yolu ile sağlanan kaynaklar işletmelerin finansman riskini artırmaktadır. Diğer taraftan bugün tüm ülkeler hisse senedi yolu ile uluslararası sermayeyi ülkelerine çekmek için çaba göstermektedir."(Öz, 2009, s:3).

Bir uzmana göre: "İMKB'nin görev ve yetkilerine ait aşağıda özet bilgilere yer verilmiştir.

- Borsa kotuna alınması ile ilgili başvuruları incelemek, ek bilgi ve belgeler istemek, başvuruları değerlendirmek ve karara bağlamak.
- Para, kambiyo ve kıymetli maden ve taşlar ile vadeli işlemlerle ilgili piyasalar açmak.
- Borsa'da menkul kıymetler pazarları oluşturmak, bu pazarlarda işlem görecek menkul kıymetleri belirlemek ve borsa bülteninde yayınlamak, pazarlara borsa binasında yer tahsis etmek.
- Borsa'da pazarların çalışma gün ve saatlerini belirlemek ve borsa bülteninde ilan etmek.
- Borsa pazarlarında yapılan işlemler sonucunda oluşan fiyatları ve bu fiyatlardan yapılan toplam işlem miktarını seans bitiminde ilan etmek.
- Borsada alım – satım işlemlerini güven ve istikrar içinde serbest rekabet şartları altında kolayca ve düzenli bir şekilde yürütülmesini sağlamak
- Belirlenen kuralların dışına çıkan borsa üyelerine "İMKB Yönetmeliği" nde yer alan müeyyideleri uygulamak.
- Borsa'da olağan dışı gelişmeler karşısında mevzuat uyarınca gerekli önlemleri almaktır." (Öz, 2009, s:80 – 81)

Menkul kıymetler borsasının ekonomiye sağladığı yararlar aşağıdaki şekil ile aktarılmaya çalışılacaktır.

- Likidite Sağlamada Kolaylık
- İlave Kaynak Temininde Kolaylık
- Sermaye Mülkiyetini Yayma İmkanı
- Ekonominin Göstergesi Olma
- Uzun Vadeli Yatırımları Kısa Vadeli Tasarruflarla Finanse Etme
- Sanayide Yapısal Değişikliği Kolaylaştırma
- Güvence (Yatırımcının Korunması)
- Menkul Kıymetlerle İlgili Bilgilere Kolay Ulaşma

Şekil 1.1 Menkul Kıymet Borsasının Ekonomiye Sağladığı Yararlar

Borsada faaliyet gösteren şirketlerin farklı sektörlerde bulunması haliyle şirketlerin uygulayacağı finansman politikalarını da çeşitlendirmekte, özel ve farklı kılmaktadır. Anlaşılacağı üzere firmanın bulunduğu sektörün değişmesine paralel şirketlerde bulundukları sektörün alt yapısına uygun olan finansman politikalarını izleyeceklerdir. Bununla ilgili (Kutman, 2001)'ın çalışması dikkatle incelediğinde borsada yer alan şirketlerin yapısal ve sektörel farklılıklarının bilanço kalemleri üzerinde oluşturduğu etkiyi gözlemlemek mümkündür. Bu etkiden kasıt; çalışmada incelenen üç sektörden beyaz eşya ve otomotiv sektöründe yer alan firmaların kendi mali yapılarındaki gelişmeler ile birlikte genel ekonomik trendlerden etkilendiği fakat gıda sektöründe yer alan firmaların sadece şirket mali yapılarından etkilendiklerinin gözlenmesi halidir.

Hazırlanan bu çalışmada sadece şirketlerin iç yapısındaki gelişmeleri irdelemek hedeflenmiş olduğuiçin üzerinde analiz yapacak şirketi seçme bağlamında Kutman'ın 2001 yılında yaptığı çalışmadan yola çıkarak gıda sektöründe yer alan bir firmanın verilerinin kullanılmasının daha uygun olacağı sonucuna varılmaktadır.

İKİNCİ BÖLÜM
MARKOV MODELLERİ, ÖZELLİKLERİ ve UYGULAMA ALANLARI

2.1 Olasılıksal Süreçler

Olasılıksal süreçler; zamandaki değişime paralel olarak kestirilmesi mümkün olmayacak şekilde gelişen süreçler olarak tanımlanmaktadır (Alp, 2007).

Stokastik sürecin matematiksel tanımında ; X_t her $t \in T$ için rassal ve stokastik değişkeni ifade eder (Akyurt, 2009). Bu rasssal değişkenlerin oluşturdukları kümeye stokastik süreç denir. Stokattik sürecin oluşumunda yer alan t sürecin parametresi olarak zamanı ifade ederken ; T'ye ise zaman aralığını ifade eden indeks kümesi adı verilir (Semerci, 2006).

Birçok bilimsel ve teknik çalışmaların yapıldığı alanlarda stokastik sürecin etkin şekilde kullanıldığını görmek mümkündür. Çünkü çalışma alanlarında kullanılan verilerdeki kontrol edilemeyen değişimlerden kaynaklanan tutarsızlıkları kantitatif yollar ile incelemek için matematiksel model kurulmalıdır. Böyle bir matematiksel modelin kurgulanması esnasında stokastik süreçlerden faydalanılmaktadır (Alp, 2007).

Stokastik süreçleri değerlendirirken iki parametreye dikkat etmek gerekir bunlardan birincisi "zaman" parametresidir. $T = \{0, \pm1, \pm2, \ldots.\}$ ya da $T = \{0,1,2 \ldots\}$ olduğunda sürece kesik parametreli süreç, $T = \{t: -\infty < t < +\infty\}$ ya da $T = \{t: t \geq 0\}$ olduğunda sürekli parametreli süreç denir (Semerci, 2006). Dikkat edilmesi gereken ikinci parametre ise "durum uzayı"dır. X_t rassal değişkeninin alabileceği tüm değerler durum uzayı olarak tanımlanır. X_t için tanımlanmış olan $t = \{0,1,2 \ldots\}$ parametre kümesine bağlı durumların sonlu ve sayılabilir olma hali kesikli-durum süreci olarak adlandırılırken; durumların sayılamaz olma hali sürekli-durum süreci olarak adlandırılır (Akyurt, 2009).

Bu bilgilerden yola çıkarak stokastik sürecin dört şekilde kategorize edilmesi mümkündür.

Tablo 2.1 Stokastik Sürecin Sınıflandırılması

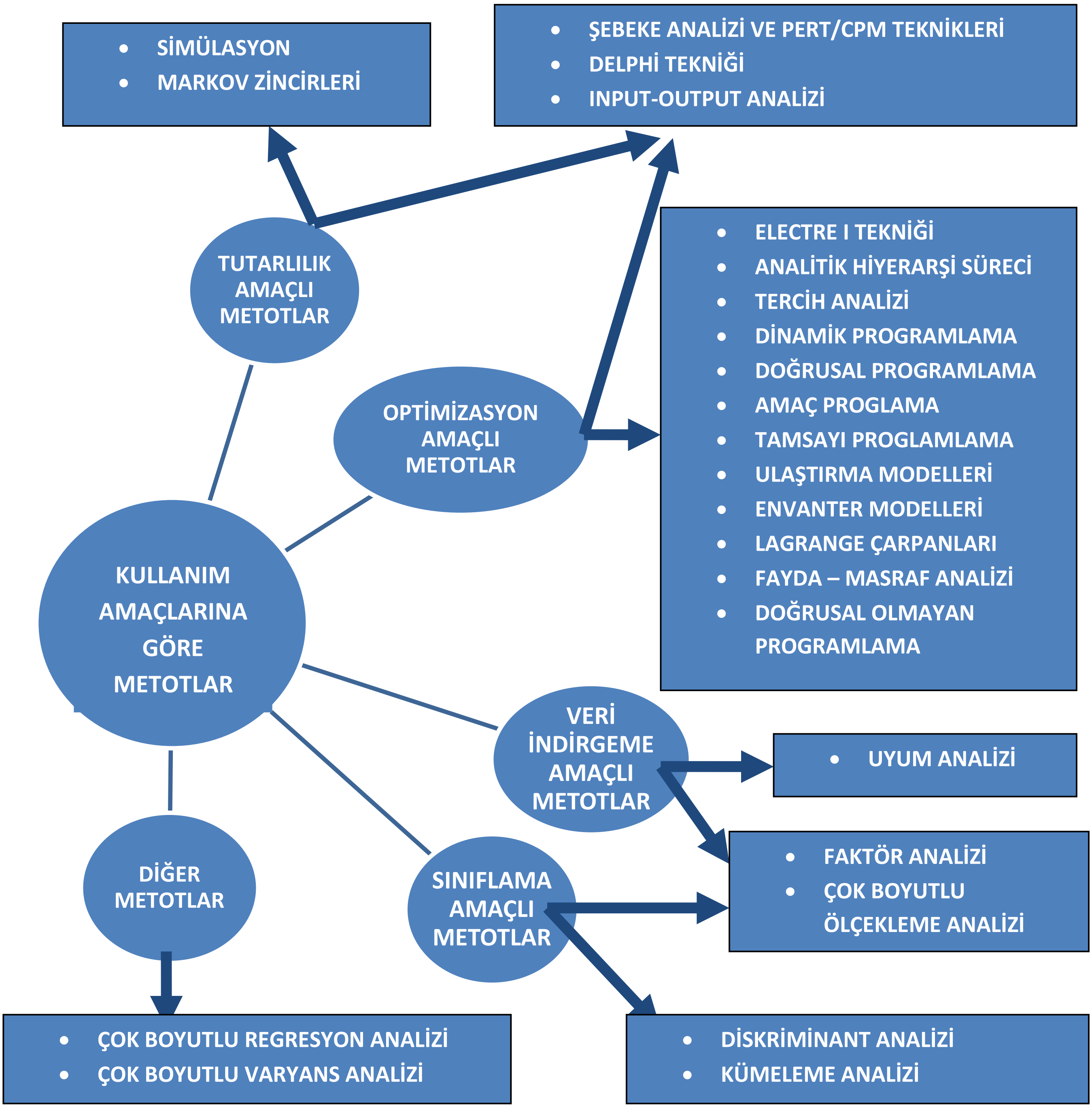
		ZAMAN PARAMETRESİ	
		$T = \{0,1,2 \ldots\}$	$T = \{t: -\infty < t < +\infty\}$
DURUM UZAYI PARAMETRESİ	X_t (Sayılabilir)	Kesik Zamanlı ve Kesik Durum Uzaylı Süreçler	Sürekli Zamanlı ve Kesik Durum Uzaylı Süreçler
	X_t (Sayılamaz)	Kesik Zamanlı ve Sürekli Durum Uzaylı Süreçler	Sürekli Zamanlı ve Sürekli Durum Uzaylı Süreçler

Kaynak :(Ellıott, Aggoun ve Moore, 2008)

Kesikli zamanlı olasılıksal süreçlerde gözlemler yalnızca saptanmış zamanlarda yapılır. Sürekli zamanlı olasılıksal süreçlerde ise, gözlemler tüm olası zamanlarda düşünülür (Akyurt, 2009).

2.1.1 Çok Boyutlu Karar Verme Metotlarının Sınıflandırılması

Hızlı ve doğru kararlar almada sistematik bir yaklaşıma gereksinim duyulmaktadır. Bu nedenle bilimsel karar alma süreci modellere dayanmaktadır. Karar almada kullanılabilecek çok çeşitli modeller ve teknikler geliştirilmiştir (Eldemir ve Şahin, 2008). Çok boyutlu karar verme metotları kullanım amaçlarına göre 5 sınıf altında incelenmektedir. Bunlar sırasıyla; tutarlılık amaçlı metotlar, optimizasyon amaçlı metotlar, veri indirgeme amaçlı metotlar, sınıflandırma amaçlı metotlar, diğer metotlar şeklindedir (Güngör ve Daşdemir, 2002).



Şekil 2.1 Çok Boyutlu Karar Verme Metotlarının Sınıflandırılması
Kaynak: (Güngör & Daşdemir, 2002).

Çok Boyutlu Karar Verme Metotları içerisinde yer alan Tutarlılık Amaçlı Metotlar bir tanesi olan Markov Modelini daha iyi anlamak için Markov Karar Süreci hakkında bilgi sahibi olunması gerekir.

2.1.2 Markov Karar Süreci

Markov karar süreçleri ilk defa; zamanla değişen durumları içerisinde bulunduran belirgin olmayan dinamik sistemlerin modellenmesinde kullanılmıştır. Bu sistemlerde, karar verici belirgin olmayan sonuçları kullanarak ardışık kararları oluşturmaya ihtiyaç duymaktaydı. Karar verici tarafından ele alınan her bir durum ya bir kazanç niteliği taşıyacak ya da bir zarara mal olacaktı. Bunun için karar vericinin amacı öncelikle durumların optimal ardışıklığını bulmak daha sonra ise verilen (sonlu ya da sonsuz) zaman aralığı içerisinde beklenen kazancı maksimum seviyeye çıkartmaktı (Ibe, 2009).

Markov sürecinin matematiksel yapısı ilk olarak 1923 yılında N. Wiener tarafından oluşturulmuştur. 1930 ve 1940 yıllarında W.Doebin, A.N. Kolmogorov, W.Feller, P.Levy ve J.L.Doob tarafından Markov sürecinin genel teorisi geliştirilmiştir (Alp, 2007).

Markov karar süreci Bellman tarafından ilk kez incelenmiştir. Bilim adamları tarafından yapılan araştırmalar neticesinde Markov Karar sürecinin temelinin kesikli zaman Markov zincirine dayandığı ifade edilmektedir. Markov Karar süreci yalnızca geçiş olasılıklarının bulunulan duruma ve harekete bağlı olduğu karar süreçleridir. Her karar anında sistem bir s durumundadır. Mümkün olan tüm durumların kümesi S ile gösterilmektedir. Karar verici t karar anında s olan sistemi gözlemleyerek s durumunda seçilebilmeye müsait olan A_s hareketlerinden bir a hareketini seçer. Her durum için alınan ve hareket kararlarından oluşan küme$(a_0 , a_1 , a_2 , \dots , a_s)$ Markov karar sürecinin politikası olarak değerlendirilir. A_s ; s durumunda seçilebilecek hareketleri gösterir. $P(A_s)$; s durumunda seçilebilecek A' nın alt kümelerinin olasılık dağılımını vermektedir. Yine s durumunda olan bir sistemde a gibi bir hareketin seçilmesi gelecek $t+1$ anındaki j durumuna geçiş olasılığını belirler. Sistemin bir sonraki karar anındaki $t+1$ durumu j ile tanımlanırsa da j durumuna geçme olasılığı $p_t(j \mid s, a)$ ile gösterilir ve buna geçiş olasılıkları fonksiyonu denir (Akyurt, 2009).

Yukarıda yer alan notasyonların oluşturduğu içindeki geçiş olasılıklarının şimdiki durumdan etkilendiği, hareketin de şimdiki durumdan seçildiği karar süreçlerine Markov Karar Süreçleri denir (Akyurt, 2009).

Saklı Markov Modelleri sonlu durum kümeleri olup, her bir küme bir olasılık dağılımıyla ilişkilendirilir. Bu sonlu durum kümeleri içerisindeki durumlar arasındaki geçişler; geçiş olasılıkları kümesini oluştururlar. Olasılıkdağılımına göre ele alınanbir durumdan ya sonuç ya da gözlem üretilebilir. Dışarıdaki gözlemci ise üretilenlerden sadece sonucu görebilir. Yani durumlar dışarıya saklıdır. İşte bu nedenle bu modellereSaklı Markov Modeli denilmektedir (Semerci, 2006).

Saklı Markov modelleri incelediğinde iki katmanlı rasgele sürecin varlığı gözlenmektedir. Bu iki katmanlı sürecin birinci katmanında Markov zinciri yer alırken; ikinci katmanında bu zincirin her bir durumu için ayrı ayrı tanımlanmış gözlem olasılıkları yer almaktadır (Semerci, 2006).

2.2 Markov Modeli

2.2.1 Tanımı

Olasılık modellerinin bir türü olan Markov analizi incelenirken; analizin amacının geçmişteki olaylardan bağımsız olarak sadece mevcut duruma bağlı kalmak olduğu saptanmıştır. Mevcut duruma bağlı sürecin gelecekte nasıl gelişme göstereceğini tahmin etmeye yönelik olasılıkları yapısında bulunduran bir sistematiğe sahiptir (Öztürk, 2005).

Yıllardır yapılan akademik çalışmalar baz alındığında rasgele değişkenlerin zaman boyunca değişimi ile ilgilenen bilim adamlarının farklı yöntemler kullandıklarına şahit olunur. Örneğin hisse senedi fiyatlarındaki veya firma pazar paylarındaki değişimi anlayabilmek amacıyla son yıllarda en çok kullanılan yöntemler arasında Markov Modeli de yerini almıştır (Gül, 2006).

Markov analizinde verilen durumdan daha ileri geçiş olasılığı, analizin ulaştığı biçime bağlı değil, sadece mevcut duruma bağlı olma özelliğini yapısında bulunduran bir rassal sürecin varlığından söz edilebilir. Bu bağlamda geçmişteki ve şimdiki faaliyetlerin olasılıklarından yola çıkarak gelecekteki olası durumları belirlemek Markov analizinin temelini oluşturmaktadır (Çöloğlu, 2006).

Markov zincirinin tahmin edilebilir olması oldukça güzel bir durumdur fakat burada Markov zincirinin gizliliği ile ilgilenilir. Başka bir değişle Markov zincirinin gizli olduğu için kararlar durumların olasılıksal dağılımları üzerinden tesis edilmelidir (Mamon ve Elliott, 2007).

2.2.2 Literatür Çalışması

Markov analizinin temeli yirminci yüzyılda Markov tarafından kapalı bir kutu içerisindeki gaz molekülerinin yapısını incelemeye yönelik yapılmış olan çalışmaya dayanır. Bu çalışmanın matematiksel bir kalıba oturtulması Markov Modelinin temelini oluşturmaktadır (Alp, 2007).

Literatürde Markov zincirinin birçok alanda farklı bir modelleme tekniğini kullanarak çözümler ürettiği gözlemlenmektedir (Çöloğlu, 2006). Sadece istatistiksel amaçlara hizmet etmekle kalmayan model ayrıca eğitim, pazarlama, sağlık hizmetleri, finans, mühendislik, sosyal bilimler, ekonomik planlamalar da dâhil olmak üzere birçok sektörel yapıya yön veren kararların alımında önemli bir rol üstlenmektedir (Gül, 2006).

Genel olarak literatürde yer alan çalışmalara örnek vermek istenildiğinde;

- Üretim sistemleri ve stok yönetimi konusunda; Giannoccaro, Pontrandolfo, Xiaobo, Djamaludin, Yeh, Yang, Hill, Cho, Aldaihani ve Savsar' ın yapmış olduğu çalışmalar ön plana çıkmaktadır (Akyurt, 2009).
- Das (1996), Markov zincirinin kullanım alanlarından biri de faiz oranlarının ve faiz oranlarındaki güven aralığı fiyatlamalarının olduğunu yaptığı çalışmalar ile ispatlamaya çalışılmıştır. Bunun için oluşturduğu geçiş olasılıkları matrisi bunun ilk adımı olarak gösterilmektedir. Bunun yanı sıra Cox, Ingersoll ve Ross (1985) (CIR) faiz oranı modellemesinde kullanılan yapının hem akademisyenler hem de pratisyenler arasında daha yaygın kullanılacağını iddia etmişlerdir. Ayrıca Markov zinciri ile faiz oranlarının ilişkilendirildiği çalışmalara Bhar ve Chirella (1997) ve Heath, Jarrow ve Morton (1992) eserlerinde de rastlamak mümkündür (Bhar ve Hamori, 2004).
- Kalite yönetiminde; Saccucci ve Lucas (1990), Fua, Spiringa ve Xieb (2002), Aparisi ve Diaz (2007), Serel ve Moskowitz (2008), Yang ve Yu (2007), Wu ve Shieh (2006), yapmış olduğu çalışmalar ön plana çıkmaktadır (Ertuğrul ve Aytaç, 2007).
- Finansal alanda kullanılmasına yönelik ilk gelişmeler; 80'lerin sonunda zaman serilerinin James Hamilton tarafından Markov süreci bağlamında incelenmesi ile başlamaktadır. Daha sonra finans ve ekonomi alanlarında (faiz oranı, opsiyon değeri, hisse senedi fiyatları, ticari döngü başlıkları altında) sürekli ve kesikli Markov zincirlerinden faydalanılmıştır (Mamon ve Elliott, 2007).

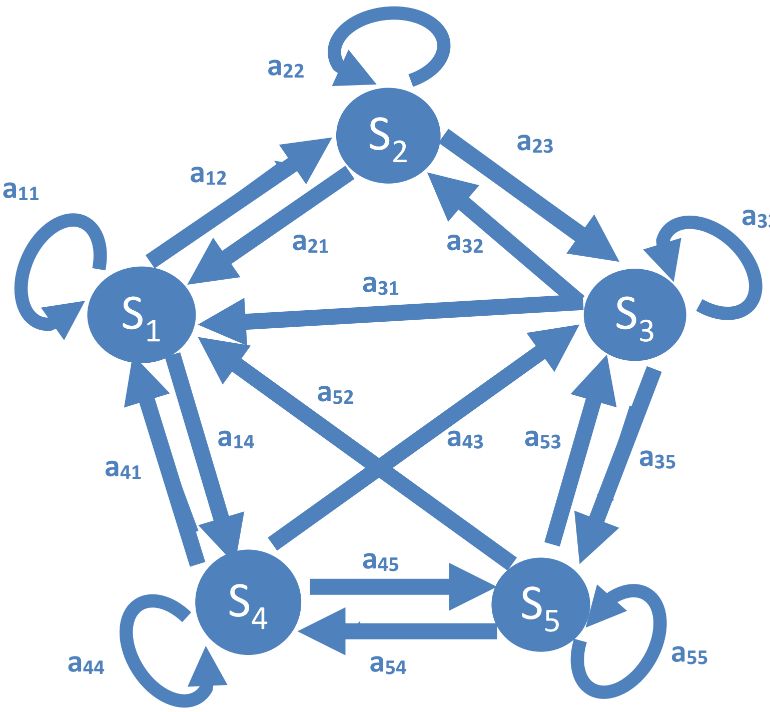
2.2.3 Markov Süreci

Markov süreci stokastik bir süreç olup, sürecin davranışı önceki durumlara bağlı olmayıp yalnızca şimdiki duruma bağlıdır (Akyurt, 2009). Markov analizine konu olan Markov sürecinde bir optimizasyon sonucuna ulaşmak yerine çeşitli karar durumlarında karar vermeye yardımcı olabilecek olasılıklı bilgiler sağlama amacı güdülür (Alp, 2007).

Markov süreci, bir yöneylem araştırma tekniği olup; mevcut olan bir faaliyetin gelecekteki durumu hakkında bilgi edinmeyi sağlar (Resnick, 1992). $\{X_t : t \in T\}$ bir stokastik süreç olsun $t_1 < t_2 < t_3 < \cdots < t_n$ koşulunu sağlayan her $t_1, t_2, \ldots, t_n \in T$, n=1,2,….. için, $\Pr(X_{t_n} \le x_n \mid X_{t_n} \le x_1, X_{t_n} \le x_2, \ldots, X_{t_{n-1}} \le x_{n-1}) = \Pr(X_{t_n} \le x_n \mid X_{t_{n-1}} \le x_{n-1})$ eşitliği sağlanıyorsa $\{X_t, t \in T\}$ stokastik sürecine Markov süreci adı verilir (Duman, 2006).

Bir başka ifade ile **;** X_t'nin koşullu olasılığı; $X_{t_1}, X_{t_2}, X_{t_3} \dots \dots X_{t_{n-1}}$'nin verilen değerlerinden yalnızca $X_{t_{n-1}}$'nin değerine bağlıysa**,** X_t stokastik sürecine Markov Süreci denir, Markov özelliği olarak da ifade edilebilir (Ibe, 2009).

Şekil 2.2'de 5 durumlu bir Markov zinciri örneği mevcuttur. Durumlardan durumlara geçişin olduğu mevcut olası kombinasyonlar Şekil 2.2 aracılığıyla gösterilmeye çalşılmaktadır (Semerci, 2006). Burada dikkat edilmesi gereken en önemli konu Markov sürecini simgeleyen modellerin kurulabilmesi için, incelenen sistemin içinde bulunabileceği farklı durumların ve bu durumlar arasındaki geçişlere ait olasılıkların bilinmesinin gerekliliğidir (Alp, 2007).



Şekil 2.2 Durumlu Bir Markov Zinciri Örneği
Kaynak : (Semerci, 2006)

2.2.4 Markov Zinciri

2.2.4.1 Temel Kavramlar

Markov zincirleri birçok ekonomik ve finansal değişkenlerin stokastik doğasını içine alan oldukça yararlı bir metot olarak geliştirilmektedir. Konuşma tanımlamalarında olduğu gibi bazı mühendislik uygulamalarında yaygın olarak kullanılmasına rağmen sosyal bilim araştırmalarındaki birçok alanda etkisi yeni yeni tanımlanmaktadır (Bhar ve Hamori, 2004).

Markov zinciri teorisi; bir olaylar serisinin sahip olduğu çok sayıda olası sonuca bağlı bir olayın belli bir sonucu olarak ele alınır. Ve burada bir olayın bir önceki olaydan kaynaklı fiili sonucuna bağlı olan bir durumunu anlatmak için Markov zinciri teorisi kullanılır (Bozkurt,1992).Kısacası; Markov zincirleri teorisi, birbirini takip eden durumların ortaya çıkma olasılıklarını veren bir olasılıklar hesabı problemidir(Gürbüz ve Köse, 2002). Markov süreçleri, aynı stokastik süreçler gibi zaman parametresine ve durum uzayına göre 4 şekilde sınıflandırılır. Bu sınıflandırmada; durum uzayı kesikli olan Markov sürecine Markov zinciri adı verilir (Ibe, 2009). Sırasıyla bu süreçler;

- Kesikli – Zamanlı Markov Zinciri (ya da Kesikli – Zamanlı ve Kesikli – Durumlu Markov Süreci)
- Sürekli – Zamanlı Markov Zinciri (ya da Sürekli – Zamanlı ve Kesikli – Durumlu Markov Süreci)
- Kesikli – Zamanlı Markov Süreci (ya da Kesikli – Zamanlı ve Sürekli – Durumlu Markov Süreci)
- Sürekli – Zamanlı Markov Süreci (ya da Sürekli – Zamanlı ve Sürekli – Durumlu Markov Süreci)

Tablo 2.2 Markov Süreçlerinin Sınıflandırılması

		DURUM UZAYI	
		KESİKLİ	**SÜREKLİ**
ZAMAN	**KESİKLİ**	KESİKLİ – ZAMANLI **MARKOV ZİNCİRİ**	KESİKLİ – ZAMANLI MARKOV SÜRECİ
	SÜREKLİ	SÜREKLİ – ZAMANLI **MARKOV ZİNCİRİ**	SÜREKLİ – ZAMANLI **MARKOV SÜRECİ**

Kaynak : (Ibe, 2009)

Pazarlama, hisse senetleri, personel yönetimi, alacak yönetimi, stok yönetimi, kalite kontrol gibibazı işletme problemlerinin çözümündeMarkov zincirleri model kurma aşamasında ve problemlerde yer alan durum değişimlerindeki geçişlerin incelenmesinde kolaylık sağlamaktadır (Gürbüz ve Köse, 2002).

2.2.4.2 Tanım (Markov Zinciri)

Markov zinciri bir stokastik süreç olup; 1907 yılında Rus Matematikçi Markov tarafından önerilmiştir (Bhar ve Hamori, 2004).

Bir stokastik süreç, t zamanında ve x durumunda bulunan rasgele değişkenlerin birlikteliğini ifade eder. Örneğin; $\{x, t \geq 0\}$, t϶T ifadesini yazalım. T nin sayılabilir olması halinde bu süreç sayılabilir stokastik süreç olarak tanımlanır (Bhar ve Hamori, 2004).

m olası durumu olan bir S sistemi düşünelim; Eşitlik (2.1)'de I tarafından gösterilsin (Jaanssen ve Manca, 2007).

$$I = \{1,2,\dots,m\} \tag{2.1}$$

Bu S sistemi rasgele olacak şekilde farklı zamanlarda $(t = 0, 1, 2, \dots, n, \dots)$ geliştirilsin ve J_n, S sisteminin n zamanındaki durumunu göstersin.

$j_0, j_1, \dots, j_n \epsilon I$serisininhepsi için $(J_n,\ n\epsilon N)$ 'yi sağlayan rasgele ardışıklık serisi Eşitlik (2.2.)'de gösterilen Markov zincirini verir (Jaanssen ve Manca, 2007).

$$P(J_n = j_n \mid J_0 = j_0, \mathrm{J}_1 = \mathrm{j}_1, \dots, J_{n-1} = j_{n-1} = P(J_n = j_n \mid J_{n-1} = j_{n-1}) \tag{2.2}$$

Markov süreci aşağıdaki koşulları karşıladığında Markov zinciri adını alır (Hiller ve Liberman, 1986).

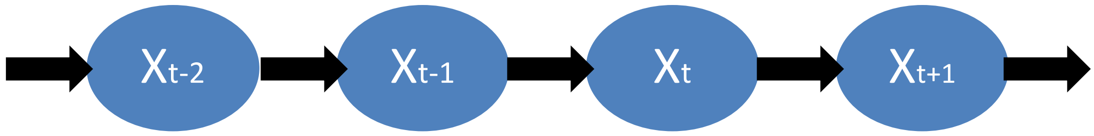
- Markov özelliğine sahiptir. (Bir önceki durum verilerek bir sonraki durumun koşullu olasılığının daha önceki durumlardan bağımsız olma özelliği)
- Başlangıç olasılıkları biliniyordur.
- Olası durumlar kümesi sonsuz değildir. (1,2,….,n)
- Durağan geçiş olasılıkları mevcuttur.

Diğer bir tanımlamada şu şekilde yapılmıştır. Her n doğal sayısı ve $\mathrm{i}_0, \mathrm{i}_1, \dots \dots \mathrm{i}_{n+1}$ durumları için;

$$\mathrm{P}(\mathrm{X}_{n+1} = \mathrm{i}_{n+1}/\mathrm{X}_n = \mathrm{i}_n, \dots \dots, \mathrm{X}_1 = \mathrm{i}_1, \mathrm{X}_0 = \mathrm{i}_0) = \mathrm{P}(\mathrm{X}_{n+1} = \mathrm{i}_{n+1}/\mathrm{X}_n = \mathrm{i}_n) \tag{2.3}$$

şartını sağlayan $(\mathrm{X}_n)_{n=0}^{\infty}$ stokastik sürecine Markov zinciri denir (Gül, 2006).Burada bir sonraki zamanda oluşacak durum yalnızca şimdiki zamandan etkilenecektir. Geçmiş zamandaki durumlardan tamamen bağımsız olacaktır. Yani iki ardışık durum arasındaki zaman; Üstel dağılmışsa Sürekli zamanlı Markov zinciri, Geometrik dağılmışsa Kesikli zamanlı Markov zinciri adını alır (Akyurt, 2009).

Markov zincirleri, dinamik ve stokastik sistemlerin analizinde ve özellikle bir sistemin zamanboyunca içinde bulunabileceği farklı durumlar arasında yaptığı hareketlerin incelenmesinde yaygın olarak kullanılan modellerdir. Rasgele değişkenler özel bir yolla matematiksel uygunluğa bağlıdır. Şekil 2.3'te gösterildiği üzere geçmiş ile gelecek arsındaki bağlılığın şimdiki zaman ile ilişkisi şeklindedir (Zucchini ve Macdonald, 2009).



Şekil 2.3 Geçmiş İle Gelecek Arasındaki Bağlılığın Şimdiki Zaman İle İlişkisi
Kaynak : (Zucchini ve Macdonald, 2009)

Sisteminbelli biranda bulunacağı durumu tahmin etme özelliği ile birlikte sistemin uzun dönemde bulunacağını durumu tahmin etme yeteneğine sahip olan Markov Zincirleri simülasyon modelleri gibi bir işlev görürler (Aytemiz ve Şengönül, 2004).

2.2.4.3 Tanım (Markov Matrisi)

Markov Modelinde matris yapısının oluşumunu anlayabilmek için öncelikli olarak; vektörel yapı hakkında bilgi sahibi olması gerekmektedir. Bir $u = [u_1 , u_2 \ldots \ldots u_n]$ vektörünün olasılık vektörü olabilmesi için, öncelikle negatif öğelerinin olmaması ve öğelerin toplamının 1'e eşit olması şarttır (Semerci, 2006).

Sistemin belli bir t anında içinde bulunabileceği tüm durumlara ait olasılıkları gösteren vektöre durum olasılık vektörü adı verilir (Aytemiz ve Sengönül, 2004). Sadece şu an içinde bulunduğu duruma bağlı ve geçmiş olaylar sırasında içinde bulunduğu durumlardan bağımsız olan sisteme Markov Sistemi denir (Ertuğrul ve Aytaç, 2007). Bir olasılık matrisinin oluşumunda tüm satırların olasılık vektörü olması gerekmektedir (Semerci, 2006).

Olasılık değerleri zamana (n) bağlı değilse Markov zinciri $(J_n , \ n \geq 0)$ homojendir (Jaanssen ve Manca, 2007). Bu durumda;

$$P(J_n = j \mid \mathrm{J_{n-1}} = \mathrm{i}) = \mathrm{p_{ij}} \tag{2.4}$$

Ve bu durumda P matrisi Eşitlik (2.5) ile ifade edilir.

$$P = [\, p_{ij} \,] \tag{2.5}$$

P matrisi, Markov matrisi veya geçiş matrisi olarak iki şekilde adlandırılmaktadır (Jaanssen & Manca, 2007).

Bütün $i , j \in E$' ler için elemanları p_{ij}'ler olan bir P kare matrisini ele alalım. Aşağıdaki şartları sağlayan bir P matrisi, E üzerinde bir Markov matrisi olarak adlandırılır.

- Herhangi bir $i , j \in E$ için $p_{ij} \geq 0$ ve

- Her $i \in E$ için $\sum_{j \in E} p_{ij} = 1$ dir.

Bu tanıma göre bir Markov zincirinin geçiş olasılıklarının oluşturduğu matrise zincirin geçiş matrisi denir (Gül, 2006). 0 ve 1 arasındaki geçişlerin olduğu bir sistemi düşünürsek; bu geçişlerin oluşturacağı olasılık matrisi Eşitlik (2.6)'da gösterilmiştir. Bu matristen de anlaşılacağı üzere bu sistemde birkaç geçişin olduğunu ve bu geçişlerde olasılık değeri olan p nin değişmeyeceğini gözlemleyeceğiz. O halde iki durumlu Markov zincirinden bahsediliyor demektir (Bhar & Hamori, 2004).

$$P = \begin{bmatrix} p & 1-p \\ 1-p & p \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

Eğer üç durumlu bir Markov zincirinden bahsediyorsak, geçiş olasılıkları matrisi aşağıdaki formda olacaktır (Bhar & Hamori, 2004).

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} & p_{31} \\ p_{12} & p_{22} & p_{32} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

Geçiş olasılığı matrisi, verilen mevcut bir durumdan gelecekteki bir durumda bulunmanın koşullu olasılığını gösteren bir yapıya sahiptir. Kısacası; mevcut durum olan i durumundan gelecekteki j durumunda olmanın koşullu olasılığı p_{ij} ile gösterilmek üzere Eşitlik (2.8)'de geçiş olasılıkları, matris yardımıyla gösterilmiştir. Bu matrise bir adımlı geçiş olasılıkları matrisi denir (Render & Stair, 1991).

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \cdots & p_{2n} \\ . & . & . & \cdots & . \\ . & . & . & \cdots & . \\ p_{m1} & .. & .. & \cdots & p_{mn} \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

Bir geçiş olasılıkları matrisi bütün geçiş olasılıklarını ifade ediyorsa yani $s\ x\ s$ boyutlu bir matris ise; bu matrise P geçiş matrisi adı verilir (Akyurt, 2009). P geçiş matrisindeki her satır için olasılık toplamının 1'e eşit olduğu ifade edilir (Zucchini & Macdonald, 2009).

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{s1} & \cdots & p_{ss} \end{pmatrix} \tag{2.9}$$

Bir başka ifade ile $\{X_t : t \in T\}$ bir homojen Markov zinciri olsun;

$$p_{j,k}(n) = Pr(X_{n+t} = k \mid X_t = j) \quad , \; t, n \in T \tag{2.10}$$

Fonksiyonuna homojen Markov zincirinin n-adımlı geçiş olasılık fonksiyonu adı verilir (Duman, 2006).

Markov zincirinin i. durumdan başlayarak n adım sonra j. durumda bulunması için s adım sonra k gibi bir adımda bulunması ve sonra da k. durumdan j. duruma n-s adımda ulaşması; $\{X_t : t \in T\}$ homojen bir zincirin varlığını gösterir. Bu homojen zincirin oluşturduğu denkleme Chapman-Kolmogorov denklemi adı verilmekte olup Eşitlik (2.11)'de gösterilmektedir (Duman, 2006).

$$p_{i,j}(n) = \sum_{k \in R} p_{i,k}(s) * p_{k,j}(n-s) \quad ; \; \forall\, i, j \in E \;\; ve \;\; \forall\, n, s \; öyleki \; s > t \tag{2.11}$$

Geçiş olasılıkları sıralanışı $p_{ij}^{(n)}$ aşağıdaki Eşitlik (2.12)'de gösterilmiştir.

$$p_{ij}^{(n)} = P(\, J_{v+n} = j \mid J_v = i \,) \tag{2.12}$$

Geçiş olasılıkları matrisinin n adımlı durumu P matrisinin n'inci kuvvetinin hesabına eşdeğerdir (Jaanssen & Manca, 2007).

$$P^{(n)} = [\, p_{ij}^{(n)}] \tag{2.13}$$

P bir Markov matrisi olup eğer k pozitif üssü bulunuyorsa, $P^{(k)}$ matrisinin tüm elemanları tam manası ile pozitiftir (Jaanssen & Manca, 2007).

Markov zinciri modelinin karar vericiye sağladığı bilgiler matrisin, düzenli veya yutucu oluşuna göre değişir. Karar vericinin matrisi değerlendirmeden önce Markov zincirindeki durumların sınıflandırmak zorundadır.

1) Geçişli Durum: i durumundan j durumuna ulaşılabilirken ; j durumundan da i durumuna ulaşılabiliyorsa ve bu durumlar arasında geçişler varsa Markov zinciri indirgenemez (Öztürk, 2005).

2) Yutucu Durum: tek adımda geçiş olasılığı $p_{ij} = 1$ ise; i durumu yutucu durumdur. (Öztürk, 2005).

3) Yinelenen Durum: Eğer bir durum geçişli değilse ona yinelenen durum adı verilir (Öztürk, 2005).

Yukarıdaki durumlar hakkında bilgi edindikten sonra Markov matrisi hakkında aşağıdaki ifadeleri kullanmak mümkündür.

Geçiş olasılıkları matrisinin düzenli olması durumunda matrisin kuvvetlerinin tüm elemanları pozitiftir. Bir geçiş olasılıkları matrisinin yutucu özellik taşıması için en az bir yutucu duruma sahip olması gerekir. Ayrıca herhangi bir yutucu olmayan durumdan yutucu duruma bir veya daha fazla aşamada geçişin mümkün olması gerekir (Alp, 2007).

Gün içerisindeki hava değişikliklerini gösteren üç durumlu bir Markov zinciri oluşturalım.

1. Durum: Havanın güneşli olma hali

2. Durum: Havanın bulutlu olma hali

3. Durum: Havanın yağışlı olma hali

Herhangi bir t günde havanın durumsal geçişleri aşağıdaki matriste gösterilmiştir. Durum geçiş olasılıkları 3*3 boyutundaki $\mathrm{P} = \{\mathrm{p_{ij}}\}$ matrisinde verilir. Eşitlik (2.14)'ten de anlaşılacağı üzere P matrisinin her satırının toplamı bire eşittir (Haberdar, 2005).

$$P = \{p_{ij}\} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 0,2 \\ 0,4 & 0,3 & 0,3 \\ 0,1 & 0,2 & 0,7 \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

$t = 1$ gününde havanın güneşli olduğunu ifade eden bir araştırmacı $t = 2$ gününde havanın güneşli olma ihtimalini yukarıdaki matris yardımıyla işlem yapmadan kolaylıkla hesaplayabilmektedir. Fakat bu araştırmacı 5 gün içerisindeki hava tahmin raporunu "güneşli-bulutlu-yağmurlu-bulutlu-güneşli" elde etmek istiyorsa bu hesaplamayı aşağıdaki yolla yapabilmektedir.

Öncelikle; $t = 1,2,3,4,5,6$' e karşılık gelen gözlem dizisini oluşturmalıdır.

$$O = \{S_1, S_2, S_3, S_2, S_1\ \} \tag{2.15}$$

Burada dikkat edilmesi gereken en önemli nokta sistemin ilk anda hangi durumda olacağıdır (Haberdar, 2005). İlk durum olasılığı $t = 1$ anında havanın güneşli olma durumu bilindiği için;

$$\pi_i = P[q_t = S_i] \ , \qquad 1 \le i \le N \tag{2.16}$$

formülizasyonu kullanılarak $\pi_1 = 1$ olduğu söylenmektedir.

Buna göre model aşağıdaki biçimde oluşturulur.

$$P(O \mid Model) = P[S_1, S_2, S_3, S_2, S_1 \mid Model] \quad (2.17)$$
$$= P[S_1] \,.\, P[S_1 \mid S_1] \,.\, P[S_1 \mid S_2] \,.\, P[S_2 \mid S_3] \,.\, P[S_3 \mid S_2] \,.\, P[S_2 \mid S_1] \quad (2.17a)$$
$$= \pi_1 \,.\, p_{11} \,.\, p_{12} \,.\, p_{23} \,.\, p_{32} \,.\, p_{21} \quad (2.17b)$$
$$= 1 \,.\, (0{,}5) \,.\, (0{,}3) \,.\, (0{,}3) \,.\, (0{,}2) \,.\, (0{,}4) \quad (2.17c)$$
$$= 0{,}0036 \quad (2.17d)$$

Modelin belirgin bilinen bir durumda olduğu varsayılırsa; d kadar gün boyunca havanın aynı durumda kalması olasılığının ne olacağı sorusuna cevap olarak aşağıdaki model kullanılır (Semerci, 2006).

Sistemin bulunduğu her durum gözlemlenebilir fiziksel bir olayı ifade eder (Haberdar, 2005). Bu modelin gözlem dizisi Eşitlik (2.18)'de gösterilmiştir.

$$O = \left\{ S_{i_1}, S_{i_2}, S_{i_3}, \ldots\ldots, S_{i_d}, S_{j_{d+1}} \neq S_i \right\} \quad (2.18)$$

Bu gözlem dizisine bağlı model Eşitlik (2.19)'da verilmiştir.

$$P(O \mid Model, q_1 = S_i) = (a_{ij})^{d-1}(1 - a_{ij}) = p_i(d) \quad (2.19)$$

$p_i(d)$' nin büyüklüğü i durumundaki d süre için kesikli olasılık yoğunluk fonksiyonunun değerine eşdeğerdir. $p_i(d)$' den faydalanarak aşağıdaki olasılık formülleri elde edilir (Semerci, 2006).

$$\overline{d_i} = \sum_{d=1}^{\infty} d p_i(d) \quad (2.20)$$
$$= \sum_{d=1}^{\infty} d (p_{ij})^{d-1} (1 - p_{ij}) = \frac{1}{1-p_{ij}} \quad (2.20a)$$

Bulunan bu olasılık formüllerinden yola çıkarak yukarıdaki örnekte belirtilen güneşli olarak geçmesi beklenen sonraki günlerin sayısını şöyle hesaplanır.

$$\overline{d_i} = \frac{1}{1-p_{ij}} = \frac{1}{1-0{,}5} = 2 \quad (2.21)$$

Aynı şekilde bulutlu olarak geçmesi beklenen sonraki günlerin sayısı;

$$\overline{d_i} = \frac{1}{1-p_{ij}} = \frac{1}{1-0{,}3} = 1{,}4 \quad (2.21a)$$

Aynı şekilde yağmurlu olarak geçmesi beklenen sonraki günlerin sayısı;

$$\overline{d_i} = \frac{1}{1-p_{ij}} = \frac{1}{1-0{,}7} = 3{,}3 \qquad (2.21b)$$

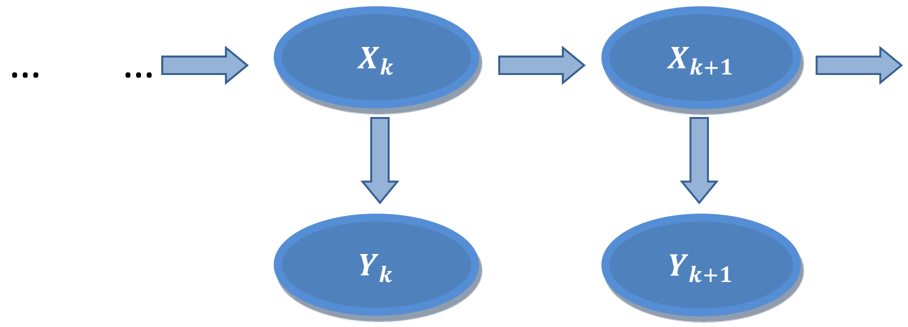
olarak hesaplanır.

2.3 Saklı Markov Modeli

2.3.1 Tanımı

Bu zamana kadar tüm Markov modellerindeki süreçlerde yer alan ardışık durumların akla yatkın olduğu gözlenmektedir. Bu bölümde süreçteki ardışık durumları- bu süreçte meydana gelen geçişler bilinmeksizin - sadece tahminler doğrultusunda süreç dinamiklerinde ve gözlemlerindeki ardışıklığı hesaba katarak değerlendirilir (Ibe, 2009).
“Saklı” kelime olarak gözlemlenebilir verilerin yer aldığı bir data içerisinde direkt olarak tahmin edilemeyen durumları vurgular. “Saklı süreç” ise Markov un doğasında yer alan bir sonraki durumun yalnızca mevcut duruma ve durumlar arası geçiş olasılıklarına bağlı olduğu bir süreçtir. Saklı Markov Modelinde tahmin edilemeyen ve temeli oluşturulmamış durumlarınsıklıkları sınırlı (ölçülebilir) durum uzayına sahip Markov zincirindeki gibi takip edilir ve herhangi bir zamanda gözlemlerdeki olasılık dağılımları sadece Markov zincirindeki mevcut duruma bağlıdır (Bhar ve Hamori, 2004).

Bir Saklı Markov Modeli (SMM)’nde (SMM) , $\{X_k, Y_k\}_{k\geq 0}$ ayrı zaman süreçlerinde $\{X_k\}$’nın Markov zinciri olduğu durumda ve $\{Y_k\}$’nın bağımsız rasgele değişkenlerinin ardışıklıkları sadece $\{X_k\}$’ya bağlı $\{Y_k\}$’ların koşullu dağılımları şeklindedir. Burada ayrıca Markov zinciri ile gözlemlenebilir süreçlerin arasındaki ilişkinin anlatımında $\{X_k\}$’nın Markov zincirinde yer alan bir değişken olduğu ve $\{Y_k\}$’ların dağılımını etkilediği sonucuna varılmaktadır (Cappe, Moulınes ve Ryden, 2005).



Şekil 2.4 Görünür ve Saklı Süreç Arasındaki İlişki
Kaynak : (Cappe & Moulınes & Ryden, 2005)

Şekil 2.4'te $\{Y_k\}$'nın görünür bir süreci temsil ettiği ve $\{X_k\}$'nın saklı bir zinciri oluşturduğu noktada SMM'nin varlığından söz edilir. $\{X_{k+1}\}$ değişkenin dağılımı $X_0, \ldots, X_k$ şeklindeki sürecin tarihsel yapısı ile koşullu olmakla birlikte; $\{X_{k+1}\}$'nın değeri bir önceki değer olan $\{X_k\}$ ile hesaplanmaktadır. Buna Markoviyen Özellik denilmektedir (Cappe ve Moulınes ve Ryden, 2005).

Saklı Markov Modeli yapısı itibariyle Markov Model teorisine dayanmaktadır. Markov Modelinde düğümler sadece gözlemlenen öğeleri ifade ederken; Saklı Markov Modelleri gözlemlenemeyen ve varsayılan bağlantılar için saklı düğümler oluşturarak ilişkilendirmeyi varsayımımıza göre yapar (Agun, 2008).

Saklı Markov Modeli (SMM) gözlemciden iç durumları saklanmış olan Markov zincirinin temelini oluşturan süreci tahmin etmeye çalışır. Burada genellikle sistem durum numaraları ve bilinen durum geçiş olasılıkları tahminlenmeye çalışılır. Bunun için Markov zincirindeki her bir durum ile ilişkilendirilebilecek iki parametreden söz edilir (Ibe, 2009). Bunlar aşağıda verilmiştir.

- Sembol yayma tahminleri: Bir durumdan farklı olanaklı çıktıların tahminleri olarak tanımlanmaktadır
- Geçiş olasılıkları: Mevcut durumdan yeni bir duruma başlama olasılıkları olarak tanımlanmaktadır.

Bu tez çalışmasındaMarkov modellerinde bulunan kısıtlayıcı durumları ortadan kaldıran Saklı Markov Modelleri incelenecektir. Bu kısıtlılığın ortadan kaldırılması aşamasında; gizli bir süreç olan gözlem dizilerini oluşturacak başka bir olasılıksal süreç kümesi kullanılacaktır (Semerci, 2006).

Kısacası Saklı Markov modelleri; Makroekonomik değişkenlerin analizinde literatürde yer almış olan ve bizleri önemli deneysel sonuçlara götüren Markov modellerinden güdülenmektedir (Mamon ve Elliott, 2007).

Bir başka ifade ile Saklı Markov Modeli (SMM) iki stokastik süreç içerir. Birinci süreç, Markov süreci olup zaman ile ilgili değişikliklerde kullanılır ve bu süreçte durumları da içeren bir Markov zinciri üretilir. İkinci süreçte ise gözlemlenebilir olan özellik parametreleri veya gözlemler denilen rasgele değişkenler yer alır (Agun, 2008).

Saklı Markov Modeli (SMM)'nin kuruluşu ve bu model ile ilgili modellerin yapısı; teori ve deneysel araştırmalarıiçerenbir çok verinin yer aldığı dinamik finansal ve ekonomik model taslakları üzerindeki bir oluşumu anlatmaktadır (Mamon ve Elliott, 2007).

2.3.2 Literatür Çalışması

Saklı Markov Modeli (SMM) ilk defa 1940'lı yıllarda çalışılmaya başlanmıştır. Fakat modelin teorik altyapısını oluşturmaya yönelik çalışmalar 1970'li yıllarda Baum (1972), Petrie (1969), Baum ve Eagon, (1967) ve Baum ve Petrie, (1966) tarafından uygulamaya konulmuştur (Öz, 2009).

Saklı Markov modellerinin konuşma tanımlamalarında kullanılışının ilk rapor haline getiren Levinson, Rabiner ve Sondhi (1983) ile Juang ve Rabiner (1991) dir. Birçok dilde, farklı sıralamada aynı kelimelerin telaffuzunda, farklı zamanlarda farklı insanlar tarafından çıkarılan ses aşırı derecede değişken olabilir. Konuşma tanımlamalarında, SMM tahminsel süre içerisinde bir kelimenin çıkardığı ses sinyallerini karakterize edebilmektedir. Bir konuşma sinyali yaklaşık olarak 256 kategorisel etiket uzunluğunda ardışıklığı göstermektedir, örneğin phonomeler, dilde belirli yerlerde geçerlidirler. Konuşma tanımlama sistemlerindeki setlerde hangi kelimenin söylendiği tanımlanmaya çalışılır. İyi denenmiş (üzerinde çalışılmış) bir konuşma tanımlama sistemi kelimenin bütünü gibi tüm ses ardışıklıklarındaki yüksek olasılığı ayırma ve tayin etme özelliğine sahip bir model olduğu gibi olabilecek diğer ses ardışıklıklarını da düşük olasılıklandırmaktadır (Ibe, 2009).

Ölçülebilir farklı serilere sahip durumlar ile belirli olmayan parametrelerin kullanıldığı çalışma alanlarında örneğin iletişim sektöründe, konuşma süreçlerinin takibinde ve biyolojik sinyal süreçlerinin takibinde Saklı Markov Modeli (SMM) kullanılmaktadır (Ellıott ve Aggoun ve Moore, 2008).

Terminolojide Saklı Markov Modelleri en çok konuşma sinyallerinin algılanmasında ve sinyallerde meydana gelebilecek olan periyodik değişimlerin tahmininde kullanılırken; son zamanlarda bu model türünün finans, ekonomi ve yönetim bilimleri alanında yapılan çalışmalarda etkin bir şekilde kullanılmaktadır (Mamon ve Elliott, 2007).

Saklı Makov Modelleri (SMM) farklı çevresel haberleşme modellemelerinde de kullanılmıştır. Örneğin, Turin ve Sondri (1993), Turin ve Van Nobelen (1998), Turin (2000), ve Chao ve Yao (1996) tarafından zayıflamış haberleşme kanallarının modellemesinde kullanmıştır. Ayrıca Saklı Markov Modeli (SMM), Costamagna (2003) tarafından internet trafik modellemesinde kullanılmıştır (Ibe, 2009)

Sonraki yıllarda özellikle bilgisayar sistemlerinin gelişmesi ile bilgisayara dayalı uygulama alanlarda oldukça gelişmiştir. Bu alanda temel sayılabilecek çalışmalar aşağıda verilmiştir.

- Konuşma tanımada (Rabiner ve Juang, 1993), (Rabiner, 1989),
- Dijital iletişimde (Elliott, Aggoun ve Moore, 1995)
- Modern iletişim ağlarında (Heffes ve Lucantoni, 1986).

Biyoinformatik alanındaki SMM başvuruları Thompson(1983); Curchil(1989,1992); Guttorp, Newton ve Abkowitz (1990) ve Krogh (1994) tarafından raporlanmıştır (Ibe, 2009).

Ekonomi alanında ise (Hamilton, 1988, 1989), hisse senedi kâr değişimlerinde (Ryden, Terasvirta ve Asbrink, 1998) tarafından çalışılmıştır. Saklı Markov modelleri Markov modellerine göre finansal modellemelerde daha çok esneklik sağlamaktadır (Mamon ve Elliott, 2007).

Finansal zaman serileri modellemelerine ait örneğin borsa üzerine yapılmış çalışmalarda Saklı Markov Modeli (SMM)'nin kullanıldığı görülmektedir. Ryden (1998) spekülatif pazarlardan geçici ve dağıtımsal amaçlar ile elde ettiği günlük verileri modellemede kullanmıştır. Elliott ve Van Der Hoek (1997) varlıklarla ilgili tahsisat problemlerinde bu modele başvurmuşlardır (Ibe, 2009).

Ekonometri alanında Hamilton (1989) , Kim ve Nelson (1999) yaptıkları çalışmalarda SMM'yi kullanarak literatürdeki yerlerini almışlardır (Cappe ve Moulınes ve Ryden, 2005).

SMM'nin terorik ve metodolojik geçmişi birçok kaynakta tanımlanmaktadır. SMM'nin özellikleri Rabiner (1989) ve Ephraim ve Merhav (2002) tarafından eserlerinde verilmiştir. Birçok SMM kitabında Rabiner ve Juang (1993); Elliott, Aggoun ve Moore (1995); MacDonald ve Zucchini (1997) ile Cappe, Moulines ve Ryden (2005) bilim adamları ve onların çalışmalarından söz etmektedir (Ibe, 2009).

2.3.3 Saklı Markov Modellerinin Varsayımları

Görülebilir Markov Modelleri birçok model uygulamasında sınırlı güce sahiptir. Bu sınırlılık bir gerçeği doğurmaktadır ki Görülebilir Markov Modelleri mükemmel sistemin iç dinamiklerindeki bilgiyi tahmin etmektedirler ve/veya karar vericinin sistemin doğrusal dönüşümünü bazı iyi tanımlanmış politikalarla kontrol etmesini sağlamaktadırlar. Maalesef, birçok uygulama bu iki durumdan ikisinden birine uyum sağlamamaktadır. Bunun gibi uygulamalar için Saklı Markov Modeli (SMM) kullanılmaktadır (Ibe, 2009).

Saklı Markov Modeli (SMM); tahmin metotları arasında tavsiye edilen bir teknik olarak son zamanlarda yerini almıştır (Mamon ve Elliott, 2007). Saklı Markov Modeli (SMM)'nin teorisinde aşağıdaki 3 varsayım kullanılmaktadır. Bu varsayımlar sırasıyla şu şekilde özetlenmektedir.

Markov Varsayımı: p_{ij} geçiş olasılıkları matrisinden hareketle gelecek durumun yalnızca şimdiki duruma bağlı olduğu varsayılmaktadır. Burada model gerçekte birinci derece Saklı Markov Modeli (SMM) olur.

Durağanlık Varsayımı: Durumlar arası geçişlerinyer aldığı durum geçiş olasılıklarının geçerli durumdan bağımsız oldukları varsayılmaktadır.

Çıktıbağımsızlık Varsayımı: Oluşan gözlemin önceki gözlemlerden bağımsız olması gerektiğini vurgular. Diğer iki varsayım ele alındığında bu varsayımın geçerliliğinin oldukça sınırlı olduğu bilinmektedir (Semerci, 2006).

2.3.4 Saklı Markov Modelini Oluşturan Unsurlar

Terminolojide saklı Markov modellerinin daha çok belirgin olmayan yani gözlemlenemeyen saklı durumların ve ölçümlerin tespiti ile modellenmesi amaçlanır. Teoriksel olarak sadece tahminlerle ilgilenen model kullandığı sistem aracılığıyla kontrol nesnelerinde kesin sonuca ulaşmayı da başarmaktadır (Mamon ve Elliott, 2007).

Bir Saklı Markov Modelinde ikili stokastik sürecin varlığından söz edilebilir. Burada görülemeyen(saklı olan) temeli oluşturulmuş stokastik sürecin görülebilir olması sadece diğer stokastik sürece bağlı oluşturan gözlem ardışıklığına dayanmaktadır.

$S = \{S_n\ ,\ n =\ 1,2, \ldots.\}$ Markov süreci ise ve $\Omega =\ \{\Omega_k\ ,\ k = 1,2 \ldots.\ \}$ S'nin bir fonksiyonu ise, o zaman ile Ω tahmin edilebilen ve f 'in bazı fonksiyonları için $\Omega_k = f(S_k)$ şeklinde yazılabilen S bir Saklı Markov Modeli (SMM) sürecidir. Bu yolla, durum süreci olan S'nin saklı olduğunu ve gözlem süreci olan Ω'nin görünebilir olduğu kabul edilir (Ibe, 2009).

Bir Saklı Markov Modeli (SMM) aşağıdaki 5 elemandan oluşmaktadır. Bunlar sırasıyla aşağıda verilmektedir.

- N , modeldeki durum sayısı olmak üzere durumlar kümesi

$$S = \{S_1\ , S_2\ , \ldots \ldots\ , S_N\} \tag{3.1}$$

- Ω, elde edilebilecek faklı gözlem sayısı olmak üzere gözlemler kümesi

$$\Omega =\ \{o_1\ ,\ o_2\ , \ldots \ldots\ , o_m\} \tag{3.2}$$

- P, durum geçiş olasılıkları matrisi:$P = p_{ij}$

$$p_{ij} =\ P\big(\ q_{t+1} =\ S_j \mid q_t =\ S_i\ \big) \tag{3.3}$$

- ϕ , gözlem olasılıkları matrisi: $\phi = b_{ij}$

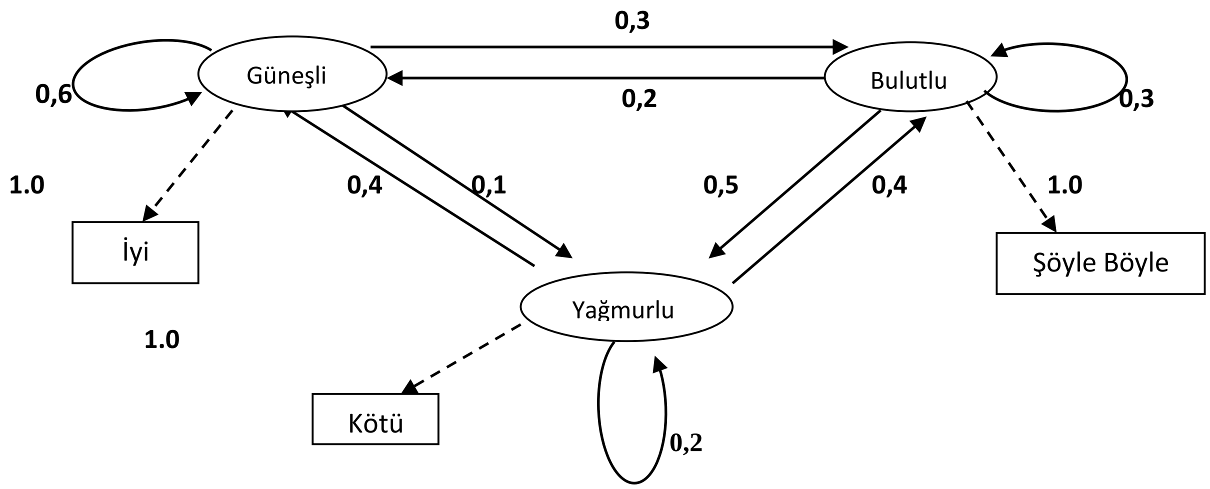
$$b_j(m) \equiv P\big(\ O_t =\ o_m \mid q_t = S_j\ \big) \tag{3.4}$$

- Π, ilk durum olasılıkları vektörü : $\Pi =\ \pi_i$

$$\pi_i\ \equiv P(q_1 =\ S_i) \tag{3.5}$$

Genel olarak durumların (N) kendi içerisinde ergodik yapıda olduğu; gözlemlerin (M) bir önceki gözlemden bağımsız olduğu; geçiş olasılıklarının (P) zaman içerisinde değişmez ve bu olasılıkların gözlemlerden bağımsız olduğu bir sistemden söz edilir (Öz, 2009). Bu sistemde (N) ve (M) belirlendikten sonra, sistem parametreleri $\lambda = (P\ , \phi\ , \Pi\ )$ Saklı Markov Modelinin temelini oluşturur (Haberdar, 2005).

SMM'ye örnek olarak, hava durumuna göre ruh hali değişen Sara göz önünde tutulacaktır. Farz edelim ki hava durumu üç durumdan biri olabilir: Güneşli, Bulutlu ve Yağmurlu. Verilenlere göre verilen günde hava güneşli ise, bir sonraki gün havanın güneşli olma olasılığı 0,6, bulutlu olma olasılığı 0,3 ve yağmurlu olma olasılığı 0,1'dir (Ibe, 2009).



Şekil 2.5 Hava Durumuna Göre Durum Geçiş Diyagramı
Kaynak : (Ibe, 2009)

Benzer şekilde, verilen günde hava bulutlu ise, bir sonraki gün havanın güneşli olma olasılığı 0,2, bulutlu olma olasılığı 0,3 ve yağmurlu olma olasılığı 0,5'dir. Son olarak, verilen günde hava yağmurlu ise, bir sonraki gün havanın güneşli olma olasılığı 0,4, bulutlu olma olasılığı 0,4 ve yağmurlu olma olasılığı 0,2'dir. Bu çalışmada Sara'nın ruh halindeki değişim şu şekilde gözlemlenmektedir (Ibe, 2009).

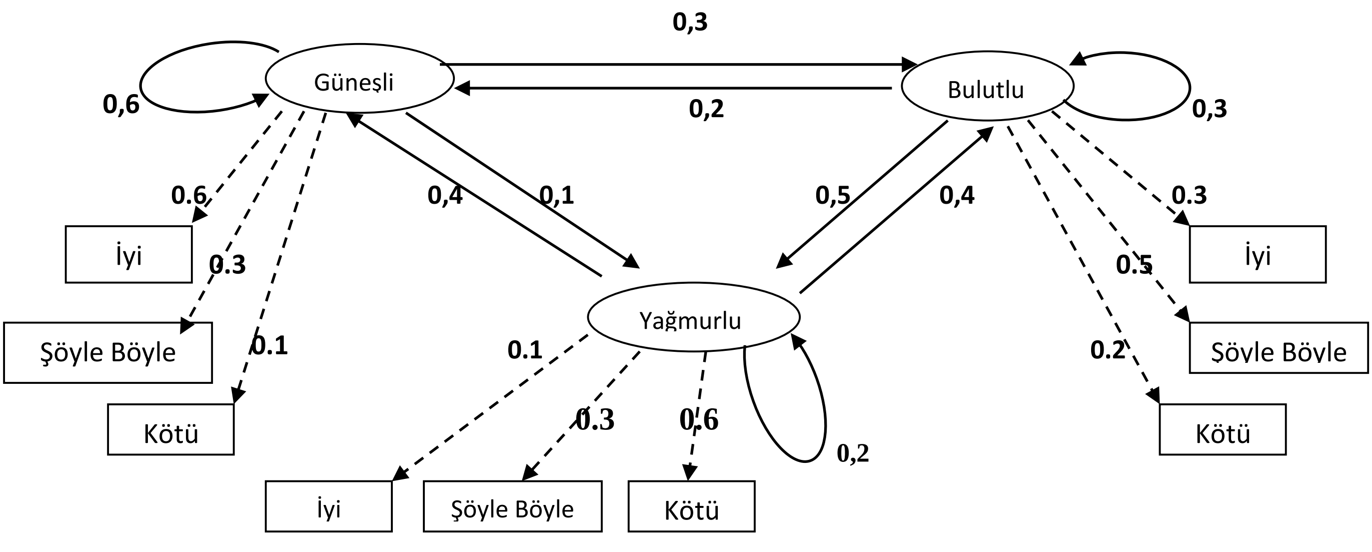
- Güneşli günlerde→ iyi ruh halinde
- Bulutlu günlerde →şöyle böyle ruh halinde
- Yağmurlu günlerde→ kötü ruh halinde

Bunun için, hava durumunu ve buradan farklı zaman dilimleri içerisinde Sara'nın ruh halindeki değişmeler ile ilişkisi doğrultusunda Markov zinciri elde edilmiş durum geçiş diyagramı Şekil 2.5'te gösterilmiştir. Buradan yola çıkılarak Sara'nın ruh hali modellenebilir.

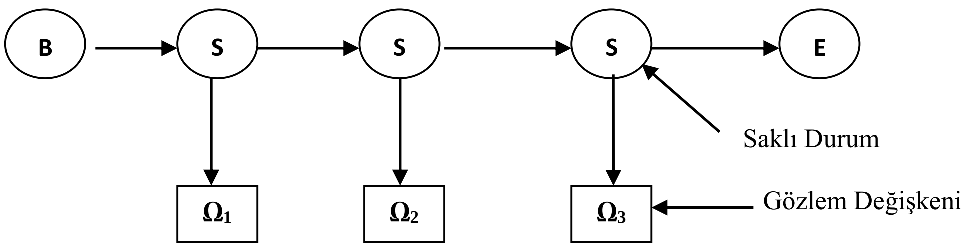
. Bu süreçSaklı Markov Modeline dönüştürülür. Farzedelim ki hava durumu hakkında mevcut olan erken tanımlanmış olasılık kuralları kullanılmaktadır. Fakat Sara'nin ruh hali herhangi bir hava değişimi ile hemen değişmektedir. Özellikle, hava güneşli olduğunda ruh halinin iyi olma olasılığı 0,6, şöyle böyle olma olasılığı 0,3, kötü olma olasılığı 0,1'dir. Benzer şekilde, hava bulutlu olduğunda ruh halinin iyi olma olasılığı 0,3, şöyle böyle olma olasılığı 0,5, kötü olma olasılığı 0,2'dir. Son olarak, hava yağmurlu olduğunda ruh halinin iyi olma olasılığı 0,1, şöyle böyle olma olasılığı 0,3, kötü olma olasılığı 0,6'dır. Şekil 2.6'da geçiş diyagramı yeni haliyle gösterilmektedir (Ibe, 2009).

Yeni halinde problem şudur ki Sara'nın şöyle böyle ruh halinde olması durumunda havadurumunun kesin olarak bilinememesidir. Verilen ruh halinin bilinmesi halinde durumu tam olarak tanımlanamamaktadır.

Bunun için Sara'nın ruh halindeki ardışıklıkları (İyi-İyi-Kötü-Kötü-Şöyle Böyle) tahmin edersek, hava durumu ardışıklıklarına bağlı Sara'nın ruh hali olasılık ardışıklıklarını kesin olarak söyleyemeyiz. Bu sonuç için ardışıklığın saklı olduğu söylenebilir. Fakat modelin kesin vasıfları örneğin üretilen Sara'nın ruh haline ait gözlem olasılıklarından en çok ardışık durumlar hesaplanabilir. Bu bölümde SMM'nin anlatımında tüm analizlerde bu örneği kullanılacaktır. Şekil 2.7'de SMM'de tahmin etmek istenilen S_i saklı durumları için S_i'leri tahmin edilmiş olan Ω_i rasgele değişkenli gözlemleri gösterilir. Şekil 2.7'de durum ardışıklıkları aktarılırken kullanılan B ve S harflerinden B harfi Başlangıç ve S harfi Sonu göstermektedir (Ibe, 2009).



Şekil 2.6 Saklı Markov Model Örneği
Kaynak : (Ibe, 2009)

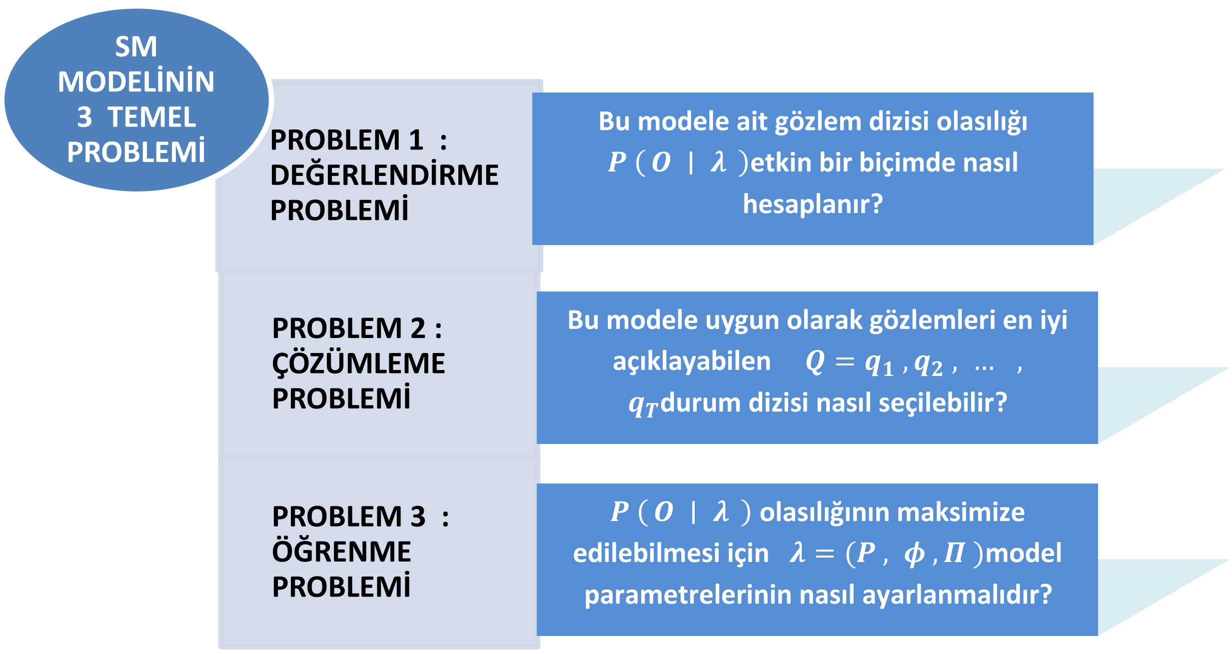


Şekil 2.7 Saklı Markov Modelinin Genel Yapısı
Kaynak : (Ibe, 2009)

2.3.5 Saklı Markov Modelinin 3 Temel Problemi

Uygulama alanlarında Saklı Markov Modelini kullanabilmek için literatürde "Saklı Markov Modelinin Üç Temel Problemi" olarak geçen üç problemin çözülmesi gerekmektedir. Üç problemin her biri uygulama alanlarına göre birbirinden bağımsız olarak kullanılabilir (Öz, 2009).

$\lambda = (\mathrm{P}, \ \phi, \Pi)$ Saklı Markov Modelinin temelini oluşturduğu gösterilmişti. Bu λ modelinin ürettiği çok sayıda gözlem dizisi verildiğinde çözümlenmesi gereken 3 problem vardır (Semerci, 2006). Bu Üç Problemi incelemek için öncelikle; $\Omega = o_1, \ o_2, \ \ldots\ldots, o_t$ bir gözlem dizisi ve $\lambda = (P, \ \phi, \Pi)$ ise bir model olduğunu kabul edilir (Haberdar, 2005).



Şekil 2.8 Saklı Markov Modelinin 3 Temel Problemi
Kaynak : (Haberdar, 2005)

Birbirine rakip iki model arasından seçim yapılması istenildiğinde, 1. problemin çözümü gözlemlere en uygun olan modeli seçme şansını verecektir. Optimal durum dizilerinin bulunması ya da her bir durumun ortalama istatistiklerinin elde edilmesi gibi işlemler için 2. problemin çözümü kullanılır.3. problem olan Öğrenme problemi, model parametrelerinin, gözlemlenen verilere optimal olarak uyarlanmasına ve bu sayede en iyi modelin yaratılmasına olanak tanımakta olduğundan Saklı Markov modelleri ile ilgili bir çok uygulama için önem taşımaktadır (Semerci, 2006). SMM' de üç problem için ayrı ayrı olmak üzere üç tür algoritma vardır (Agun, 2008). Bunlar aşağıdaki başlıklar altında özetlenmektedir.

2.3.5.1 Değerlendirme (Tanıma) Problemi

Değerlendirme (Tanıma) Problemi, modelde $\lambda = (\mathrm{P}\,,\ \phi\,, \Pi\,)$ verildiğinde ve $O = \{v_1\,,$ $v_2\,, \ldots\ldots\,, v_T\}T$'ye bağlı gözlem ardışıklıklarının uzunluğunda olduğu biliniyorsa, $v_i\ \in \Omega$ olduğu yerde, gözlem ardışıklıklarının modelin genelindeki olasılıkları nasıl en verimli şekilde hesaplanır, yani "$P(O \mid \lambda\,) =$? "sorusuna cevap aramaktadır (Ibe, 2009).

Etkin gözlem dizisi olasılığının hesaplanması söz konusu olduğunda Saklı Markov Modelinin birinci temel sorunu olan değerlendirme probleminin çözümünden bahsedilir.
Bir modele ait gözlem dizisi olasılığının $P\ (O \mid \lambda\ )$ etkin bir biçimde hesaplanmasıesnasında N^{T} tane farklı durum dizisi oluştuğu varsayılırsa; bu varsayım doğrultusunda Eşitlik (3.6)'da gösterilen formül kullanılır.

$$\mathrm{P}(\mathrm{O} \mid \lambda) \ = \ \textstyle\sum_{\mathrm{OLASI\ Q'LAR}} \mathrm{P}(\,\mathrm{O}, \mathrm{Q} \mid \lambda\,) \qquad (3.6)$$

Yukarıdaki formülden de anlaşılacağı üzere olasılık hesabında tüm durumların hesaba dahil edilmesi karmaşıklığa yol açtığı için sonuca ulaşmak oldukça zordur (Agun, 2008). Gözlem dizisini gerçekleyen N^{T} tane farklı durum dizisinin $Q = \ q_1 q_2 \ldots \ldots q_T$ varlığı hesaplamalarda karmaşıklığa neden olduğu için farklı bir çözüm tekniği geliştirilmiştir. Bu çözüm tekniği ile etkin gözlem dizisi olasılığını hesaplamak daha kolay olmaktadır (Haberdar, 2005). Bu çözüm teknikleri sırasıyla;

- İleri – Yön Algoritması
- Geri – Yön Algoritması olarak adlandırılır.

2.3.5.2 Çözümleme Problemi

Çözümleme Problemi, modelde $\lambda = (\mathrm{P}\,,\ \phi\,, \Pi\,)$ verildiğinde, genelleştirilmiş yapıyı bulmak için verilen gözlem ardışıklıkları içerisinden "en olası saklı durum ardışıklığı nedir?"

sorusuna cevap aramaktadır. Bunun için $Q^* = \arg\max_{Q} P(Q, O \mid \lambda)$'nin bulması gerektiğini belirtirken, Q'nunsaklı durum ardışıklığı ise nerede erken tanımlandığını ifade eder (Ibe, 2009).

Saklı Markov Modelinin hesaplanmasında en önemli problem en uygun durum dizilerinin tahminidir. En iyi durum dizisinin seçilmesi aşamasında Saklı Markov Modelinin ikinci temel sorunu olan çözümleme probleminden bahsedilir. Bir modelde gözlemleri en iyi açıklayan durum dizisini $Q = q_1 q_2 \dots \dots q_T$ seçmek için Viterbi algoritması kullanılır (Agun, 2008).

2.3.5.3 Öğrenme Problemi

Öğrenme Problemi, gözlem ardışıklığı verildiğinde, SMM'nin gözlem ardışıklığının en önemli açıklaması bulunur; bu, $P(O \mid \lambda)$'yi maksimize eden λ'nın değerlerin bulunması ya da $\lambda^* = \arg\max_{\lambda} P(O \mid \lambda)$ olması durumudur. Farklı bir şekilde ifade etmek gerekirse, temel problem verilen gözlem ardışıklıkları için en olası SMM parametrelerini tahmin etmektir (Ibe, 2009).

Gözlem dizisi olasılığının maksimum olabilmesi aşamasında Saklı Markov Modelinin üçüncü temel sorunu olan öğrenme probleminden bahsedilir. $P(O \mid \lambda)$ olasılığının maksimize edilebilmesi için $\lambda = (\mathrm{P}, \phi, \Pi)$ model parametrelerinin ayarlanması aşamasında Baum – Welch algoritması kullanılır. Bu algoritma gözlemin maksimize edilmesi için tasarlanmıştır (Agun, 2008).

Saklı Markov Modelinde Viterbi algortiması durum ardışıklıklarının tahiminde kullanılırken; Baum-Welch algoritması (EM) (Expectation Maximization) Beklenen Maksimizasyonun elde edilmesi için gereken parametlerin tahmininde kullanılır (Bhar ve Hamori, 2004).

2.3.6 Saklı Markov Modelinin 3 Temel Probleminin Çözüm Metotları

Değinmiş olunan 3 temel problemin çözüm yollarına detaylı olarak bu başlık altında yer verilecektir. Bu problemlerin çözüm yollarını daha iyi anlaşılabilmesi için örneklendirmeye gidilmiştir.

2.3.6.1 Değerlendirme Problemi Çözümü

Bu başlık altında değerlendirme probleminin çözüm tekniklerinin içeriği hakkında bilgi vermek amaçlanır. Birinci çözüm tekniği olan İleri – Yön Algoritması 4 aşamadan oluşur. Bu aşamalar sırasıyla; Başlangıç, Oluşturma, Yineleme ve Sonlandırma olarak adlandırılır. İleri – Yön Algoritmasında kullanılacak olan ileri – yön değişkeni $a_t(i)$ ile sembolize edilmektedir. İkinci çözüm tekniği ise Geri – Yön Algoritması olup; aşamaları sırasıylaBaşlatma, Oluşturma, Yineleme ve Sonlandırma olarak adlandırılır. Geri – Yön Algoritmasında kullanılacak olan geri – yön değişkeni $\beta_t(i)$ ile sembolize edilmektedir.

$\lambda = (\mathrm{P}, \phi, \Pi)$ modelde göz önünde tutulduğunda ve $O = \{v_1, v_2, \ldots\ldots, v_T\}$ gözlem ardışıklığı verildiğinde gözlem ardışıklığının model olasılığı olan $P\ (O \mid \lambda)$ hesaplanabilir (Ibe, 2009). $P\ (O \mid \lambda)$ şöyle bulunur:

$$\mathrm{P}[\mathrm{O} \mid \lambda] = \sum_{\mathrm{Q}} \mathrm{P}[\mathrm{O} \mid \mathrm{Q}, \lambda]\mathrm{P}[\mathrm{Q} \mid \lambda] \tag{3.7}$$

$Q = q_1, q_2, \ldots, q_T$ sabit ardışıklığın olduğu yerde, verilen model için $P(O \mid Q, \lambda)$'da O gözlem ardışıklığı olasılığını, Q özel durum ardışıklığını ve $P\ (Q \mid \lambda)$'da Q ardışıklık olasılığını ifade eder. Çünkü gözlemlerin bağımsız olduğu farz edersek, iki olasılık şu şekilde elde edilir:

$$\mathrm{P}[\mathrm{O} \mid \mathrm{Q}, \lambda] = \prod_{t=1}^{T} \mathrm{P}[\mathrm{o_t} \mid \mathrm{q_t}, \lambda] = \phi_{\mathrm{q1}}(\mathrm{o_1})\phi_{\mathrm{q2}}(\mathrm{o_2}) \ldots\ldots.\phi_{\mathrm{qT}}(\mathrm{o_T}) \tag{3.8}$$

$$\mathrm{P}[\mathrm{Q} \mid \lambda] = \pi_{\mathrm{q1}}\mathrm{p_{q1q2}}\mathrm{p_{q2q3}} \cdots\cdots\cdots \mathrm{p_{qT-1qT}} \tag{3.8a}$$

Böylece, aşağıdaki denklem elde edilir;

$$\mathrm{P}[\mathrm{O} \mid \lambda] = \sum_{\mathrm{Q}} \mathrm{P}[\mathrm{O} \mid \mathrm{Q}, \lambda]\ \mathrm{P}[\mathrm{Q} \mid \lambda] \tag{3.9}$$
$$= \sum_{\mathrm{q1,\ldots\ldots,qT}} \pi_{\mathrm{q1}}\phi_{\mathrm{q1}}(\mathrm{o_1})\mathrm{p_{q1q2}}\phi_{\mathrm{q2}}(\mathrm{o_2})\mathrm{p_{q2q3}} \cdots\cdots \mathrm{p_{qT-1qT}}\phi_{\mathrm{qT}}(\mathrm{o_T}) \tag{3.9a}$$

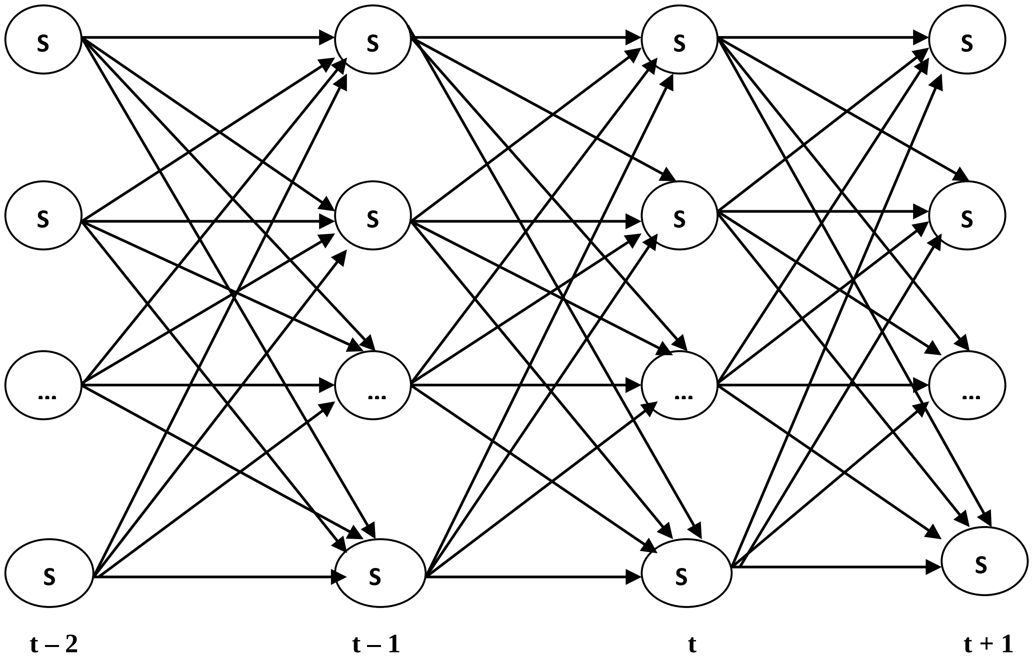
Önce gelen sonuçta takip eden gözlemler yapılır. İlk, T'nin uzunluğu olan doğru yolların sayısı N^T ile hesaplanır. T'yi kullanarak çözümü bulmak için ayrıca denklemlerin sayısı da gerekmektedir. Aynı zamanda bu metodu direkt kullanarak $P\ (O \mid \lambda)$'nin bulunmasında $2TN^T$ hesaplaması gerekmektedir. Bunun için, N'nin küçük değer alması halinde T ile hesabında çok büyük değerler elde edilir. Örneğin, $N = 3$ ve $T = 100$ olduğunu farz edelim, Sara'nın ruh halindeki değişiklikleri ile ilgili problem ile ilişkilendirilirse şu şekilde hesaplanır $2\ x\ 100\ x\ 3^{100} \approx 10^{50}$. Bu nedenle değerlendirme probleminin çözülebilmesi için daha verimli algoritmaya ihtiyaç vardır. Bu algoritmalardan bir tanesi de ileride anlatılacak olan ileri-yön algoritmasıdır (Ibe, 2009).

İleri – Yön Algoritması gözlemlenen durumların verilen bir modele göre baştan sona doğru gerçekleşme olasılıklarını hesaplarken; Geri – Yön Algoritması ise tam ters yönde çalışarak aynı olasılık değerini bulmayı amaçlar (Agun, 2008).

2.3.6.1.1 İleri Yön Algoritması

Direkt metotlar tarafından $P\ (O \mid \lambda)$'nın hesaplamaları ile önemli bir gözleme ulaşmak için birçok hesaplama yapmak gerekmektedir. Hesaplamalardaki kompleksliği azaltmak için hesaplamalar saklanır. Bu saklama işlemi, her bir zaman dilimindeki durumların Şekil 2.9

kafes işi sistemi ile ilişkili olan halinin yerine getirilmesidir. Bir kafes işinde kesin zamanda oluşan kesin durumun sonunu içeren SMM'nin ilk alt yollarındaki olasılıkları kaydedilebilmektedir. Bu durum uzun alt yol olasılıklarının kısa alt yollarının süresinde sonuçlandırılmasına izin vermektedir (Ibe, 2009).



Şekil 2.9 İleri-Yön Algoritması İçin Kafes İşi
Kaynak: (Ibe, 2009)

İleri yön algoritması gözlemleri ardı ardına zincirleme şekilde ele almaktadır. t zamanında gözlemleri ele aldıktan sonra koşullu durumların dağılımını tekrarlı olarak hesaplar (Fraser, 2008).

Bir ileri-yön olasılık değeri aşağıdaki şekilde ile $\alpha_t(i)$ ifade edilir:

$$\alpha_t(i) = P[o_1, o_2, \dots\dots, o_t, q_t = s_i \,|\lambda] \qquad t = 1, \dots\dots, T\,; i = 1, \dots\dots, N \tag{3.10}$$

Bu, t anından sonraki gözlemlerin ardışıklıklarının $\{o_1, o_2, \dots\dots, o_t\}$, s_i durumunun başlangıç olasılığı $\alpha_t(i)$ ile ifade edilir. Toplanan olasılıklar tarafından tüm gelen yaylar kafes işindeki düğümlerde hesaplanmaktadır (Ibe, 2009). Bu bizi şu sonuca götürmektedir:

$$\alpha_t(i) = P[o_1, o_2, \dots\dots, o_t, q_t = s_i \,|\lambda] \tag{3.11}$$

$$= P[o_t|o_1, o_2, \dots\dots, o_{t-1}, q_t = s_i, \lambda]\, P[o_1, o_2, \dots\dots, o_{t-1}, q_t = s_i \,|\lambda] \tag{3.11a}$$

$$= P[\, o_t|\, q_t = s_i, \lambda]\, P[o_1, o_2, \dots\dots, o_{t-1}, q_t = s_i \,|\lambda] \tag{3.11b}$$

$$= P[\, o_t|\, q_t = s_i, \lambda] \sum_{s_j \epsilon S} P\big[q_t = s_i \,\big|q_{t-1} = s_j, \lambda\big]\, P\big[o_1, o_2, \dots, o_{t-1}, q_{t-1} = s_j \,\big|\lambda\,\big] \tag{3.11c}$$

$$= \phi_i(o_t) \sum_{j=1}^{N} P_{ji}\alpha_{t-1}(j) \qquad 1 \le t \le T \tag{3.11d}$$

Burada gözlemlerin bağımlı olduğunu farz edilir. Böylece, kafes işindeki $\alpha_t(i)$ değerlerinin doldurulmasında doğrultuda çalışılması halinde, kafes işinin sonuç sütunundaki toplamlar gözlem ardışıklıklarının olasılıklarını verir (Ibe, 2009). İleri-yön algoritması aşağıdaki şekilde çalışır:

1. Başlangıç:

$$\alpha_1(i) = \pi_i \phi_i(o_1) \quad 1 \leq i \leq N \tag{3.12}$$

2. Oluşturma:

$$\alpha_{t+1}(j) = \left\{\sum_{i=1}^{N} p_{ij}\alpha_t(i)\right\} \phi_j(o_{t+1}) \quad 1 \leq t \leq T-1 \;, 1 \leq \; j \leq N \tag{3.13}$$

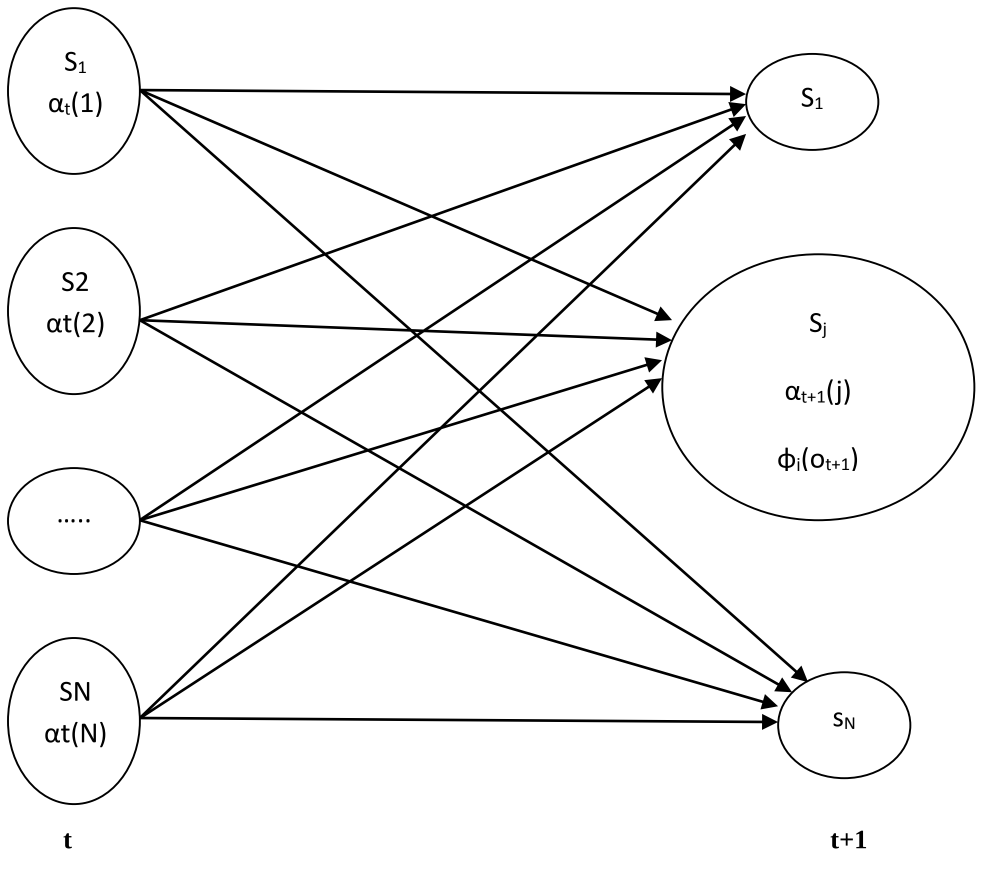
Bu adım algoritmanın anahtarıdır ve Şekil 11'de gösterildiği şekilde anlatılmaktadır.

3. Yinelenme:

$t+1$ ile başlanmaktadır. Eğer $t < T$ ise, ikinci adıma geçilir; aksi takdirde dördünce adıma geçilir.

4. Sonlandırma:

$$P[O|\lambda] = \sum_{i=1}^{N} \alpha_T(i) = \sum_{i=1}^{N} P[\,O\,, q_T = s_i\,|\lambda\,] \tag{3.14}$$



Şekil 2.10 İleri – Yön Algoritması Şematik Gösterim
Kaynak : (Ibe, 2009)

İleri-yön algoritması $N(N+1)(T-1)+N$ çarpımına bağlıdır ve $N(N-1)(T-1)$ eklenir, verilen karmaşıklık $2TN^T$'den ziyade N^2T şeklindedir. Örneğin, Sara'nın ruh halindeki değişiklikleri anlatan örnekte $N=3$ ve $T=100$ olduğunda hesaplamalar sonucu 900 bulunur ve direkt metot ile ileri-yön algoritması 10^{50} ile karşılaştırılır (Ibe, 2009).

İleri- yön algoritmasını daha iyi anlayabilmek için bir örnek verilecektir. Şekil 2.6'daki Sara'nın ruh haline ilişkin problem ele alındığında, Sara'nın ruh halinin şu şekilde ardışıklık gösterdiğini tahmin edilsin: İyi, İyi, Şöyle Böyle, Kötü, Kötü. İleri-yön algoritması kullanılarak bu örnekteki ruh halleri sıralamasının oluşturacağı modelin olasılıkları bulunabilir.

Güneşli durumu G harfi ile, Bulutlu durumu B harfi ile, Yağmurlu durumu Y harfi ile; benzer şekilde İyi ruh hali İ harfi ile, Şöyle-Böle ruh hali ŞB harfi ile Kötü ruh hali K harfi ile gösterilip sürecin herhangi bir durumda başladığını farz edilirse; $\pi_G = \pi_B = \pi_Y = 1/3$ şekilde tahmin edilir. Ayrıca T=5 olduğu bilinir. Sonra başlangıç aşaması şu şekilde başlatılır:

$$\alpha_1(G) = \pi_G \phi_G(o_1) = \pi_G \phi_G(\dot{I}) = \frac{1}{3}\,(0.6) = 0.2 \quad (3.15)$$

$$\alpha_1(B) = \pi_B \phi_B(o_1) = \pi_B \phi_B(\dot{I}) = \frac{1}{3}\,(0.3) = 0.1 \quad (3.15a)$$

$$\alpha_1(Y) = \pi_Y \phi_Y(o_1) = \pi_Y \phi_Y(\dot{I}) = \frac{1}{3}\,(0.1) = 0.033 \quad (3.15b)$$

t=2 olduğu verildiğinde oluşturma aşaması aşağıdaki gibidir:

$$\alpha_2(j) = \left\{\sum_{i=1}^{N} p_{ij}\alpha_1(i)\right\} \phi_j(o_2) = \left\{\sum_{i=1}^{N} p_{ij}\alpha_1(i)\right\} \phi_j(\dot{I}) \quad (3.16)$$

$$\alpha_2(G) = \{p_{GG}\alpha_1(G) + p_{BG}\alpha_1(B) + p_{YG}\alpha_1(Y)\}\, \phi_G(\dot{I}) \quad (3.16a)$$

$$= \{(0.6)(0.2) + (0.2)(0.1) + (0.4)(0.033)\}\,(0.6) \quad (3.16b)$$

$$= 0{,}092 \quad (3.16c)$$

$$\alpha_2(B) = \{p_{GB}\alpha_1(G) + p_{BB}\alpha_1(B) + p_{YB}\alpha_1(Y)\}\, \phi_B(\dot{I}) \quad (3.16d)$$

$$= \{(0.3)(0.2) + (0.3)(0.1) + (0.4)(0.033)\}\,(0.3) \quad (3.16f)$$

$$= 0{,}031 \quad (3.16g)$$

$$\alpha_2(Y) = \{p_{GY}\alpha_1(G) + p_{BY}\alpha_1(B) + p_{YY}\alpha_1(Y)\}\, \phi_Y(\dot{I}) \quad (3.16h)$$

$$= \{(0.1)(0.2) + (0.5)(0.1) + (0.2)(0.033)\}\,(0.1) \quad (3.16i)$$

$$= 0{,}008 \quad (3.16j)$$

t=3 olduğu verildiğinde oluşturma aşaması aşağıdaki gibidir:

$$\alpha_3(j) = \left\{\sum_{i=1}^{N} p_{ij}\alpha_2(i)\right\} \phi_j(o_3) = \left\{\sum_{i=1}^{N} p_{ij}\alpha_2(i)\right\} \phi_j(\text{ŞB}) \quad (3.17)$$

$$\alpha_3(G) = \{p_{GG}\alpha_2(G) + p_{BG}\alpha_2(B) + p_{YG}\alpha_2(Y)\}\, \phi_G(\text{ŞB}) \quad (3.17a)$$

$$= \{(0.6)(0.092) + (0.3)(0.031) + (0.4)(0.008)\}\,(0.3) \quad (3.17b)$$

$$= 0{,}02 \quad (3.17c)$$

$$\alpha_3(B) = \{p_{GB}\alpha_2(G) + p_{BB}\alpha_2(B) + p_{YB}\alpha_2(Y)\}\, \phi_B(\text{ŞB}) \quad (3.17d)$$

$$= \{(0.3)(0.092) + (0.3)(0.031) + (0.4)(0.008)\}\,(0.5) \quad (3.17f)$$

$$= 0{,}02 \quad (3.17g)$$

$$\alpha_3(Y) = \{p_{GY}\alpha_2(G) + p_{BY}\alpha_2(B) + p_{YY}\alpha_2(Y)\}\, \phi_Y(\text{ŞB}) \quad (3.17h)$$

$$= \{(0.1)(0.092) + (0.5)(0.031) + (0.2)(0.008)\}\,(0.3) \quad (3.17i)$$

$$= 0{,}012 \quad (3.17j)$$

t=4 olduğu verildiğinde oluşturma aşaması aşağıdaki gibidir:

$$\alpha_4(j) = \left\{\sum_{i=1}^{N} p_{ij}\alpha_3(i)\right\} \phi_j(o_4) = \left\{\sum_{i=1}^{N} p_{ij}\alpha_3(i)\right\} \phi_j(K) \quad (3.18)$$

$$\alpha_4(G) = \{p_{GG}\alpha_3(G) + p_{BG}\alpha_3(B) + p_{YG}\alpha_3(Y)\}\, \phi_G(K) \quad (3.18a)$$

$$= \{(0.6)(0.02) + (0.2)(0.02) + (0.4)(0.012)\}\,(0.1) \quad (3.18b)$$

$$= 0{,}002 \quad (3.18c)$$

$$\alpha_4(B) = \{p_{GB}\alpha_3(G) + p_{BB}\alpha_3(B) + p_{YB}\alpha_3(Y)\}\, \phi_B(K) \quad (3.18d)$$

$$= \{(0.3)(0.02) + (0.3)(0.02) + (0.4)(0.012)\}\,(0.2) \quad (3.18f)$$

$$= 0{,}003 \quad (3.18g)$$

$$\alpha_4(Y) = \{p_{GY}\alpha_3(G) + p_{BY}\alpha_3(B) + p_{YY}\alpha_3(Y)\}\, \phi_Y(K) \quad (3.18h)$$

$$= \{(0.1)(0.02) + (0.5)(0.02) + (0.2)(0.012)\}\,(0.6) \quad (3.18i)$$

$$= 0{,}009 \quad (3.18j)$$

t=5 olduğu verildiğinde oluşturma aşaması aşağıdaki gibidir:

$$\alpha_5(j) = \left\{\sum_{i=1}^{N} p_{ij}\alpha_4(i)\right\} \phi_j(o_5) = \left\{\sum_{i=1}^{N} p_{ij}\alpha_4(i)\right\} \phi_j(K) \quad (3.19)$$

$$\alpha_5(G) = \{p_{GG}\alpha_4(G) + p_{BG}\alpha_4(B) + p_{YG}\alpha_4(Y)\}\ \phi_G(K) \tag{3.19a}$$

$$= \{(0.6)(0.002) + (0.2)(0.003) + (0.4)(0.009)\}\ (0.1) \tag{3.19b}$$

$$= 0{,}0005 \tag{3.19c}$$

$$\alpha_5(B) = \{p_{GB}\alpha_4(G) + p_{BB}\alpha_4(B) + p_{YB}\alpha_4(Y)\}\ \phi_B(K) \tag{3.19d}$$

$$= \{(0.3)(0.002) + (0.3)(0.003) + (0.4)(0.009)\}\ (0.2) \tag{3.19f}$$

$$= 0{,}001 \tag{3.19g}$$

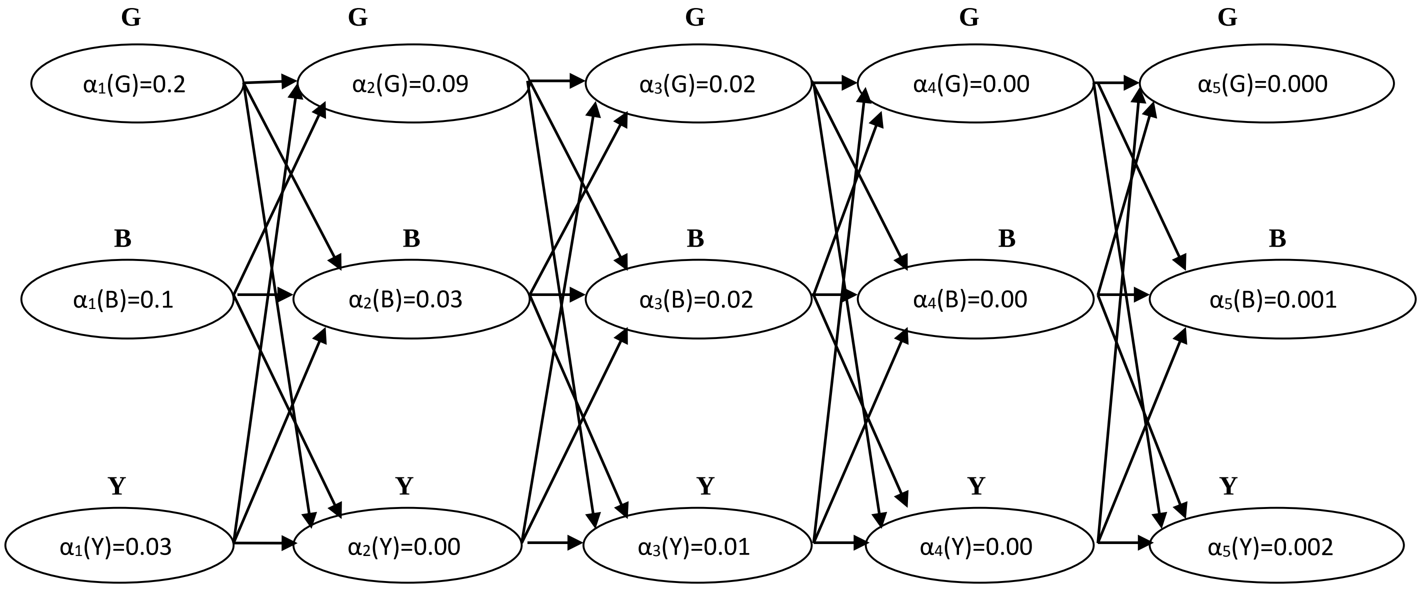
$$\alpha_5(Y) = \{p_{GY}\alpha_4(G) + p_{BY}\alpha_4(B) + p_{YY}\alpha_4(Y)\}\ \phi_Y(K) \tag{3.19h}$$

$$= \{(0.1)(0.002) + (0.5)(0.003) + (0.2)(0.009)\}\ (0.6) \tag{3.19i}$$

$$= 0{,}002 \tag{3.19j}$$

Böylece, algoritmanın sonuç aşamasında çözümü şöyle bulunur:

$$P[\ O = \text{İ}, \text{İ}, \text{ŞB}, K, K|\lambda] = \sum_{i=1}^{N} \alpha_T(i) = \alpha_5(G) + \alpha_5(B) + \alpha_5(Y) = 0.003 \tag{3.20}$$



Şekil 2.11 Şekil 2.6'daki Örneğinin Kafes İşi
Kaynak : (Ibe, 2009)

Şekil 2.11'de problem kafes işi şeklinde gösterilmektedir. Bu şekilden de anlaşılacağı üzere kafes işinin faydalarından biri de ortadaki olasılık değerlerine kolaylıkla ulaşılmasıdır. Örneğin

İyi, İyi, Şöyle Böyle, Kötü olan ara sonuç $\alpha_4(G) + \alpha_4(B) + \alpha_4(Y) = 0{,}014$ olasılık değerine sahiptir. İyi, İyi, Şöyle Böyle olan ara sonuç $\alpha_3(G) + \alpha_3(B) + \alpha_3(Y) = 0{,}052$; İyi, İyi olan ara sonuç $\alpha_2(G) + \alpha_2(B) + \alpha_2(Y) = 0{,}131$.Tüm bu sonuçlar saklı sürecin tahmininde geçerli olan üç durumun başlangıcı için olası eşitlikleri verir.

Saklı Markov Modelinde İleri – Yön Algoritmasında farklı durum ve gözlemlerin hesaplanması için gerekli detaylar aynı zamanda diğer durum uzaylarını ve gözlemleri çalıştırmakta da kullanılabilir (Fraser, 2008).

2.3.6.1.2 Geri Yön Algoritması

Değerlendirme problemlerinin çözümünde ikinci bir yol da geri-yön algoritmasıdır. Geri – Yön Algoritması kompleksliği ile yapısal özellikleri bakımından aynı İleri – Yön Algoritmasına benzemektedir fakat algoritma yapısındaki terimler aynı şekilde yorumlanmamaktadır (Fraser, 2008). Aşağıdaki şekilde Geri-yön olasılık değişkeni $\beta_t(i)$ kullanılarak işleme başlanır.

$$\beta_t(i) = P[o_{t+1}, o_{t+2}, \dots\dots, o_T \mid s_i, \lambda] \qquad t = 1, \dots., T; s_i \in S \tag{4.1}$$

$\beta_t(i)$ modelde t zamanında s_i durumunda kısmi gözlemleri $\{o_1, o_2, \dots\dots, o_t\}$ verilen bir koşullu olasılıktır (Ibe, 2009). $\beta_t(i)$ aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\beta_t(i) = P[o_{t+1}, o_{t+2}, \dots., o_T \mid q_t = s_i, \lambda] \tag{4.2}$$

$$= \sum_{s_j \in S} P[o_{t+1}, o_{t+2}, \dots., o_T, q_{t+1} = s_j \mid q_t = s_i, \lambda] \tag{4.2a}$$

$$= \sum_{s_j \in S} P[o_{t+1} \mid q_{t+1} = s_j] P[o_{t+2}, \dots., o_T, q_{t+1} = s_j \mid q_t = s_i, \lambda] \tag{4.2b}$$

$$= \sum_{s_j \in S} P[o_{t+1} \mid q_{t+1} = s_j] P[o_{t+2}, \dots., o_T \mid q_{t+1} = s_j] P[q_{t+1} = s_j \mid q_t = s_i, \lambda] \tag{4.2c}$$

$$= \sum_{j=1}^{N} \phi_j(o_{t+1}) \beta_{t+1}(j) p_{ij} \qquad t = 1, \dots.., T; \quad i = 1, \dots.., N \tag{4.2d}$$

Geri-yön algoritması aşağıdaki şekilde aynı kafes içinde sağdan sola doğru çalışır:

1. Başlangıç:

$$\beta_T(i) = 1 \qquad 1 \le i \le N \tag{4.3}$$

2. Oluşturma: Şekil 13'de oluşturma süreci gösterilmiştir.

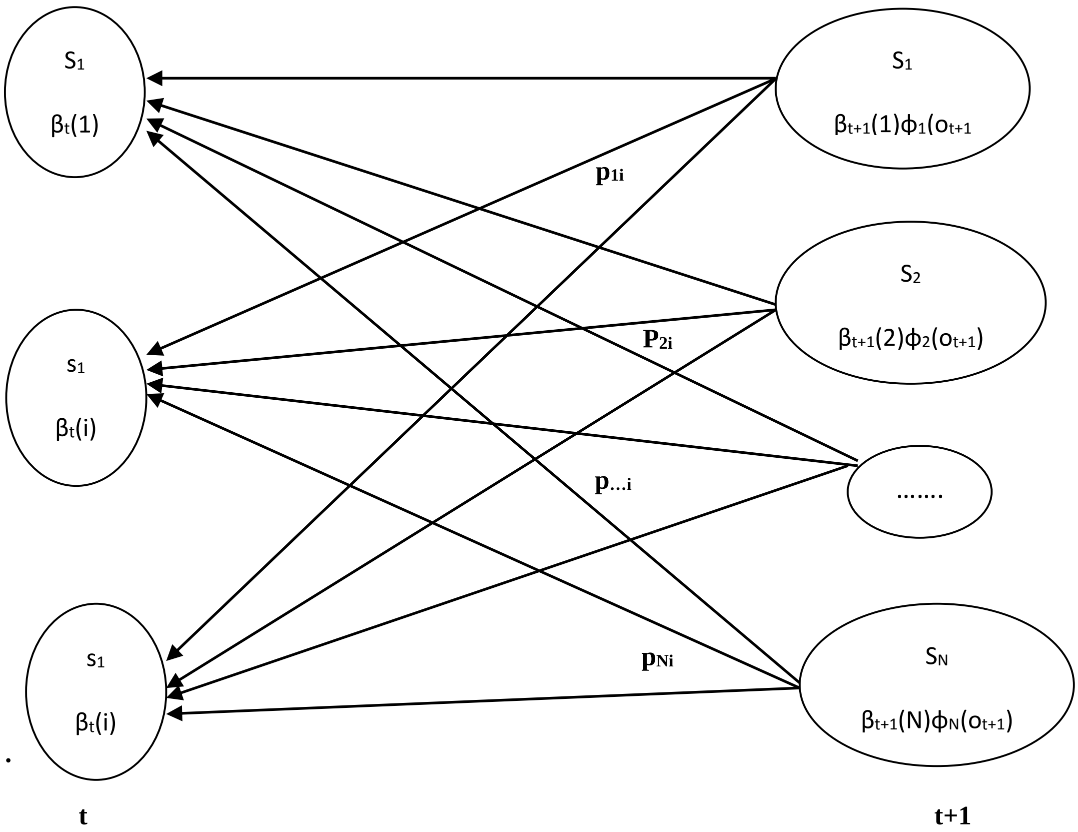
$$\beta_T(i) = \sum_{j=1}^{N} p_{ij} \beta_{t+1}(j) \phi_j(o_{t+1}) \qquad 1 \le t \le T-1, \ 1 \le i \le N \tag{4.4}$$

3. Yineleme: $t = t - 1$ olarak ele alınır. Eğer $t > 0$ ise 2. adıma geçilir; aksi takdirde 4. adıma geçilir.
4. Sonlandırma:

$$P[\,O\,|\lambda\,] = \sum_{i=1}^{N} \beta_1(i)\alpha_1(i) = \sum_{i=1}^{N} \beta_1(i)\pi_i \phi_i(o_1) \tag{4.5}$$

Hem ileri-yön algoritması hem de geri yön algoritması t'ye bağlı $1 \leq t \leq T$ olan gözlemlerin bulunmasını sağlamaktadır. Bu Eşitlik 4.6'da ifade edilir:

$$P[O\,|\lambda\,] = \sum_{i=1}^{N} \beta_t(i)\alpha_t(i) \tag{4.6}$$



Şekil 2.12 Geri-Yön Algoritmasında Oluşturma Aşamasının Adımları
Kaynak: (Ibe, 2009)

Geri- yön algoritmasını daha iyi anlaşılabilmesi için bir örnek verilebilir. Sara'nın ruh hali değişim problemi Şekil 2.6'daki gibi olsun. Sara'nın ruh halindeki ardışıklıkların sırasıyla İyi, İyi, Şöyle-Böyle, Kötü, Kötü olduğu tahmin edilsin. Geri-yön algoritması kullanılarak bu örnekteki ruh halleri sıralamasının oluşturacağı modelin olasılıklarını bulmak gerekmektedir.

Bu örneği geri – yön algoritması ile çözerken yukarıda yer alan aynı notasyonlar kullanılır. Çünkü T=5'tir. İlk aşama aşağıdaki gibidir:

$$\beta_5(G) = \beta_5(B) = \beta_5(Y) = 1 \tag{4.7}$$

t=4 için oluşturma adımı aşağıdaki şekildedir.

$$\beta_4(G) = p_{GG}\beta_5(G)\phi_G(o_5) + p_{GB}\beta_5(B)\phi_B(o_5) + p_{GY}\beta_5(Y)\phi_Y(o_5) \tag{4.8}$$

$$= p_{GG}\phi_G(K) + p_{GB}\phi_B(K) + p_{GY}\phi_Y(K) \tag{4.8a}$$

$$= (0.6)(0.1) + (0.3)(0.2) + (0.1)(0.6) = 0.18 \tag{4.8b}$$

$$\beta_4(B) = p_{BG}\beta_5(G)\phi_G(o_5) + p_{BB}\beta_5(B)\phi_B(o_5) + p_{BY}\beta_5(Y)\phi_Y(o_5) \tag{4.8c}$$

$$= p_{BG}\phi_G(K) + p_{BB}\phi_B(K) + p_{BY}\phi_Y(K) \tag{4.8d}$$

$$= (0.2)(0.1) + (0.3)(0.2) + (0.5)(0.6) = 0{,}38 \tag{4.8e}$$

$$\beta_4(Y) = p_{YG}\beta_5(G)\phi_G(o_5) + p_{YB}\beta_5(B)\phi_B(o_5) + p_{YY}\beta_5(Y)\phi_Y(o_5) \tag{4.8f}$$

$$= p_{YG}\phi_G(K) + p_{YB}\phi_B(K) + p_{YY}\phi_Y(K) \tag{4.8g}$$

$$= (0.4)(0.1) + (0.4)(0.2) + (0.2)(0.6) = 0{,}24 \tag{4.8h}$$

t=3 için oluşturma adımı aşağıdaki şekildedir.

$$\beta_3(G) = p_{GG}\beta_4(G)\phi_G(o_4) + p_{GB}\beta_4(B)\phi_B(o_4) + p_{GY}\beta_4(Y)\phi_Y(o_4) \tag{4.9}$$

$$= p_{GG}\beta_4(G)\phi_G(K) + p_{GB}\beta_4(B)\phi_B(K) + p_{GY}\beta_4(Y)\phi_Y(K) \tag{4.9a}$$

$$= (0.6)(0.18)(0.1) + (0.3)(0.38)(0.2) + (0.1)(0.24)(0.6) = 0{,}048 \tag{4.9b}$$

$$\beta_3(B) = p_{BG}\beta_4(G)\phi_G(o_4) + p_{BB}\beta_4(B)\phi_B(o_4) + p_{BY}\beta_4(Y)\phi_Y(o_4) \tag{4.9c}$$

$$= p_{BG}\beta_4(G)\phi_G(K) + p_{BB}\beta_4(B)\phi_B(K) + p_{BY}\beta_4(Y)\phi_Y(K) \tag{4.9d}$$

$$= (0.2)(0.18)(0.1) + (0.3)(0.38)(0.2) + (0.5)(0.24)(0.6) = 0{,}0984 \tag{4.9e}$$

$$\beta_4(Y) = p_{YG}\beta_4(G)\phi_G(o_4) + p_{YB}\beta_4(B)\phi_B(o_4) + p_{YY}\beta_4(Y)\phi_Y(o_4) \tag{4.9f}$$

$$= p_{YG}\beta_4(G)\phi_G(K) + p_{YB}\beta_4(B)\phi_B(K) + p_{YY}\beta_4(Y)\phi_Y(K) \tag{4.9g}$$

$$= (0.4)(0.18)(0.1) + (0.4)(0.38)(0.2) + (0.2)(0.24)(0.6) = 0{,}0664 \tag{4.9h}$$

t=2 için oluşturma adımı aşağıdaki şekildedir.

$$\beta_2(G) = p_{GG}\beta_3(G)\phi_G(o_3) + p_{GB}\beta_3(B)\phi_B(o_3) + p_{GY}\beta_3(Y)\phi_Y(o_3) \quad (4.10)$$

$$= p_{GG}\beta_3(G)\phi_G(\text{ŞB}) + p_{GB}\beta_3(B)\phi_B(\text{ŞB}) + p_{GY}\beta_3(Y)\phi_Y(\text{ŞB}) \quad (4.10a)$$

$$= (0.6)(0.048)(0.3) + (0.3)(0.0984)(0.5) + (0.1)(0.0664)(0.3) = 0{,}0254 \quad (4.10b)$$

$$\beta_2(B) = p_{BG}\beta_3(G)\phi_G(o_3) + p_{BB}\beta_3(B)\phi_B(o_3) + p_{BY}\beta_3(Y)\phi_Y(o_3) \quad (4.10c)$$

$$= p_{BG}\beta_3(G)\phi_G(\text{ŞB}) + p_{BB}\beta_3(B)\phi_B(\text{ŞB}) + p_{BY}\beta_3(Y)\phi_Y(\text{ŞB}) \quad (4.10d)$$

$$= (0.2)(0.048)(0.3) + (0.3)(0.0984)(0.5) + (0.5)(0.0664)(0.3) = 0{,}0276 \quad (4.10e)$$

$$\beta_2(Y) = p_{YG}\beta_3(G)\phi_G(o_3) + p_{YB}\beta_3(B)\phi_B(o_3) + p_{YY}\beta_3(Y)\phi_Y(o_3) \quad (4.10f)$$

$$= p_{YG}\beta_3(G)\phi_G(\text{ŞB}) + p_{YB}\beta_3(B)\phi_B(\text{ŞB}) + p_{YY}\beta_3(Y)\phi_Y(\text{ŞB}) \quad (4.10g)$$

$$= (0.4)(0.048)(0.3) + (0.4)(0.0984)(0.5) + (0.2)(0.0664)(0.3) = 0{,}0294 \quad (4.10h)$$

t=1 için oluşturma adımı aşağıdaki şekildedir.

$$\beta_1(G) = p_{GG}\beta_2(G)\phi_G(o_2) + p_{GB}\beta_2(B)\phi_B(o_2) + p_{GY}\beta_2(Y)\phi_Y(o_2) \quad (4.11)$$

$$= p_{GG}\beta_2(G)\phi_G(\text{İ}) + p_{GB}\beta_2(B)\phi_B(\text{İ}) + p_{GY}\beta_2(Y)\phi_Y(\text{İ}) \quad (4.11a)$$

$$= (0.6)(0.0254)(0.6) + (0.3)(0.0276)(0.3) + (0.1)(0.0294)(0.1) = 0{,}0119 \quad (4.11b)$$

$$\beta_1(B) = p_{BG}\beta_2(G)\phi_G(o_2) + p_{BB}\beta_2(B)\phi_B(o_2) + p_{BY}\beta_2(Y)\phi_Y(o_2) \quad (4.11c)$$

$$= p_{BG}\beta_2(G)\phi_G(\text{İ}) + p_{BB}\beta_2(B)\phi_B(\text{İ}) + p_{BY}\beta_2(Y)\phi_Y(\text{İ}) \quad (4.11d)$$

$$= (0.2)(0.00254)(0.6) + (0.3)(0.0276)(0.3) + (0.5)(0.0294)(0.1) = 0{,}0043 \quad (4.11e)$$

$$\beta_1(Y) = p_{YG}\beta_2(G)\phi_G(o_2) + p_{YB}\beta_2(B)\phi_B(o_2) + p_{YY}\beta_2(Y)\phi_Y(o_2) \quad (4.11f)$$

$$= p_{YG}\beta_2(G)\phi_G(\text{İ}) + p_{YB}\beta_2(B)\phi_B(\text{İ}) + p_{YY}\beta_2(Y)\phi_Y(\text{İ}) \quad (4.11g)$$

$$= (0.4)(0.0254)(0.6) + (0.4)(0.0276)(0.3) + (0.2)(0.0294)(0.1) = 0{,}0099 \quad (4.11h)$$

Böylece, algoritmanın sonuç aşamasında çözümü şöyle bulunur:

$$P(O = \text{İ}, \text{İ}, \text{ŞB}, K, K \mid \lambda) = \sum_{i=1}^{N} \beta_1(i)\alpha_1(i) = \sum_{i=1}^{N} \beta_1(i)\pi_i\phi_i(o_1) \quad (4.12)$$

$$= \beta_1(G)\pi_G\phi_G(\dot{I}) + \beta_1(B)\pi_B\phi_B(\dot{I}) + \beta_1(Y)\pi_Y\phi_Y(\dot{I}) \quad (4.12a)$$

$$= \frac{1}{3}\{(0.0119)(0.6) + (0.0043)(0.3) + (0.0099)(0.1)\} \quad (4.12b)$$

$$= 0{,}003 \quad (4.12c)$$

Bu sonuç ileri-yön algoritmasındaki bulunan sonuç ile tutarlıdır.

2.3.6.2 Çözümleme Problemi Çözümü

İkinci SMM problemi ise çözümleme problemidir ki bu problem λ modelinde verilmiş olan O gözlem ardışıklıkları arasından en iyi (ya da optimal) durum ardışıklığını bulma çabasını anlatmaktadır. İlk adımda "En uygun ardışıklık ne demektir?" sorusunun cevabı aranır. Çünkü çeşitli uygulanabilir optimallik kriteri vardır.

Optimaluygulanabilirlik tanımı, durum ardışıklığının verilen gözlem ardışıklıkları arasından en yüksek üretilme olasılığına sahip olanının seçimi şeklinde yapılabilir. Böylece, durum ardışıklığı Q'nun $P(Q \mid O, \lambda)$'yi maksimize ettiği nokta bulunur. Maalesef bir gözlem ardışıklığındaki T sembollü ve N durumlu sistemin, Q için N^T tane olanaklı ardışıklığı vardır. Bu örnekteSara'nın ruh halindeki değişikliklerin hesaplanmasında $N = 3$ ve $T = 100$ olduğu için 3^{100} tane olanaklı ardışıklıktan söz edilmesi mümkündür (Ibe, 2009).

Bu başlık altında çözümleme probleminin çözüm tekniği olan Viterbi Algoritmasının içeriği hakkında bilgi verme amaçlanmaktadır. Viterbi Algoritması 5 aşamadan oluşmaktadır. Bu aşamalar sırasıyla; Başlangıç, Yineleme, Güncelleştirme, Sonlandırma ve Yol (Durum Dizisi) Geri İzleme olarak adlandırılır.

Viterbi Algoritması ile İleri – Yön Algoritmasına birbirine çok benzerdir. Buradaki temel farklılık; Viterbi Algoritmasında sadece en büyük olasılığa sahip olan durumun işleme alınması halidir (Haberdar, 2005).

Tüm olası ardışıklıkların içyapısından ziyade ayrı ayrı en olası durumların yer aldığı bu olay etraflıca düşünülür. Her bir t zamanı için, $1 \le t \le T$, $\gamma_t(i)$ değişkeni şu şekilde tanımlanır:

$$\gamma_t(i) = P[q_t = s_i \mid O, \lambda] = \frac{P[q_t = s_i \mid O, \lambda]}{P[O \mid \lambda]} \quad (5.1)$$

$$= \frac{P[q_t = s_i, o_1, o_2, \ldots, o_T \mid \lambda]}{P[O \mid \lambda]} \quad (5.1a)$$

$$= \frac{P[q_t = s_i, o_1, o_2, \ldots, o_t, o_{t+1}, \ldots, o_T \mid \lambda]}{P[O \mid \lambda]} \quad (5.1b)$$

$$= \frac{P[o_1, o_2, \ldots, o_t, o_{t+1}, \ldots, o_T \mid q_t = s_i, \lambda]\, P[q_t = s_i \mid \lambda]}{P[O \mid \lambda]} \quad (5.1c)$$

$$= \frac{P[\,o_1, o_2, \ldots, o_t \,|o_{t+1}, \ldots\ldots, o_T, q_t = s_i, \lambda\,]\, P[[\,o_1, o_2, \ldots, o_T \mid q_t = s_i, \lambda\,]P[q_t = s_i \mid \lambda\,]}{P\,[O \mid \lambda]} \tag{5.1d}$$

$$= \frac{P[\,o_1, o_2, \ldots, o_t \mid q_t = s_i, \lambda]P[q_t = s_i \mid \lambda\,]P[\,o_1, o_2, \ldots, o_T \mid q_t = s_i, \lambda]}{P\,[O \mid \lambda]} \tag{5.1e}$$

$$= \frac{P[\,o_1, o_2, \ldots, o_t \mid q_t = s_i, \lambda]P[\,o_1, o_2, \ldots, o_T \mid q_t = s_i, \lambda]}{P\,[O \mid \lambda]} \tag{5.1f}$$

$$= \frac{\alpha_t(i)\beta_t(i)}{\sum_{i=1}^{N} \beta_t(i)\alpha_t(i)} \tag{5.1g}$$

Son eşitlik daha önce tanımlanmış olan $\alpha_t(i)$ ve $\beta_t(i)$ ifadelerini içermekle birlikte bu durum;

$$P\,[O \mid \lambda] = \sum_{i=1}^{N} \beta_t(i)\alpha_t(i) \tag{5.2}$$

şeklindedir. Ayrıca;

$$\sum_{i=1}^{N} \gamma_t(i) = 1 \tag{5.3}$$

dir. Böylece, t zamanında tek önemli olası durum aşağıda verilmiştir.

$$q_t^* = \arg\max \max_{1 \le i \le N} \{\gamma_t(i)\} \qquad 1 \le t \le T \tag{5.4}$$

Böylece bu metot verilen gözlem ardışıklıkları $O = \{\, o_1, o_2, \ldots\ldots, o_T \,\}$ için en olası durum ardışıklığını $Q^* = \{\, q_1^*, q_2^*, \ldots\ldots, q_T^* \,\}$ meydana getirmektedir. Örneğin, bir ardışıklık var ve bu ardışıklığın içerisinde geçiş olasılıkları $p_{ij} = 0$ olan iki tane s_i ve s_j komşu durum bulunuyor ise, sonucun durum ardışıklığının geçersiz olduğunu gösterir. Etkili metot şudur ki; dinamik programın temeline dayanan böyle olası olmayan ardışıklıklardan Viterbi algoritması kullanılacaksa kaçınılmalıdır (Ibe, 2009).

2.3.6.2.1 Viterbi Algoritması

Bazı uygulamalar için ardışık gözlemler içerisinde yer alan ardışık durumların tahmininde Viterbi algoritmansın gerekliliği saptanmıştır. Viterbi algoritması P^* olasılığının maksimizasyonunu sağlayacak en iyi durum ardışıklığının bulunmasında kullanılır (Fraser, 2008).

Viterbi Algoritması orijinalinde karmaşık çözümlemeli kodların analizi için planlanmıştır.SMM'de verilen gözlem ardışıklıkları $O = \{\, o_1, o_2, \ldots\ldots, o_T \,\}$ için en olası durum ardışıklığını $Q^* = \{ q_1^*, q_2^*, \dots\dots, q_T^* \}$ bulmada kullanılır. Önceki tanımlamada da olduğu gibi, fonksiyon maksimum Z değerinin y argümanına tekabül ettiğini göstermektedir.

$$\arg \max_{y} \{Z\} \tag{5.5}$$

Vitebi algoritması hem $P(Q \mid O)$ nokta olasılığı hem de $P(Q \mid O)$ koşullu olasılığı eş zamanlı olarak maksimize etmektedir.

$$\arg \max_{Q} \{ P [Q \mid O , \lambda] \} = \arg \max_{Q} \left\{ \frac{P [Q , O \mid \lambda]}{P[O \mid \lambda]} \right\} = \arg \max_{Q} \{ P[Q , O \mid \lambda] \} \tag{5.6}$$

Algoritma $\delta_t(i)$ değişkenini şöyle tanımlamaktadır:

$$\delta_t(i) = \max_{q_1, q_2, \dots, q_{t-1}} P[q_1, q_2, \dots, q_{t-1}, q_t = s_i, o_1, o_2, \dots, o_{t-1}, o_t \mid \lambda] \tag{5.7}$$

Tek yol boyunca en geniş olasılık olan $\delta_t(i)$ ilk t zamanına ait gözlemler için hesaplanır ve s_i durumu içinde sonlanır. Böylece, kısmi gözlem ardışıklıkları için en olası durum yolunun olasılığı bulunmuş olur. Diğer değişken olan $\psi_t(j)$ en olası yolu göstermek için gelen kemer boğumlarını saklamaktadır (Ibe, 2009).

$$\psi_t(j) = \arg \max_{1 \le i \le N} \{\delta_{t-1}(i)\, p_{ij}\} \tag{5.8}$$

Algoritmanın detaylarına aşağıda yer verilmiştir:

1. Başlangıç:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \pi_i b_i(o_1) \\ & \qquad\qquad 1 \le i \le N \\ \psi_1(i) &= 0 \end{aligned} \tag{5.9}$$

2. Yineleme:

$$\begin{aligned} \delta_t(j) &= \max_{1 \le i \le N} \{\delta_{t-1}(i) p_{ij}\} b_j(o_t) \\ & \qquad\qquad 1 \le j \le N, 2 \le t \le T \\ \psi_1(j) &= \arg \max_{1 \le i \le N} \{\delta_{t-1}(i) p_{ij}\} \end{aligned} \tag{5.10}$$

Bu aşama İleri-yön algoritmasındaki sonuç aşaması ile benzerdir. İkisi arasındaki temel farklılık Viterbi algoritması minimizasyonda kullanırken, ileri-yön algoritması bitmiş önceki durumlarda özetlemede kullanmaktadır (Ibe, 2009).

3. Güncelleştirme:

$t = t + 1$'dir. Eğer $t < T$ ise, 2. Aşamaya geçilir aksi halde 4. Aşamaya gidilir.

4. Sonuç:

$$P^* = \max_{1 \le i \le N} \{\delta_T(\dot{I})\}$$
$$q_T^* = \arg \max_{1 \le i \le N} \{\delta_T(\dot{I})\} \quad (5.11)$$

5. Yol (Ya da Durum Ardışıklığı) Geri İzlemesi:

$$q_t^* = \psi_{t+1}(q_{t+1}^*) \qquad t = T-1, T-2, \ldots\ldots, 1 \quad (5.12)$$

Yol geri izleme aşaması yineleme aşamasında eski puanterlerde depolanmış olanlar içerisinden en iyi durum ardışıklığının bulunmasına izin verir.

Viterbi algoritmasını daha iyi anlayabilmek için bir örnek verilebilir. Şekil 7'deki Sara'nın ruh halindeki değişikliği viterbi algoritması kullanılarak çözümlenir. Sara'nın ruh halinin ardışıklığının şu şekilde olacağı tahmin edilmektedir: İyi, İyi, Şöyle-Böyle, Kötü, Kötü. Viterbi Algoritmasını kullanarak verilmiş olan ruh halindeki ardışıklıkları içerisinden en olası durum ardışıklığı bulunmaya çalışılır. Bu örneği viterbi algoritması ile çözerken; aynı notasyonları ve yukarıdaki ilk dağıtım tahminleri kullanılır. Başlangıç aşaması şu şekilde gerçekleşir:

$$\delta_1(G) = \pi_G \phi_G(o_1) = \pi_G \phi_G(\dot{I}) = \frac{1}{3}(0.6) = 0.2 \quad (5.13)$$

$$\delta_1(B) = \pi_B \phi_B(o_1) = \pi_B \phi_B(\dot{I}) = \frac{1}{3}(0.3) = 0.1 \quad (5.13a)$$

$$\delta_1(Y) = \pi_Y \phi_Y(o_1) = \pi_Y \phi_Y(\dot{I}) = \frac{1}{3}(0.1) = 0.033 \quad (5.13b)$$

$$\psi_1(G) = \psi_1(B) = \psi_1(Y) = 0 \quad (5.13c)$$

$t = 2$ için yineleme aşaması

$$\delta_2(G) = \max\{\delta_1(G)p_{GG}, \delta_1(B)p_{BG}, \delta_1(Y)p_{YG}\}\, \phi_G(o_2) \quad (5.14)$$

$$= \max\{\delta_1(G)p_{GG}, \delta_1(B)p_{BG}, \delta_1(Y)p_{YG}\}\, \phi_G(\dot{I}) \quad (5.14a)$$

$$= \max\{(0.2)(0.6), (0.1)(0.2), (0.033)(0.4)\}(0.6) \quad (5.14b)$$

$$= \max\{0.12\,, 0.02\,, 0.0132\}(0.6) = \ 0{,}072 \tag{5.14c}$$

$$\psi_2(G) = \ G \tag{5.14d}$$

$$\delta_2(B) = \max\{\delta_1(G)p_{GB}, \delta_1(B)p_{BB}\,, \delta_1(Y)p_{YB}\}\ \phi_B(o_2) \tag{5.14e}$$

$$= \max\{\delta_1(G)p_{GB}, \delta_1(B)p_{BB}\,, \delta_1(Y)p_{YB}\}\ \phi_B(\dot{I}) \tag{5.14f}$$

$$= \max\{(0.2)(0.3), (0.1)(0.3), (0.033)(0.4)\}(0.3) \tag{5.14g}$$

$$= \max\{0.06\,, 0.03\,, 0.0132\}(0.6) = \ 0.036 \tag{5.14h}$$

$$\psi_2(B) = \ G \tag{5.14i}$$

$$\delta_2(Y) = \max\{\delta_1(G)p_{GY}, \delta_1(B)p_{BY}\,, \delta_1(Y)p_{YY}\}\ \phi_Y(o_2) \tag{5.14j}$$

$$= \max\{\delta_1(G)p_{GY}, \delta_1(B)p_{BY}\,, \delta_1(Y)p_{YY}\}\ \phi_Y(\dot{I}) \tag{5.14k}$$

$$= \max\{(0.2)(0.1), (0.1)(0.5), (0.033)(0.2)\}(0.1) \tag{5.14l}$$

$$= \max\{0.02\,, 0.05\,, 0.0066\}(0.1) = \ 0.005 \tag{5.14m}$$

$$\psi_2(Y) = \ B \tag{5.14n}$$

$t = 3$ için yineleme aşaması

$$\delta_3(G) = \max\{\delta_2(G)p_{GG}, \delta_2(B)p_{BG}\,, \delta_2(Y)p_{YG}\}\ \phi_G(o_3) \tag{5.15}$$

$$= \max\{\delta_2(G)p_{GG}, \delta_2(B)p_{BG}\,, \delta_2(Y)p_{YG}\}\ \phi_G(\text{ŞB}) \tag{5.15a}$$

$$= \max\{(0.072)(0.6), (0.036)(0.2), (0.005)(0.4)\}(0.3) \tag{5.15b}$$

$$= \max\{0.0432\,, 0.0072\,, 0.002\}(0.3) = \ 0{,}013 \tag{5.15c}$$

$$\psi_3(G) = \ G \tag{5.15d}$$

$$\delta_3(B) = \max\{\delta_2(G)p_{GB}, \delta_2(B)p_{BB}\,, \delta_2(Y)p_{YB}\}\ \phi_B(o_3) \tag{5.15e}$$

$$= \max\{\delta_2(G)p_{GB}, \delta_2(B)p_{BB}\,, \delta_2(Y)p_{YB}\}\ \phi_B(\text{ŞB}) \tag{5.15f}$$

$$= \max\{(0.072)(0.3), (0.036)(0.3), (0.005)(0.4)\}(0.5) \tag{5.15g}$$

$$= \max\{0.0216\,, 0.0108\,, 0.002\}(0.5) = \ 0{,}011 \tag{5.15h}$$

$$\psi_3(B) = \ G \tag{5.15i}$$

$$\delta_3(Y) = \max\{\delta_2(G)p_{GY}, \delta_2(B)p_{BY}\,, \delta_2(Y)p_{YY}\}\ \phi_Y(o_3) \tag{5.15j}$$

$$= \max\{\delta_2(G)p_{GY}, \delta_2(B)p_{BY}\,, \delta_2(Y)p_{YY}\}\ \phi_Y(\text{ŞB}) \tag{5.15k}$$

$$= \max\{(0.072)(0.1), (0.036)(0.5), (0.005)(0.2)\}(0.3) \quad (5.15l)$$

$$= \max\{0.0072\,, 0.018\,, 0.001\}(0.3) = 0.0054 \quad (5.15m)$$

$$\psi_3(\mathrm{Y}) = \mathrm{B} \quad (5.15n)$$

$t = 4$ için yineleme aşaması

$$\delta_4(\mathrm{G}) = \max\{\delta_3(\mathrm{G})p_{\mathrm{GG}}, \delta_3(\mathrm{B})p_{\mathrm{BG}}\,, \delta_3(\mathrm{Y})p_{\mathrm{YG}}\}\,\phi_{\mathrm{G}}(o_4) \quad (5.16)$$

$$= \max\{\delta_3(\mathrm{G})p_{\mathrm{GG}}, \delta_3(\mathrm{B})p_{\mathrm{BG}}\,, \delta_3(\mathrm{Y})p_{\mathrm{YG}}\}\,\phi_{\mathrm{G}}(\mathrm{K}) \quad (5.16a)$$

$$= \max\{(0.013)(0.6), (0.011)(0.2), (0.0054)(0.4)\}(0.1) \quad (5.16b)$$

$$= \max\{0.0078\,, 0.0022\,, 0.00216\}(0.1) = 0.00078 \quad (5.16c)$$

$$\psi_4(\mathrm{G}) = \mathrm{G} \quad (5.16d)$$

$$\delta_4(\mathrm{B}) = \max\{\delta_3(\mathrm{G})p_{\mathrm{GB}}, \delta_3(\mathrm{B})p_{\mathrm{BB}}\,, \delta_3(\mathrm{Y})p_{\mathrm{YB}}\}\,\phi_{\mathrm{B}}(o_4) \quad (5.16e)$$

$$= \max\{\delta_3(\mathrm{G})p_{\mathrm{GB}}, \delta_3(\mathrm{B})p_{\mathrm{BB}}\,, \delta_3(\mathrm{Y})p_{\mathrm{YB}}\}\,\phi_{\mathrm{B}}(\mathrm{K}) \quad (5.16f)$$

$$= \max\{(0.0013)(0.3), (0.011)(0.3), (0.0054)(0.4)\}(0.2) \quad (5.16g)$$

$$= \max\{0.00039\,, 0.0033\,, 0.00216\}(0.2) = 0{,}00066 \quad (5.16h)$$

$$\psi_4(\mathrm{B}) = \mathrm{B} \quad (5.16i)$$

$$\delta_4(\mathrm{Y}) = \max\{\delta_3(\mathrm{G})p_{\mathrm{GY}}, \delta_3(\mathrm{B})p_{\mathrm{BY}}\,, \delta_3(\mathrm{Y})p_{\mathrm{YY}}\}\,\phi_{\mathrm{Y}}(o_4) \quad (5.16j)$$

$$= \max\{\delta_3(\mathrm{G})p_{\mathrm{GY}}, \delta_3(\mathrm{B})p_{\mathrm{BY}}\,, \delta_3(\mathrm{Y})p_{\mathrm{YY}}\}\,\phi_{\mathrm{Y}}(\mathrm{K}) \quad (5.16k)$$

$$= \max\{(0.013)(0.1), (0.011)(0.5), (0.0054)(0.2)\}(0.6) \quad (5.16l)$$

$$= \max\{0.0013\,, 0.0055\,, 0.00108\}(0.6) = 0.0033 \quad (5.16m)$$

$$\psi_4(\mathrm{Y}) = \mathrm{B} \quad (5.16n)$$

$t = 5$ için yineleme aşaması

$$\delta_5(\mathrm{G}) = \max\{\delta_4(\mathrm{G})p_{\mathrm{GG}}, \delta_4(\mathrm{B})p_{\mathrm{BG}}\,, \delta_4(\mathrm{Y})p_{\mathrm{YG}}\}\,\phi_{\mathrm{G}}(o_5) \quad (5.17)$$

$$= \max\{\delta_4(\mathrm{G})p_{\mathrm{GG}}, \delta_4(\mathrm{B})p_{\mathrm{BG}}\,, \delta_4(\mathrm{Y})p_{\mathrm{YG}}\}\,\phi_{\mathrm{G}}(\mathrm{K}) \quad (5.17a)$$

$$= \max\{(0.00078)(0.6), (0.00066)(0.2), (0.0033)(0.4)\}(0.1) \quad (5.17b)$$

$$= \max\{0.00047\,, 0.000132\,, 0.00132\}(0.1) = 0{,}000047 \quad (5.17c)$$

$$\psi_5(G) = G \quad (5.17d)$$

$$\delta_5(B) = \max\{\delta_4(G)p_{GB}, \delta_4(B)p_{BB}, \delta_4(Y)p_{YB}\}\,\phi_B(o_5) \quad (5.17e)$$

$$= \max\{\delta_4(G)p_{GB}, \delta_4(B)p_{BB}, \delta_4(Y)p_{YB}\}\,\phi_B(K) \quad (5.17f)$$

$$= \max\{(0.00078)(0.3), (0.00066)(0.3), (0.0033)(0.4)\}(0.2) \quad (5.17g)$$

$$= \max\{0.000234, 0.000198, 0.00132\}(0.2) = 0.00027 \quad (5.17h)$$

$$\psi_5(B) = Y \quad (5.17i)$$

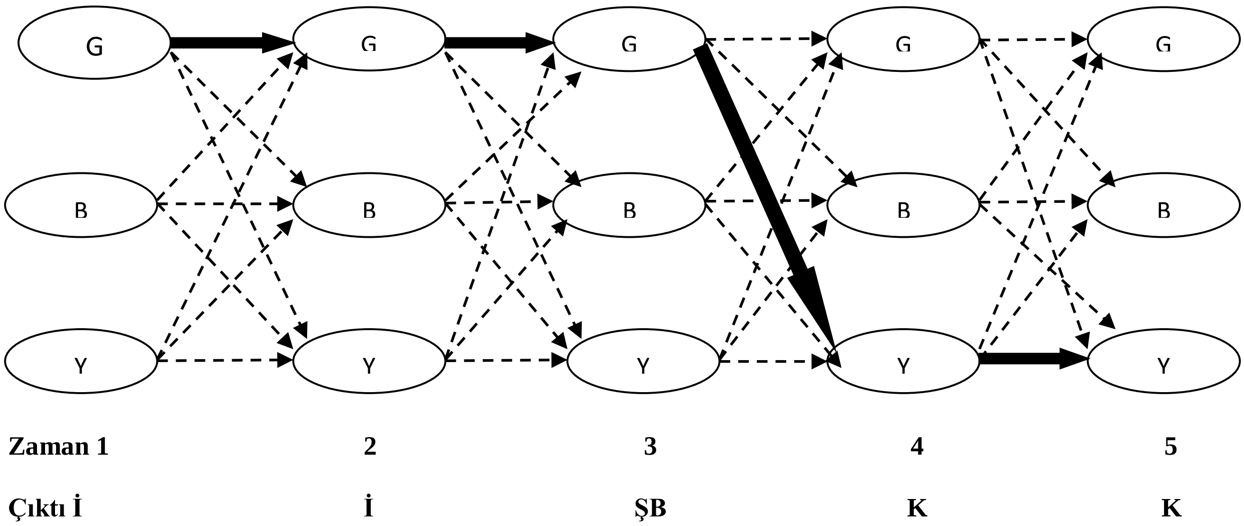
$$\delta_5(Y) = \max\{\delta_4(G)p_{GY}, \delta_4(B)p_{BY}, \delta_4(Y)p_{YY}\}\,\phi_Y(o_5) \quad (5.17j)$$

$$= \max\{\delta_4(G)p_{GY}, \delta_4(B)p_{BY}, \delta_4(Y)p_{YY}\}\,\phi_Y(K) \quad (5.17k)$$

$$= \max\{(0.00078)(0.1), (0.00066)(0.5), (0.0033)(0.2)\}(0.6) \quad (5.17l)$$

$$= \max\{0.000078, 0.00033, 0.00066\}(0.6) = 0.0004 \quad (5.17m)$$

$$\psi_5(Y) = Y \quad (5.17n)$$



Şekil 2.13 Viterbi Algoritması İçin Kafes İşi
Kaynak : (Ibe, 2009)

Sonuç aşaması aşağıdaki şekildedir:

$$P^* = \max\{\delta_5(G), \delta_5(B), \delta_5(Y)\} \quad (5.18)$$

$$= \max\{0.000047, 0.00027, 0.0004\} = 0.0004 \quad (5.18a)$$

$$q_T{}^* = \arg\max\{\delta_5(G), \delta_5(B), \delta_5(Y)\} = Y \quad (5.18b)$$

Yol geri izleme aşaması şöyledir:

$$q_t^* = \psi_{t+1}(q_{t+1}^*) \tag{5.19}$$

$$q_4^* = \psi_5(q_5^*) = \psi_5(Y) = Y \tag{5.19a}$$

$$q_3^* = \psi_4(q_4^*) = \psi_4(Y) = G \tag{5.19b}$$

$$q_2^* = \psi_3(q_3^*) = \psi_3(G) = \psi_3(B) = G \tag{5.19c}$$

$$q_1^* = \psi_2(q_2^*) = \psi_2(G) = G \tag{5.19d}$$

Böylece, en önemli olası durum ardışıklığının $Q^* = \{ G, G, G, Y, Y\}$ olduğu bulunur. Bu yol Şekil 2.13'de gösterilmiştir (Ibe, 2009).

2.3.6.3 Öğrenme Problemi Çözümü

Bu başlık altında öğrenme çözüm tekniği olan Baum – Welch Algoritmasının içeriği hakkında bilgi vermek amaçlanır. Olasılık tabanlı bir modelin parametrelerinin tahmin edilmesinde kullanılan bu algoritma aynı zamanda En İyileme Algoritması olarak da adlandırılmaktadır.

Beklenti yükseltme işlemi olarak da görülen Baum-Welch algoritması kullanılarak model parametreleri hesaplanır (Haberdar, 2005).

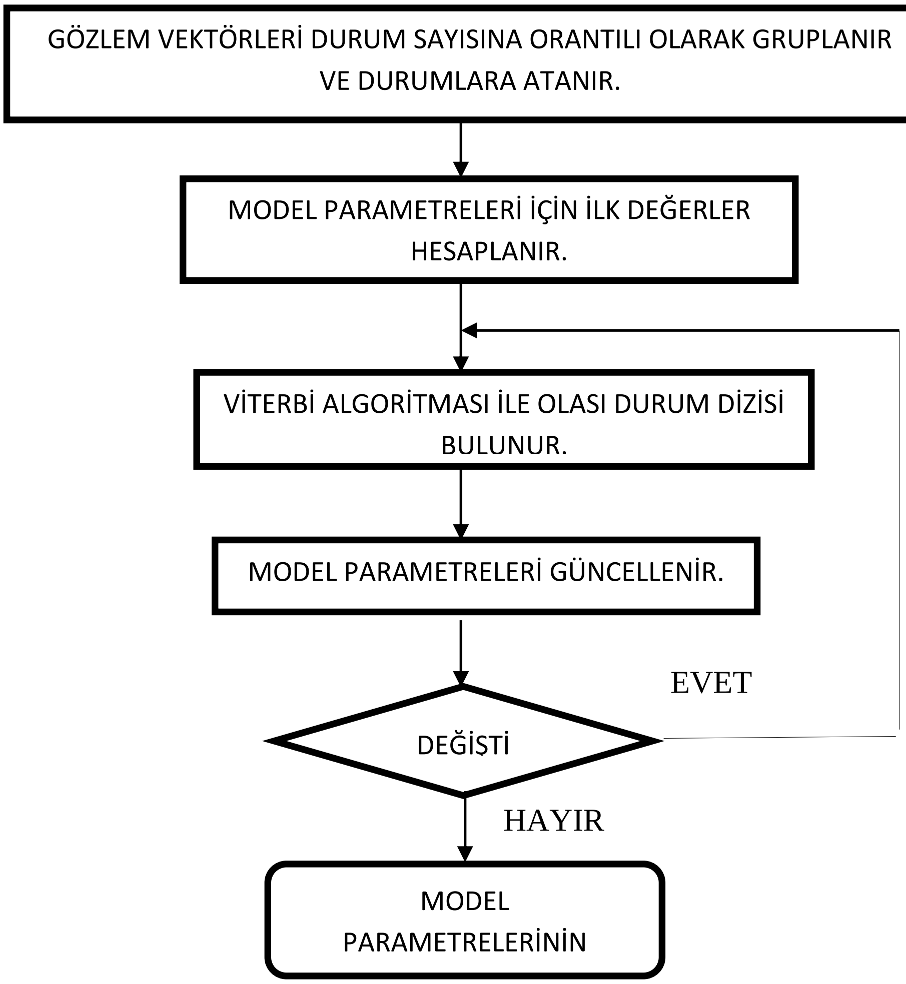
Öğrenme problemi SMM parametrelerinin nasıl düzeltilebileceği ile ilgilidir öyle ki verilen gözlem setine genellikle çalışma seti olarak başvurulmaktadır, bu çalışma setinde model tarafından tasarlanmış uygulama için en iyi yol gösterilmektedir. Çünkü gözlemleri göstermek için en iyi yol aranır, optimizasyon problemi çözülür ve optimizasyon için kriter tanımlanır. En önemli çoğunluğu temsil eden kullanılan optimizasyon kriteri, maksimum olasılık kriteridir (Ibe, 2009). Verilen gözlem ardışıklıklarının olasılıklarını maksimize eden SMM parametrelerini bulmak için çalışır. Öyle ki, aşağıdaki çözüm bulunur:

$$\lambda^* = \arg \max_{\lambda}\{P[O|\lambda]\} \tag{6.1}$$

Maalesef, bu problem oldukça komplekstir, $P[O|\lambda]$ maksimizasyonunu sağlayan λ bulunması ile birlikte çözümselliği sağlayan bilinen bir metot yoktur fakat, model parametrelerini seçerken aynı yolla $P[O|\lambda]$ sınırlı maksimizasyonu kullanılacaktır. Bu metoda Baum-Welch Algoritması adı verilir. Bazen de ileri-geri yön algoritma olarak adlandırılır ve beklenen maksimizasyon (Expectation Maximization)(EM) metodunda özel bir durumu vardır (Ibe, 2009).

2.3.6.3.1 Baum Welch Algoritması

Bu algoritma türü için aynı zamanda ileri – geri yön algoritması ifadesi de kullanılmaktadır (Fraser, 2008). Algoritma önceki bilgi için ya da bazı muntazam dağıtım için seçilen ilk değerler P,ϕ, π parametrelerinin kullanımında başlar. Sonra mevcut modelin kullanımı, bu alıştırma seti için tüm uygun yollar P,ϕ, π'nin yeni olasılık değerleri kullanılmak suretiyle göz önünde tutulmalıdır. Mevcut modeldeki parametrelerdeki önemsiz değişiklikler varlığını sürdürdüğü müddetçe prosedür tekrarlanmaktadır.



Şekil 2.14 Baum – Welch Algoritması Aşamaları
Kaynak : (Haberdar, 2005)

Şekil 2.14'de Baum-Welch algoritmasına başlamadan önce başlangıç değeri bulma adımları gösterilmektedir.

İleri-geri yön algoritmasında olduğu gibi Baum-Welch algoritmasında da aynı ileri olasılık değişken olan $\alpha_t(i)$ ve geri olasılık değişkeni olan $\beta_t(i)$ değerlendirme probleminde kullanılmaktadır.

$$\alpha_t(i) = P[o_1, o_2, \ldots . o_t, q_t = s_i | \lambda] \tag{6.2}$$

$$\beta_t(i) = P[o_{t+1}, o_{t+2}, \ldots . o_T | q_t = s_i, \lambda] \tag{6.2a}$$

s_i durumunun başlangıcındaki olasılık $\alpha_t(i)$ t zamanı için gözlem ardışıklığı $\{o_1, o_2, \ldots . o_t\}$ ve t zamanında s_i durumunda verilen $\beta_t(i)$ koşullu olasılık kısmi gözlemleri $\{o_{t+1}, o_{t+2}, \ldots . o_T\}$ şeklindedir. Aynı zamanda bu değişkenler şu şekilde tümevarımsal hesaplanmaktadır:

$$\alpha_t(i) = \pi_i \phi_i(o_1) \qquad 1 \le i \le N \tag{6.3}$$

$$\alpha_{t+1}(j) = \left\{\sum_{i=1}^{N} p_{ij}\alpha_t(i)\right\}\phi_j(o_{t+1}) \qquad 1 \le t \le T-1, 1 \le j \le N \tag{6.3a}$$

$$\beta_T(i) = 1 \qquad 1 \le i \le N \tag{6.3b}$$

$$\beta_t(i) = \sum_{j=1}^{N} p_{ij}\beta_{t+1}(j)\phi_j(o_{t+1}) \qquad 1 \le t \le T-1, 1 \le i \le N \tag{6.3c}$$

Viterbi algoritmasında olduğu gibi, olasılık değişkeni olan $\gamma_t(i)$ şu şekilde tanımlanır:

$$\gamma_t(i) = \frac{\alpha_t(i)\beta_t(i)}{P[O \mid \lambda]} = \frac{\alpha_t(i)\beta_t(i)}{\sum_{i=1}^{N}\beta_t(i)\alpha_t(i)} \tag{6.4}$$

t zamanında s_i durumunda verilen bütün gözlem ardışıklıkları ve modelin olasılığıdır. Özetlenecek olursa $\gamma_t(i)$; t üzerinde s_i durumundaki geçişlerde beklenilen sayıyı vermektedir. Son olarak t zamanında s_i durumundaki olasılık değişken olan $\xi_t(i,j)$ ve t+1 zamanında s_j durumunda verilen gözlem ardışıklıkları model olarak aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$$\xi_t(i,j) = P\left(q_t = s_i, q_{t+1} = s_j \mid O, \lambda\right) = \frac{P[q_t = s_i, q_{t+1} = s_j, O \mid \lambda]}{P[O|\lambda]} \tag{6.5}$$

$$= \frac{\alpha_t(i)p_{ij}\phi_j(o_{t+1})\beta_{t+1}(j)}{\sum_{i=1}^{N}\beta_t(i)\alpha_t(i)} = \frac{\alpha_t(i)p_{ij}\phi_j(o_{t+1})\beta_{t+1}(j)}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\alpha_t(i)p_{ij}\phi_j(o_{t+1})\beta_{t+1}(j)} \tag{6.5a}$$

Dikkat edilmelidir ki $\gamma_t(i)$ ve $\xi_t(i,j)$ aşağıdaki şekilde birbiri ile ilişkilidir:

$$\gamma_t(i) = \sum_{j=1}^{N}\xi_t(i,j) \tag{6.6}$$

Özetlenecek olursa $\xi_t(i,j)$; t üzerinde s_i durumundan s_j durumuna beklenilen sayıdaki geçişlerde yorumlanabilir bir değişken olarak verilmektedir. p_{ij}'yi s_i durumundan s_j durumuna beklenilen sayı geçişlerinden; normalize edilmiş s_i durumundaki beklenilen sayı geçişleri şu şekilde tahmin edilir:

$$\bar{p}_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i,j)}{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i)} \tag{6.7}$$

s_j durumunda t zamanında çıkarılan olasılık çıktı sembolü olan $o_t = k$ sistemi Eşitlik (6.8)'de gösterilir (Ibe, 2009).

$$\bar{\phi}_j(k) = \frac{\sum_{t=1, o_t=k}^{T} \gamma_t(j)}{\sum_{t=1}^{T} \gamma_t(j)} \tag{6.8}$$

Algoritmanın detayları aşağıda verilmiştir:

1. t=1 zamanında $\boldsymbol{s_i}$ durumu için beklenilen sıklıktaki $\boldsymbol{s_i}$ durumu için ilk durum dağıtımının tahmini şöyle bulunur:

$$\bar{\pi}_i = \gamma_1(i) \tag{6.9}$$

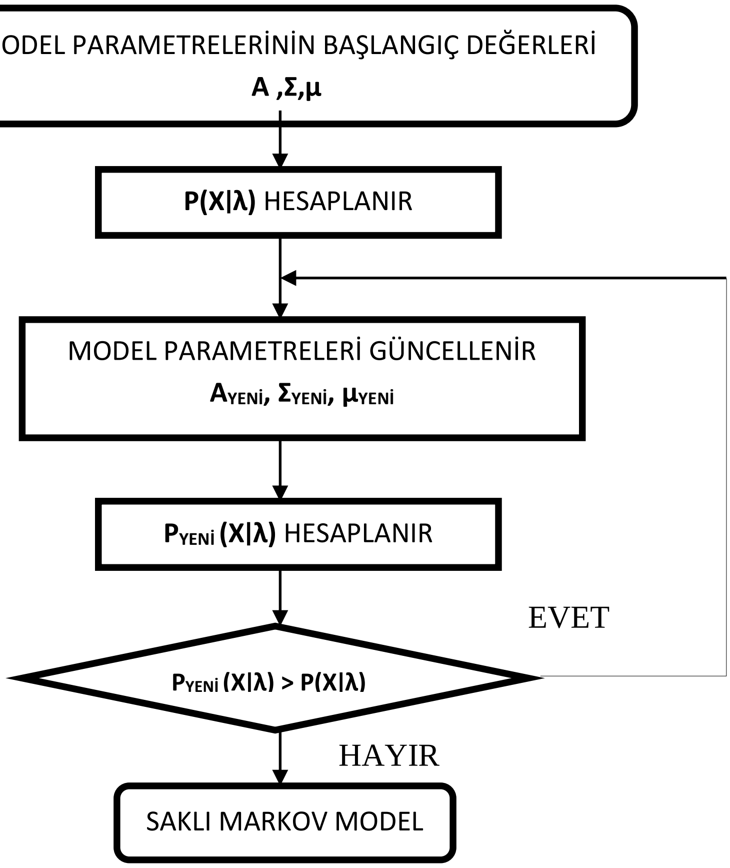
2. $\bar{p}_{ij}$ ve $\bar{\phi}_j(k)$ tahminlerinin ilk tanımlamaları bulunur.
3. Mevcut model olan $\lambda = (P, \phi, \pi)$; $\bar{p}_{ij}$ ve $\bar{\phi}_j(k)$ değerlerinin toplamıdır. Güncellenmiş modelin kullanımda yeni iterasyonlar $\bar{\lambda} = (\bar{P}, \bar{\phi}, \bar{\pi})$ kullanılır ta ki yeni model ile eski model birbirine yaklaşıncaya kadar bu işlem devam eder.
4. $P[O|\bar{\lambda}] - P[O|\lambda] < \delta$ olursa, δ önceden tanımlanmış başlangıç değeri olduğunda işlem durur.

Bu Algoritma NJ. Princeton savunma analizleri enstitüsünde Baum ve birlikte çalışanları tarafından 1960'larda geliştirildi. Her bir iterasyonda, gözlenemeyen durumların dağılımı tahmin ediliyor ve bu tahminler doğrultusunda beklenen ana olasılığın saygınlığı maksimize ediliyordu. Baum ve arkadaşlarının Saklı Markov Modeli üzerindeki dikkati sınırlıydı ve aynı iterasyona benzer bir yaklaşım farklı bir model tarafından gözlenemeyen değişkenler kullanılarak geliştirildi. 1977 yılında Dempster, Laird ve Rubin tarafından EM algoritması adı verildi (Fraser, 2008). EM teorisi bundan sonraki iterasyonlar için iki şeyden bir tanesinin olacağını ifade etmektedir:

a) $\boldsymbol{\bar{\lambda}}$ daha çok olasılığa sahipse λ'den$P[O|\bar{\lambda}] > P[O|\lambda]$ durumu, ya da
b) $\boldsymbol{\bar{\lambda}} = \boldsymbol{\lambda}$ şeklinde olasılık fonksiyonunda sabit bir noktaya ulaşılır.

Bu algoritmanın temel problemi, maksimum noktasında $\boldsymbol{\bar{\lambda}} = \boldsymbol{\lambda}$ birbirine yaklaşacağının garanti edilememesidir. Bu durum birçok yerel azami hedef fonksiyonun bulunmasından kaynaklanmaktadır. Bu problemi ertelemenin bir yolu da bu algoritmanın birçok kere çalıştırılmasıdır ki böylece her bir farklı başlangıç değeri λ elde edilir. Bu probleme rağmen, algoritma pratikte iyi sonuçların bulunmasını sağlamaktadır (Ibe, 2009).

Eğitim seti olarak $X = \{O^k\}_{k=1}^{K}$ verildiğinde, Şekil 2.15'de özetlenen Baum-Welch algoritmasının adımları gerçekleştirilerek model parametreleri kestirilmiş olur. Durma şartı $\mathrm{P}(\mathrm{X} \mid \lambda) = \prod_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{K}} \mathrm{P}\left(\mathrm{O}^{\mathrm{k}} \mid \lambda\right)$ olasılığının artarak belli bir noktaya gelmesidir.

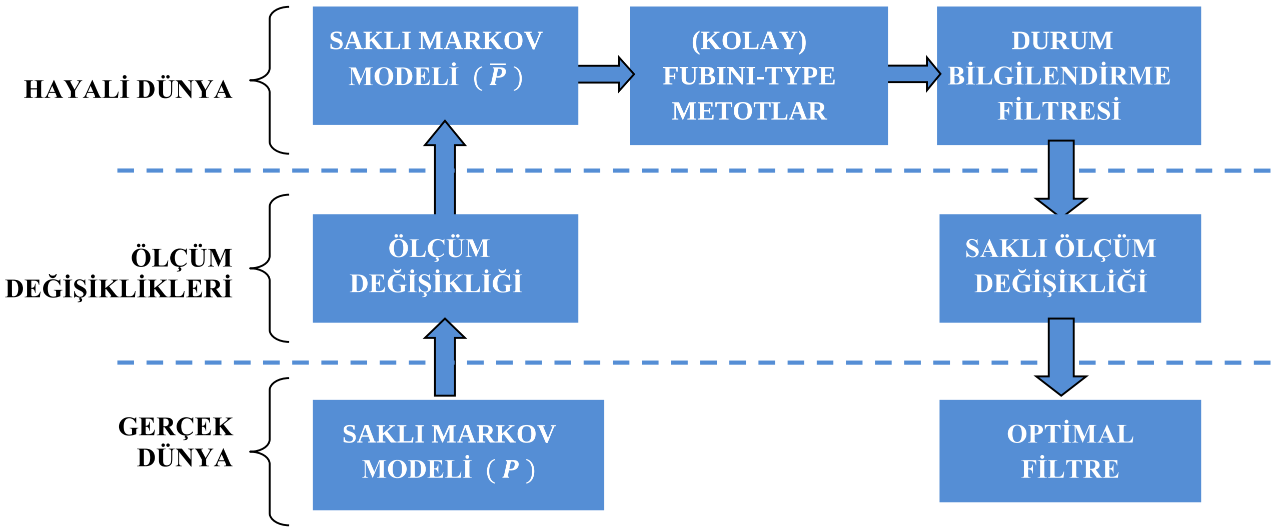


Şekil 2.15 Baum – Welch Algoritması Sonlandırma Aşamaları
Kaynak : (Haberdar, 2005)

Yapılan analizler sonucunda $\lambda = (\mathrm{P}, \phi, \pi)$ dan $\bar{\lambda} = (\bar{\mathrm{P}}, \bar{\phi}, \bar{\pi})$ modeli elde edilir. Bu işlemin birden fazla tekrarlanarak model parametrelerindeki değişimin belirli bir değerin altına düşmesi ile model sona erer. En son elde edilen $\bar{\lambda} = (\bar{\mathrm{P}}, \bar{\phi}, \bar{\pi})$ model parametreleri ile en uygun sonuca ulaşılacağı öngörülmektedir (Agun, 2008).

2.3.7 Saklı Markov Modeli Çeşitleri

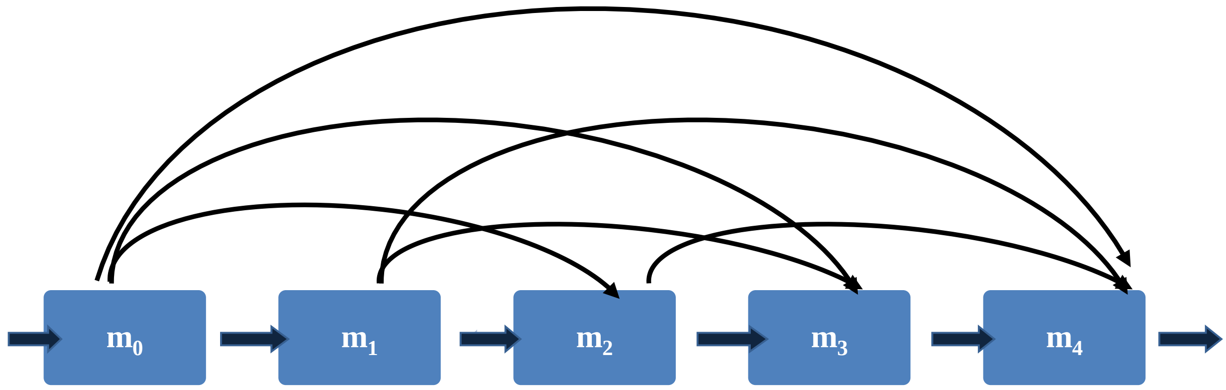
Bu başlık altında en çok popüler olan Saklı Markov model çeşitleri hakkında bilgi verilmektedir. Fakat öncelikle; basit teknikler doğrultusunda olasılık ölçümlerine ulaşmada kullanılan değişik yaklaşımların varlığından söz edilir. Farklı zaman dilimleri (hayali- gerçek dünya) arasındaki ilişkiyi incelemek istediğimizde; hayali dünyada üretmeye çalışılan yeni bir olasılık değeri olan $\bar{P}$'nin altında yer alan tüm gözlemler bağımlı rasgele değişkenlerdir. İdeal matematik dünyasında olasılık değerinin hesabını yaparken Fubinin teoremini kullanmak tahminlerde meydana gelebilecek olan ara değişiklikleri gözlemleme imkânı sunacaktır. Daha sonra ters ölçüm değişiklikleri ile bulunan hesaplamalar gerçek dünya ile ilişkilendirilir. Bu anlatım Şekil17'de gösterilmiş olup; buna karşı geliştirilen karşıt görüş ise Şekil 2.16'da gösterilmiştir (Ellıott, Aggoun ve Moore, 2008).



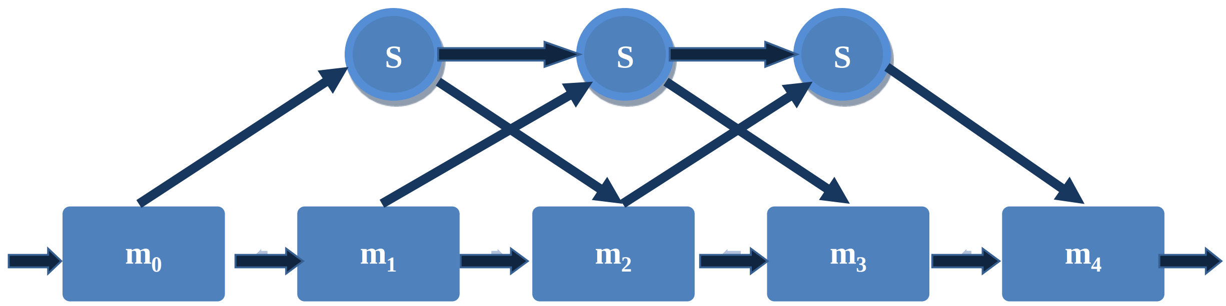
Şekil 2.16 Optimal Filtre Türetme İşleminde Referans Alınan Olasılığı Gösteren Tablo
Kaynak : (Ellıott & Aggoun & Moore, 2008)

Şekil 2.17 Direkt Optimal Filtre Türetme İşlemi
Kaynak : (Ellıott & Aggoun & Moore, 2008)

Gerçek ile hayali dünya arasındaki ölçüm değişikliklerinin yanı sıra Saklı Markov Modellerinde yer alan gizli (sessiz) durumların varlığından da söz edilir. Bu gizli durumlar özel durumlar olup herhangi bir sembol ile ifade edilemezler. Bunlar sadece SMM'nin açıklığının artırılması için kullanılmaktadır. Özellikle model içerisindeki geçişlerin azaltılmasında kullanılmaktadırlar. Örneğin Şekil 2.19'da gösterildiği gibi, her durumun birden fazla diğer durumlarla ilişkili olması halinde; gizli (sessiz) durumlar burada kullanılarak durumlar arasında sıçrayış sağlanır (Ibe, 2009).



Şekil 2.18 Gizli Durumlar Yoksa Geçişler
Kaynak : (Ibe, 2009)

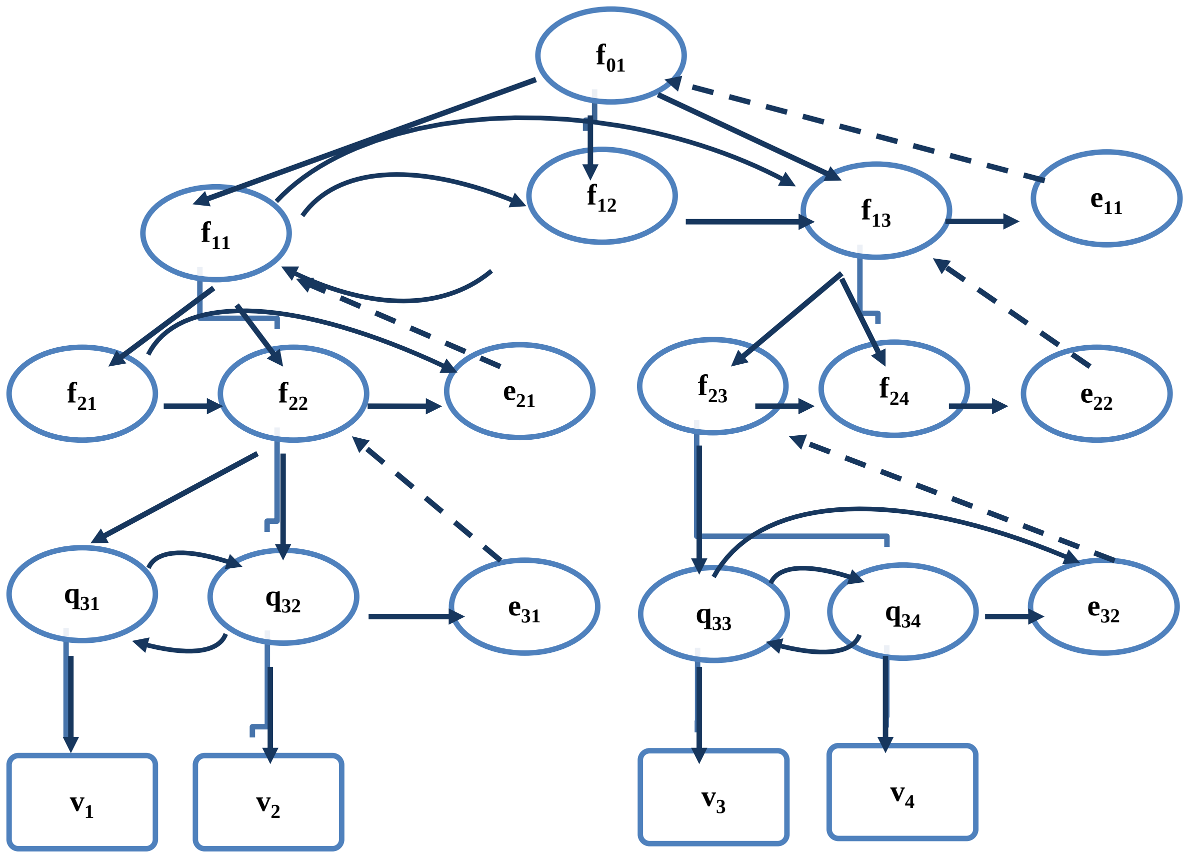


Şekil 2.19 Gizli Durumlar Varsa Geçişler
Kaynak : (Ibe, 2009)

Saklı Markov Modellerindeki farklı genişlemelerin varlığı modelin esnekliğini artırmaya yöneliktir. Ayrıca eklenen setlerdeki yeni özelliklerin tanıtımını ve bu özellikleri içeren setlere ait bağlılıkları geliştirmektedir ya da özellikler arasında ilişkiyi güçlendirmektedir. Aşağıda model içerisinde genişlemenin konu alındığı 5 çeşit Saklı Markov Modeli türü hakkında özetlere yer verilmiştir. Bu modeller; Hiyerarşik Saklı Markov Modeli, Faktöriyel Saklı Markov Modeli, Çiftli Saklı Markov Modeli ve Yarı Saklı Markov Modeli'dir (Ibe, 2009).

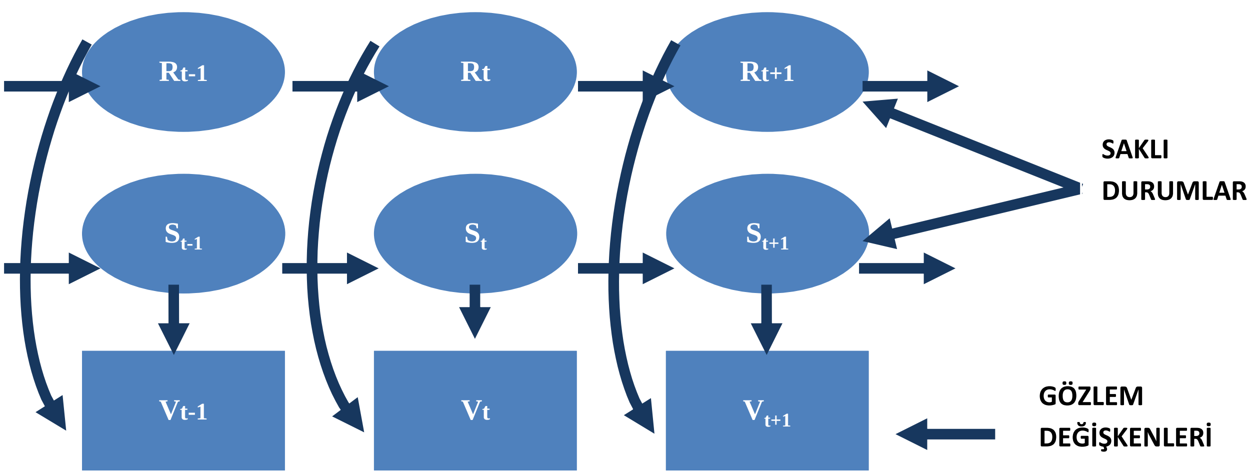
Bu modellere yer verilmesinin nedeni bu model türlerinin birçok akademik çalışmada etkin bir şekilde kullanılmasıdır. Ayrıca finansal alanda yapılacak olan çalışmalarda ileride bu modellere verilecek önemin artacağı gerçeğidir.

Hiyerarşik Saklı Markov Modeli



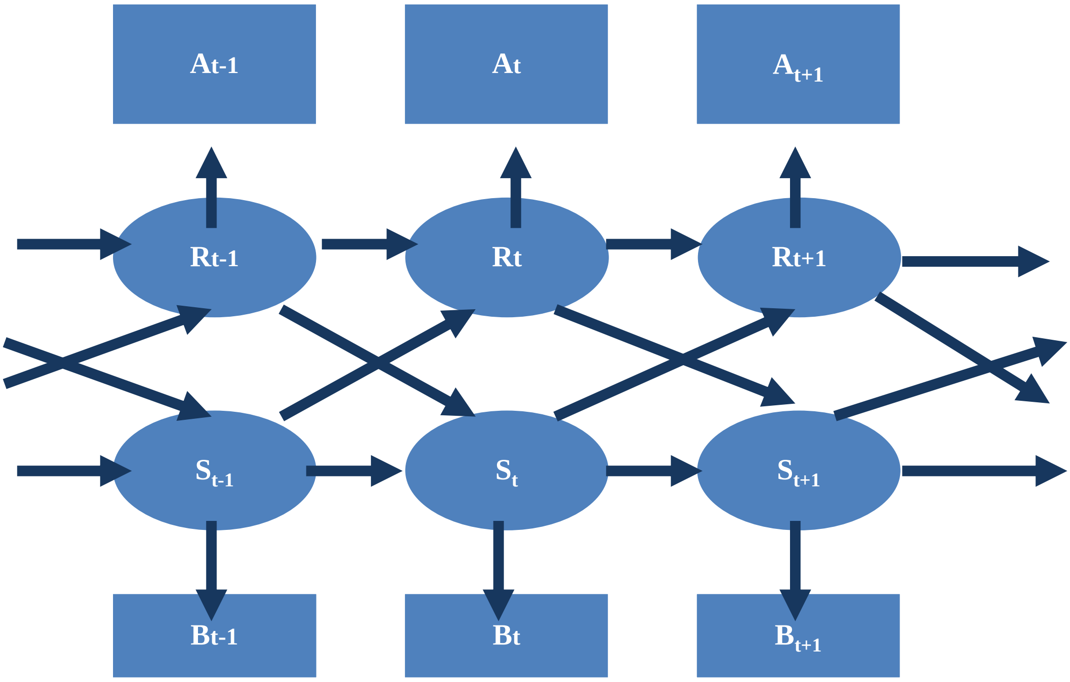
Şekil 2.20 Hiyerarşik Saklı Markov Modeli Geçiş Şeması
Kaynak : (Ibe, 2009)

Faktöriyel Saklı Markov Modeli



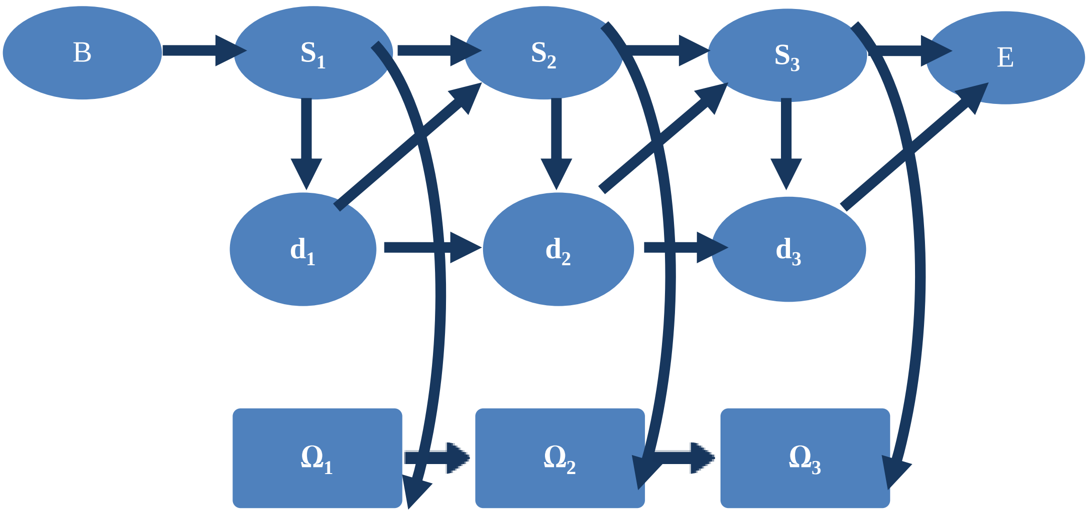
Şekil 2.21 Faktöriyel Saklı Markov Modeli Geçiş Şeması
Kaynak : (Ibe, 2009)

Çiftli Saklı Markov Modeli



Şekil 2.22 Çiftli Saklı Markov Modeli Geçiş Şeması
Kaynak : (Ibe, 2009)

Yarı Saklı Markov Modeli



Şekil 2.23 Yarı Saklı Markov Modeli Geçiş Şeması
Kaynak : (Ibe, 2009)

2.3.8 Saklı Markov Modeli Uygulama Alanları ve Yapılan Örnek Çalışmalar

Saklı Markov Modeli (SMM) en az 30 yıldır işaret dili ile ilgili uygulamalarda özellikle otomatik konuşma tanımlamalarında kullanılmaktaydı fakat teori ve uygulamaları diğer alanlarda kullanılarak geliştirilmiştir. Örneğin;

- Her Türlü Tanımlamada: Yüz, Hareket, El Yazısı, İmza
- Biyoloji Biliminde: Biyolojik Ardışıklıkların Analizinde
- Çevre Biliminde: Rüzgâr Hareketleri, Yağış Miktarı Hesaplamaları, Depremler
- Finans Alanında: Günlük Kazanç Hesaplamalarında
- Biyofizik Alanında: İyon Geçiş Modelinde

Saklı Markov Modeli (SMM)'nin etkileyici özelliği onun sade ve kolay oluşudur. Ayrıca matematik alanına yakınlığı ve özellikle olasılıkların nispeten doğrudan hesaplanmasına olanak sağlaması da modeli etkileyici kılmaktadır (Zucchini ve Macdonald, 2009).

Aşağıda Saklı Markov Modeli (SMM)'nin farklı uygulama alanları hakkında yapılmış olan örnek çalışmalara değinilmektedir. Örnek çalışmalardan da anlaşılacağı üzereSaklı Markov Modeli'nin geniş bir uygulama alanına sahiptir.

2.3.8.1 Enflasyon ve Enflasyondaki Belirsizliklerin İlişki

Bazı araştırmacılar enflasyon, enflasyondaki belirsizlikler ve büyüme arasında bir ilişkinin mevcut olduğunu belirtmişlerdir. Evans ve Wachtel (1993) enflasyon oranı ile enflasyondaki belirsizlikler arasındaki pozitif ilişkinin varlığını araştırmak üzere iki farklı (Markov Switching) modelini kullanmışlardır. İki farklı Markov sürecinden yola çıktıkları bu süreçlerden birincisinde sürekli unsurların kullanıldığı ikincisinde ise geçici unsurların kullanıldığı sözedilmektedir (Bhar ve Hamori, 2004).

2.3.8.2 Sara Nöbetleri

Albert (1991) ve Le, Leroux ve Puterman (1992) yıllarında yaptıkları çalışmalarda iki durumlu Poisson-SMM'ini bir sara hastası üzerinde günlük veriler üzerinden uygulamışlardır. Bu model nöroloji literatüründe karşılaşılabilecek nöbetli hastalıkların örneğin Sara nöbetlerinde kullanılabilir bir araç olarak Markov zincirinin uygunluğunu ortaya çıkarmıştır. Ayrıca nöbetin alt etkilerinin bulunması esnasında da Saklı Markov Modeli kullanımı dikkate alınmalıdır. Bu modelleme hakkında bilgi sahibi olmak için Hopkıns, Davıes ve Dobson'un 1985 yılında yaptığı çalışmalar incelenmelidir (Zucchini ve Macdonald, 2009).

2.3.8.3 Old Faithful Geyser'indeki Patlamalar

Amerika Yellowstone Ulusal Parkında bulunan Old Faıthful Geyser'indeki patlamalar ya da püskürmeler hakkında farklı yollarla modellenmiş birçok yayınlamış çalışma mevcuttur. Örneğin; Cook ile Weısberg (1982), Weısberg (1985), Sılverman (1985), Scott (1992) ve Aston ile Martın (2007). Çalışmaları doğrultusunda kullanılması gereken modelin SMM olduğu tespit edilmiş olup; önce Markov Zincirinin oluşturulması sonra ise SMM ile karşılaştırmaların yapılması gerekliliği saptanmıştır (Zucchini ve Macdonald, 2009).

2.3.8.4 Ülkeler ve Hisse Senedi Piyasaları Arasındaki Bağlantıların İncelenmesi ve Hisse Senedi Kârındaki Geçici ve Kalıcı Unsurların Tahmini

McCarthy ve Najand (1995) yaptığı çalışmalarında Kanada, Almanya, Japonya, İngiltere ve Amerika hisse senedi piyasaları arasındaki bağlantıların varlığından söz etmektedirler. Bu bağlantılardan söz ederken kullandıkları parametreler ve veri setleri daha sonraları Markov modelleri ile incelenmiştir. Bu araştırmalar Kim, Nelson ve Startz tarafından (1998) yılında (Markov Switching) varyans modeli ile ARCH ın ekonomik veriler üzerindeki etkileri ile birlikte kullanılarak incelenmiştir. Hisse senedi kârındaki geçici ve kalıcı unsurların tahmini konusunda ise ki aşamadan söz edilmektedir. Birinci aşamada (Markov Switching Heteroskedasticity) modeli ile ARCH kullanılmış olup; ikinci aşamada ülkeler arasındaki hisse senedi kârlılığı etkileyen unsurlar ile kârlılık varyansları arasındaki farklılıklar karşılaştırılarak yorumlanmıştır (Bhar ve Hamori, 2004).

2.3.8.5 Koeberg'teki Rüzgâr Hareketleri

Güney Afrika'nın tek nükleer güç istasyonun bulunduğu Koeberg, Cape Town'un 30 km kuzeyinde ve doğu sahilindedir. Rüzgâr hareketleri, rüzgâr hızı, yağış miktarı ve diğer meteorolojik veriler sürekli olarak Koeberg'in meteoroloji istasyonu tarafından toplanmakta ve radyoaktif plume modeli ile modellenmekteydi. Son dört yıllık veriler Raftery modeli tarafından süper Markov zincirinin elde edilmesinde kullanıldıktan sonra SMM ile çalışma tamamlanmıştır. Berchtold (2001) Raftery modelinin başka bir Markov modeli ile geliştirilemeyeceğini ve bu modelin uygunluğunun tespitini raporlamıştır (Zucchini ve Macdonald, 2009).

2.3.8.6 Endüstriyel Üretim ve Hisse Senedi Piyasaları Arasındaki İlişki

Hamilton ve Lin (1996) ve Chauvet (1998/1999) hisse senedi piyasaları ile ticari döngü değişkenleri örneğin sanayi üretimi arasındaki ilişkiyi açıklamaya çalışmışlardır. Bu çalışma ile birlikte endüstriyel üretim ve hisse senedi piyasaları arasındaki ilişki üzerine bilim adamlarının gözlerinde canlandırdıkları olasılıksal resim ufuklarını açacak şekilde daha da genişlemiştir. Kim, Nelson ve Startz (1998) (Markov Switching) varyans modelini haftalık hisse senedi kâr verileri ile endüstriyel çıktıları ilişkilendirecek şekilde incelemişlerdir (Bhar ve Hamori, 2004).

2.3.8.7 Edendale Hastanesi'ndeki Doğum Vakaları

Haines, Munoz ve Gelderen (1989) Gaus ARIMA modelini kullanarak Güney Afrika Natal'da bulunan Edendale Hastanesi'ndeki doğum vakaları üzerine bir araştırma yaptılar. Zeger ve Qaqish (1988) tarafından (discrete – value) SM ve Markov Regresyon modeli aynı veri seti üzerinde kullanılarak uygulanmıştır (Zucchini ve Macdonald, 2009).

2.3.8.8 Cape Town'daki İntihar ve Adam Öldürme Vakaları

Amerika'da olduğu gibi Güney Afrikada'da silah kontrolü toplumsal tartışma konusu durumundadır. Dr L.B. Lerer, Cape Town'da Salt Nehir'deki Güney Afrika Polis Ölümleri İnceleme Bürosundan aldığı intihar ve adam öldürme verileri ile şiddete olan eğilimdeki artışı araştırmak üzere bir proje geliştirmeyi tasarladı. Bu verileri incelemek için kullandığı model öncelikli olarak Markov zincirinin tespitine bağlı geliştirilen Binomial – SMM'dir (Zucchini ve Macdonald, 2009).

2.3.8.9 Hayvan Davranışlarındaki Geri Dönüşümlerin Modellenmesi

Hayvan davranışlarını inceleyen bilim adamları daha çok hayvanların gösterdiği davranışlardaki değişimlerin sıklığını ayırt etmeye çalışırlar çünkü hayvanların belli başlı hareketleri vardır ve bu hareketler bir sistem etrafında tekrarlanmaktadırlar. Macdonald ve Raubenheimer (1995) hayvanlardaki davranış sıklıklarını (gözlenilmemiş alt durumları içeren güdüsel durumları) SMM'yi kullanarak modellediler. Bu model ile hayvanın davranışlardaki rasgelelik yapısında önemli bir görünüş ele geçirildi. Bu da hayvanın aç olması halinde sadece yemek için geliştirdiği durumsal yapıya sahip olmadığı ayrıca içmek, yürümek, eşelemek gibi çoklu durumsal yapıları da davranışlarına yansıttığı gerçekliği ile karşılaşıldı. Buradan da hayvanın sadece davranışı ile güdüsel durumunun bire bir birbirini yansıtmadığı sonucuna varıldı. Burada çoklu alt davranışlara ulaşılması için SMM'nin kullanıldığı gözlemlenir (Zucchini ve Macdonald, 2009).

2.4 Markov İle Saklı Markov Modeli Arasındaki Farklılıklar

SMM yapısı itibariyle Markov Model teorisine dayanmaktadır. SMM ile diğer Markov modelleri arasındaki ilişkinin özeti Tablo 2.3'de verilmiştir. Burada ki farklılaşma durumların tamamen görünür olup olmadığı ve temsili aracılıkların dışında süreçlerin takip edebilir olup olmadığının altını çizmektir. Markov karar süreçleri tamamen görünür durumlar ve temsil kontrolünün altındaki geçişlerden oluşmaktadır. Kısmen görünür Markov karar süreçleri kısmi görünür durumlara ve temsil kontrolü altındaki geçişlere sahiptirler. Sonuç olarak Saklı Markov Modeli (SMM) kısmi görünür durumlara sahiptir ve bu durumlar temsil kontrol altında geçişleri yoktur. Bir SMM her anda durumu değişen birimleri olan bir sonlu durum makinesidir (Ibe, 2009).

Tablo 2.3 Saklı Markov Modeli'nin Diğer Markov Modelleri İle İlişkisi

Markov Modelleri	**Tüm durumlar tamamen görünür mü?**	**Durum geçişlerini kontrol edebilir miyiz?**
Markov Zinciri	Evet	Hayır
Markov Karar Süreçleri	Evet	Evet
Saklı Markov Modelleri	Hayır	Hayır

Kaynak:*(*Ibe, 2009)

Saklı Markov Modelinde yer alan gözlem olasılıkları matrisi sistemin **herhangi bir anda** herhangi bir duruma geldiğinde oluşan gözleme ait olasılıkları içeren bir matristir. Modelin "Saklı" adını almasının temelindebulunduğu sistemin herhangi bir anda içinde bulunduğu durum bilinememesidir. Markov Modelinde ise Saklı Markov Modeline karşılık bilinmeyen bir durumun mevcudiyeti yoktur (Öz, 2009).

Her bir durumun gözlemlenebilir bir olaya karşılık gelen Markov modelleri olayların çözümlenmesi aşamasında oldukça kısıtlayıcı modellerdir. Markov modellerindeki kısıtlayıcı durumlar Saklı Markov modellerinde bulunmamaktadır. Saklı Markov Modelinde gözlem dizilerini oluşturacak başka bir olasılıksal süreç kümesinin varlığı söz konusudur (Semerci, 2006).

Bir Uzmana göre: "Saklı Markov (SMM) Modeli, Markov Zincirleri üzerine kurulu ve Markov Zincirlerine bazı özellikler eklenerek oluşturulmuş bir modeldir. Markov Zincirlerinde başlangıç durum olasılıkları ve geçiş olasılıkları matrisi **kullanılırken** SM Modelinde ise bunlara **ek olarak** gözlem olasılıkları matrisi de kullanılır. Markov Zincirlerinde sistem herhangi durumda iken eldeki gözlem sadece sistemin bulunduğu durumdur. SM Modelinde ise sistemin herhangi bir anda hangi durumda olduğu bilinmez, fakat sistemin bir durumda iken bu durumun tetiklediği gözlem ortaya çıkar ve bu gözlem bilinir."(Öz, 2009, s:2).

Markov Model yapısal olarak ardışık düğümlerin olasılığının hesaplanmasını temel alır. Markov model yapısında düğümler gözlemlenen öğeleri belirtir. **Markov Modelinde ortada olmayan belirsizlik içeren ya da gözlemlenemeyen bir işlemin modelinden söz edilemez**. Fakat Saklı Markov Modelinde, gözlemlenemeyen durumlar için saklı düğümler oluşturulur ve durumların tahmini kendi varsayımımıza dayalı olarak şekillenir (Agun, 2008).

Markov zinciri ile modellenemeyen olayların modellenmesinde Saklı Markov Modeli kullanılmaktadır. Çünkü SMM, Markov zincirinden daha esnek bir yapıya sahiptir. SMM tanımlamalarında modelin; kesik zamanlı Markov zincirinin bazı ekstra özelliklerini almış halidir ifadesi kullanılmaktadır. Ekstra özellikten kastedilen ise Markov zincirinin sabit ve bağımsız bir olayı meydana getirmesinde belirli bir durumda bulunması halidir. Model içerisinde meydana gelecek olaylardan her biri zamandan bağımsız olduğu gibi, mevcut durumun her bir olaya ilişkin olasılığı da dağılım değeri ile ilişkilidir (Öz, 2009).

Markov Modelinde bir denkleme ait matematiksel bir model ortaya konulurken, Saklı Markov Modelinde ile ortaya çıkarılan denklem yakınsayan bir model niteliğindedir (Agun, 2008).

Durumların doğrudan gözlenemediği model Saklı Markov Modeliolup Markov Modelinde böyle bir sorunla karşılaşılmaz. Saklı Markov Modelinde her bir durumdan meydana gelen gözlem çıktıları oluşur. Gözlem çıktılarının bir araya gelmesi ile gözlem dizisi meydana gelir (Öz, 2009).

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
X FİRMASI ÜZERİNDEKİ UYGULAMA

Finansal oranlardan erken uyarı göstergesi olarak faydalanmayı amaçlayan ve bu amaç doğrultusunda analiz aşamasında Saklı Markov Modelinin kullanılması planlanan bu çalışmada, X firmasına ait verilerİstanbul Menkul Kıymetler Borsası'ndan temin edilmiştir.

Firmaların başarısız olmasına paralel finansal oranlarında meydana gelebilecek olumsuz gelişmelerin birer erken uyarı göstergesi olduğu düşüncesigeliştirilen modeller ile desteklenmiştir. Bu modellerden Altman modeline bu çalışmada yer verilmesinin sebebi ise üzerinde inceleme yapılacak firmanın gıda sektöründe faaliyet göstermesidir.

Bu çalışmada belirlediğimiz Z Skor Modeli ile analiz aşamasında kullanılacak Saklı Markov Modeli sentezlenmektedir.

İMKB'de faaliyet gösteren bir firmanın (1997 ile 2011 yılları da dâhil olmak üzere) bilanço ve gelir tabloları incelenerek Z Skor Modeli analizinde kullanılan finansal oranlar hesaplanmıştır.

$$Z = 1{,}2\,X_1 + 1{,}4\,X_2 + 3{,}3\,X_3 + 0{,}6\,X_4 + 1\,X_5$$

X_1 = İşletme Sermayesi / Aktifler
X_2 = Dağıtılmamış Kârlar / Aktifler
X_3 = Faiz ve Vergi Öncesi Kazançlar / Aktifler
X_4 = Sermayenin Piyasa Değeri / Pasiflerin Defter Değeri
X_5 = Satışlar / Aktifler

3.1 Z Skor Modelinde Yer Alan Finansal Oranların Sayısal Değerlendirilmesi

Bu analizde kullanılan yukarıdaki Z (Score) Modelinde yer alan X_1 finansal oranı (*İşletme Sermayesi /Aktifler)* değerlendirilirken; bu oranın %60'dan büyük olma durumu A harfi ile %60'dan küçük olma durumu ise B harfi ile gösterilmiştir. Bu şekilde bir gruplandırmaya gidilmesinin altında yatan nedenler:

- Yapılan finansal analiz verilerine göre şirketler değerlendirildiğinde; tipik sınaî işletmelerde dönen varlıkların toplam aktifler içerisinde %50'den fazla bir ağırlık taşıdığı bilinmektedir (Akgüç, 1998).
- Şirketlerden toptan ve perakende ticaretle uğraşanlarda ise bu oranına %70'i aştığı görülmektedir (Akgüç, 1998).

Tüm bu bilgilere istinaden yapılan bu çalışmada bu oranın %50 ile %70 arasında ortalama değer olan %60 düzeyinde uygulamaya konulması uygun görülmektedir.

Tablo 3.1 X_1 Finansal Oranı Değişim Aralığı ve Sembolleri

A	$X_1 \geq$ % 60
B	$X_1 <$ % 60

Bu analizde kullanılan yukarıdaki Z (Score) Modelinde yer alan X_2 finansal oranı (*DağıtılmamışKârlar / Aktifler)* değerlendirilirken; bu oranın %0'dan büyük olma durumu C harfi ile %0'dan küçük olma durumu ise D harfi ile gösterilmiştir.

Firmanın uzun süreli kârlılığını gösteren bu oran aynı zamanda firmaya yönelikkâr dağıtım veya oto finansman politikalarının belirlenmesinde finansal analistlere yol göstermektedir (Akgüç, 1998). Şirketin dağıtılmamış kârlarının negatif olup olmaması şeklinde bir sınıflandırılma yapılmıştır.

Tablo 3.2 X_2 Finansal Oranı Değişim Aralığı ve Sembolleri

C	$X_2 \geq$ %0
D	$X_2 <$ %0

Bu analizde kullanılan yukarıdaki Z (Score) Modelinde yer alan X_3 finansal oranı (*Faiz Vergi Öncesi Kazançlar / Aktifler)* değerlendirilirken; bu oranın %3'den büyük olma durumu E harfi ile %3'den küçük olma durumu ise F harfi ile gösterilmiştir.

Bu çalışmada yer alan firmanın 1997 – 2011 yılları (dâhil) arasında oluşan X_3 finansal oranları ortalamasının %3 çıkması sebebiyle %3 ve üzeri durumlar ile %3 ve altı durumlar olmak üzere iki türlü sınıflandırmaya gidilmiştir.

Tablo 3.3 X_3 Finansal Oranı Değişim Aralığı ve Sembolleri

E	$X_3 \geq$ % 3
F	$X_3 <$ % 3

Bu analizde kullanılan yukarıdaki Z (Score) Modelinde yer alan X_4 finansal oranı (*Sermayenin Piyasa Değeri / Pasiflerin Defter Değeri)* değerlendirilirken; bu oranın %50'den büyük olma durumu G harfi ile %50'den küçük olma durumu ise H harfi ile gösterilmiştir.

İşletmenin sahip olduğu aktiflerinin ne kadarının öz kaynaklarlafinanse edildiğini gösteren bu oranın işletmelerde %50 olması beklenir. Bu oranın %50'nin altında olması işletmenin borçlanma yapısında sorunların olduğunu ve şirketin borçlarını ödemede zorluklarla karşılaşabileceği riskini ortaya koyar. Ayrıca bu finansal oranın %50'den yüksek olduğu işletmelerin varlıklarının büyük bir kısmını öz kaynaklarla finanse ettikleri görülmektedir (Gülcan, 2011). Bu sebeple aşağıdaki tabloda da gösterildiği üzere gruplandırmaya gidilmiştir.

Tablo 3.4 X_4 Finansal Oranı Değişim Aralığı ve Sembolleri

G	$X_4 \geq$ % 50
H	$X_4 <$ % 50

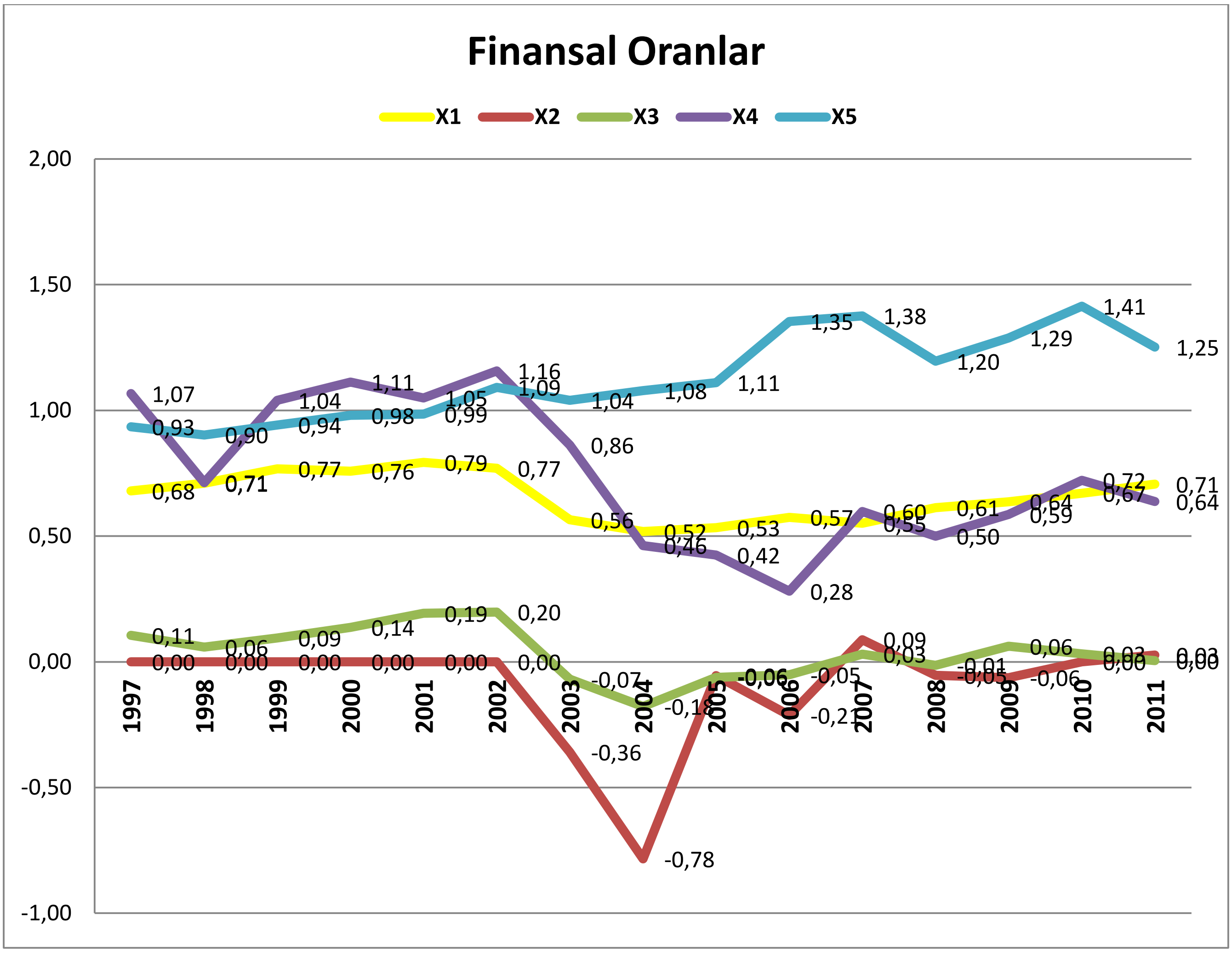
Bu analizde kullanılan yukarıdaki Z (Score) Modelinde yer alan (*Satışlar / Aktifler)* değerlendirilirken; bu oranın 1'den büyük olma durumu J harfi ile 1'den küçük olma durumu ise K harfi ile gösterilmiştir.

X_5 finansal oranı bir firmanın sahip olduğu varlıklarını hangi kaynaklar ile finanse ettiğine bağlı olarak değişiklik gösteren bir orandır. Firmanın net kârı hesaplanırken, ödenilen vergi vefaiz tutarlarının dönem kârından indirilmesi değişikliğin temelini oluşturmaktadır. İşletme satış miktarının sabit olması durumunda, şirket net kârdaki değişiklikler sonucu aktif kârlılık oranı da değişir. Varlıklarını daha çok yabancı kaynaklar ile finanse eden firmaların aktif kârlılık oranı düşük çıkmaktadır (Gülcan, 2011).

Bu çalışmada yer alan firmanın 1997 – 2011 yılları (dâhil) arasında oluşan X_5 finansal oranları ortalamasının 1 çıkması sebebiyle 1 ve üzeri durumlar ile 1 ve altı durumlar olmak üzere iki türlü sınıflandırmaya gidilmiştir.

Tablo 3.5 X_5 Finansal Oranı Değişim Aralığı ve Sembolleri

J	$X_5 \geq 1$
K	$X_5 < 1$



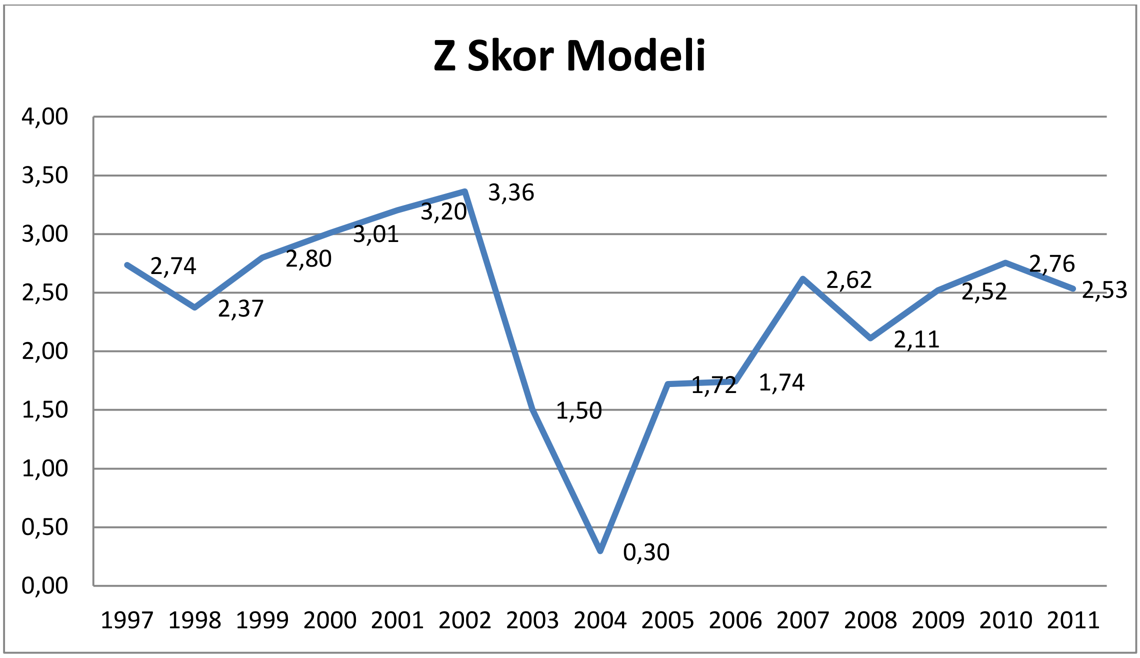
Grafik 3.1 1997 – 2011 Yılları Arası Finansal Oranların Dağılımı

$$Z = 1{,}2\, X_1 + 1{,}4\, X_2 + 3{,}3\, X_3 + 0{,}6\, X_4 + 1\, X_5 \qquad (7.1)$$

Eşitlik 7.1'de yer alan finansal oranlar ile hesaplanan Z Skor Modelinin 3 şekilde değerlendirildiği Bölüm 1.2.2.1'de anlatmıştır. Anlatılan bu değerlemenin modellenmesi yapılmalıdır. Bu çalışmada Z Skor Modelinin 1,81 den küçük olması hali V_1 ile; 1,81 ile 3 aralığında olması hali V_2 ile; 3'den büyük olması hali ise V_3 ile gösterilmiştir.

Tablo 3.6 Z Skor Modeli Değişim Aralığı ve Sembolleri

V_1	Z < 1,81
V_2	1,81 ≤ Z < 3
V_3	Z ≥ 3



Grafik 3.2 1997 – 2011 Yılları Arası Z Skor Modellerinin Dağılımı

3.2 Geçiş Olasılıkları Matrisinin Hesaplanması

Tahminlemede kullanılacak olan {A,B} , {C,D} ,{E,F} , {G,H} , {J,K} durum kümeleri kendi içinde ergodik olup, diğer durum kümesindeki durum kümesindeki durumlar ile ergodik yapıda değildirler. Yani yukarıda bahsedilen herhangi bir durum kümesi içerisindeki eleman diğer bir durum kümesindeki elemana geçiş yapamaz. Bu durumda hem geçiş olasılıkları matrisinin hem de gözlem olasılıkları matrisinin oluşturulabilmesi için yeni durumların oluşumunu sağlayacak biçimde gruplandırılma Ek 3'de gösterilmiştir. Finansal Oranların alt durumlarının gruplandırılması sonucunda 32 tane yeni durum oluşmuştur. Bu da Ek 4'de yer alan 32x32'lik geçiş olasılıkları matrisinin oluşumunu sağlamıştır.

Model için başlangıç durumunda tüm durumların meydana gelme olasılıkları aynı olduğundan, başlangıç olasılıkları eşit alınmıştır. Çünkü modelde yer alan durumlardan hiçbirinin diğer durumlara göre bir önceliği bulunmamaktadır.

$$\pi_i = P\left[\frac{1}{32},\frac{1}{32},\frac{1}{32},\dots\dots\dots,\frac{1}{32}\right] \quad , \quad 1 \le i \le 32 \qquad (7.2)$$

Ek 2'de yer alan verilere bağlı olarak oluşturulan geçiş olasılıkları matrisi Ek 4'de gösterilmiştir. Gözlem verileri olarak alınan X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 finansal oranlarının { V_1, V_2, V_3} Z Skor Modelilerine karşılık gelen durumlar kullanılarak gözlem olasılıkları matrisi Ek 5'de yer almaktadır.

SM modelini oluşturan ve açıklaması yapılan tüm parametreler kullanılarak, Z Skor Modeli'ne bağlı olan 5 finansal oranın oluşturduğu yeni durumları ele alarak geleceğe yönelik tahminlerin hesaplanmasında iki ayrı analiz yapılmalıdır. Elimizdeki veri setinin yetersizliği dolayısı ile analiz sayımız şekillenmektedir. Bu analizler; verilerin alındığı tarih aralığının bitişi olan 2011 yılını takiben yapılacak olup, 2012 ve 2013 yıllarına yönelik olacaktır. Bu iki analizinher biri için, SM Modellerinde incelenen gözlem dizisi olasılığı ve gözlem dizisinin altında yatan saklı durumların bulunması problemleri incelenmiştir.

3.3 2012 Yılı Tahmin Analizi

2012 yılına yönelik Z (Score) Değeri'nde meydana gelecek değişim oranları, $\{V_1, V_2,\ V_3\}$ gözlem kümesinin elemanlarından birisi ile ifade edilebilen bir oran olacaktır. Birinci problemin çözümünde kullanılan İleri-Yön ve Geri-Yön Algoritmaları ile $\{V_1, V_2,\ V_3\}$ gözlem kümesinin her bir elemanının gözlemlenme olasılığı hesaplanmıştır. Bu olasılıklar Tablo 3.7'de verilmiştir.

Tablo 3.7 2012 Yılı Gözlemleri İçin Tahmin Edilen Gözlem Olasılıkları

Gözlem	Gözlem Olasılığı (%)
V_1	7
V_2	74
V_3	19

2012 yılında gözlemlenme olasılığı en büyük olan %74 ile V_2 gözlemidir. Bu sonuç Z (Score) Değerinin 2011 yılına paralel bir durum izleyeceği gerçeği ile karşı karşıya bırakmaktadır. 2011 yılında olduğu gibi Z (Score) Değeri 1,81 ile 3 aralığında olmasının %74 gibi oldukça yüksek bir olasılığa karşılık geleceği gözlemlenmektedir. Bu da firmanın ciddi iflas riski ile karşı karşıya olmadığını ve birtakım önlemler ile finansal riskleri azaltarak güçlü bir ekonomik yapıya kavuşabileceği konusunda öngörü sağlamaktadır.

SM modellerinin üç temel probleminden ikincisi olarak adlandırılan "Modelin Saklı Kısmının Açığa Çıkarılması" hali yani herhangi bir gözlemi en uygun biçimde açıklayan saklı durumun bulunması ile mümkündür. Bunun için; Viterbi Algoritması kullanılır. İstenilen gözlemin oluşmasında en etkili olduğu kabul edilen yani en yüksek olasılıklı olan durumlar seçilmesi ile analiz gerçekleştirilir. 2012 yılı için tahmin edilen gözlem olasılıkları ile birlikte bu olasılıkların hesaplanmasında etkili olan durumlar ve durumların içerdiği alt durumlar aşağıdaki Tablo 3.8'de verilmiştir.

Tablo 3.8 2012 Yılı Gözlemleri İçin Tahmin Edilen Gözlem Olasılıkları, Muhtemel Durumlar ve Alt Durumlar

Gözlem	Gözlem Olasılığı (%)	Muhtemel Durumlar	Alt Durumlar
V_1	7	N1	A,C,E,G,J
V_2	74	N13,N17	A,D,F,G,J & B,C,E,G,J
V_3	19	N9	A,D,E,G,J

Ciddi iflas riski ile karşı karşıya olmadığını belirttiğimiz ve birtakım önlemler ile finansal riskleri azaltarak güçlü bir ekonomik yapıya kavuşabileceği konusunda öngörü sağlayan 2012 yılı için tahmin edilen gözlem olasılıklarından en yükseği olan V_2 için Viterbi Algoritması kullanılarak yapılan durum tahmini analizi sonucunda N13 ve N17 muhtemel durumları bulunmuştur. Bu durumların içerdiği alt durumlar incelendiğinde;

- 2012 yılında şirketin finansal oranlarına bağlı olarak N13 muhtemel durumunda olması halinde

➢ X_1 Finansal oranının (*İşletme Sermayesi /Aktifler)* %60'ın üzerinde olacağı;

➢ X_2 Finansal oranının (*Dağıtılmamış Kârlar / Aktifler)* %0'dan küçük olacağı;

➢ X_3 Finansal oranının (*Faiz Vergi Öncesi Kazançlar / Aktifler)* %3'ün altında olacağı;

➢ X_4 Finansal oranının (*Sermayenin Piyasa Değeri / Pasiflerin Defter Değeri)* %50'nin üzerinde olacağı

➢ X_5 Finansal oranının (*Satışlar / Aktifler)* 1'den büyük olacağı öngörülmektedir.

Bu bilgilerden yola çıkarak işletmenin N13 muhtemel durumunda 2012 yılı finansal oranlarını değerlendirirsek aşağıdaki sonuçlara ulaşılır.

İşletmenin X_1 finansal oranının %60'ın üzerinde olması etkin bir çalışma sermayesi politikası sergileyeceği konusunda bilgilendirir. Burada dikkat edilmesi gereken husus işletme sermayesinin yetersizliği işletmenin tasfiye sürecini hızlandıran bir unsur iken; firmamızda sermaye yetersizliği gözlenmeyeceği ve 2012 yılında göstereceği %60 üzerindeki etkinliğe paralel olarak X_5 finansal oranının 1'den büyük olması hali olumlu bir gelişme olarak değerlendirilmelidir. Ayrıca X_4 finansal oranının %50'nin üzerinde olması işletmenin yükümlülüklerini karşılamakta büyük bir riskle karşı karşıya kalmayacağını fakat varlıklarının özkaynaklar ile finanse edilen kısmına dikkat etmesi gerektiğini hatırlatır.

X_2 ve X_3 finansal oranlarındaki düşüklüğü incelemek gerekirse; X_2 finansal oranın % 0'dan küçük olması hali ile anlatılmaya çalışılan birikmeli kârlılık oranın düşüklüğünün, firmanın başarısızlığa uğrama olasılığı konusunda bize ipucu vermesidir. (Burada firmanın dağıtılmamış kârlarını ödenmiş sermayeye eklemesi halinde bu oranın anlamını yitireceği gerçekliği de göz önünde bulundurulmalıdır.) X_3 Finansal oranının %3'ün altında olacağına yönelik tahminimizde ise firmanın 2011 yılına göre kaynak kullanımında etkinliğinin azalacağını ve ekonomik rantabilitesinde çok az da düşüklüğün meydana gelebileceği öngörülmektedir.

Tüm bu açıklamalar bağlamında firmanın geleceğe yönelik alacağı önlemler ile Z (Score) Değeri'ni artırabilmesi mümkün olduğu gibi; firmanın kâr dağıtım veya oto finansman politikasında göstereceği zaaflara paralel bu değeri 1,81'in altında da düşürebileceği de mümkündür. Firmanın mevcut durumuna bakılacak olursa 2011 yılında 1,81 ile 3 bandı arasında yer alan Z (Score) Değeri'ni 2012 yılında da aynı bantta koruması büyük bir başarıdır. Bu başarıyı sağlayan ise X_1 , X_4, X_5 finansal oranlarının büyüklüğüdür.

- 2012 yılında şirketin finansal oranlarına bağlı olarak N17 muhtemel durumunda olması halinde;

- ➢ X_1 Finansal oranının (*İşletme Sermayesi /Aktifler)* %60'ın altında olacağı;
- ➢ X_2 Finansal oranının (*Dağıtılmamış Kârlar / Aktifler)* 0'dan büyük olacağı;
- ➢ X_3 Finansal oranının (*Faiz Vergi Öncesi Kazançlar / Aktifler)* %3'ün üzerinde olacağı;
- ➢ X_4 Finansal oranının (*Sermayenin Piyasa Değeri / Pasiflerin Defter Değeri)* %50'nin üzerinde olacağı
- ➢ X_5 Finansal oranının (*Satışlar / Aktifler)* 1'den büyük olacağı öngörülmektedir.

Bu bilgilerden yola çıkarak işletmenin N17 muhtemel durumunda 2012 yılı finansal oranlarını değerlendirirsek; N13 muhtemel durumunda olma haline benzer sadece iki finansal oranın aynı yönlü sonuçlar verdiği diğer 3 finansal oranın ise fakli yorumlamalara yol açacağı gözlemlenmektedir.

N13 muhtemel durumu ile aynı özellikleri gösteren X_4 ve X_5 finansal oranlarına karşılık; X_1 finansal oranın %60'ın altında seyri firmanın çalışma sermayesi politikasına önem vermesi gerektiğini aktarmaktadır. Diğer finansal oranların olumlu yönde seyri ile firma X_1 finansal oranındaki düşüşe rağmen Z Skor Modeli'ni 1,81 ile 3 bandı arasında korumayı başarıyor. Burada N17 muhtemel durumunu; N13 muhtemel durumundan ayrı tutan ise N17 muhtemel durumunda X_1 hariç diğer tüm finansal oranların Z Skor Modeli'ni artırıcı bir etki sağladığına yönelik tahmindir.

3.4 2012 ve 2013 Yılları Tahmin Analizi

2012ve 2013 yıllarına yönelik Z (Score) Değeri'nde meydana gelecekdeğişim oranlarını içerir ikili diziler oluşturularak bu diziler için gözlem olasılıkları ve oluşturulan dizileri en yüksek olasılıkla açıklayan durum dizileri tahmin edilmiştir. Bu tahminler ve durum diziler tahmininde ortaya çıkan durumların içerdiği alt durumlar Tablo 3.9'da gösterilmektedir.

Tablo 3.9 2012 ve 2013 Yılları Gözlemleri için Tahmin Edilen Gözlem Olasılıkları, Durum Dizisi Tahminleri ve Alt Durumlar

Gözlem Dizisi	Gözlem Dizisi Olasılığı (%)	Muhtemel Durum Dizileri
V_1V_1	6,9	N1,N25
V_1V_2	2,1	N1,N25
V_1V_3	2,1	N1,N25
V_2V_1	6,9	(N13,N17),N1
V_2V_2	48,6	(N13,N17),(N9,N13)
V_2V_3	13	(N13,N17),N13
V_3V_1	6,9	N9,N1
V_3V_2	11	N9,N1
V_3V_3	2,7	N9,N2

2012 ve 2013 yılları için oluşan V_2 ve V_2 gözlemlerinin durum dizisi en yüksek olasılık olan %48,6 ile 2012 Yılındaki N13, N17 olası durumların 2013 yılında N9, N13 şeklinde olacağı tahmin edilmiştir.

Tahmin edilen bu alt durumlara göre 2012 yılında yapılan tahmine paralel bir seyrin 2013 yılında da gözlemleneceği aşikârdır. Bu durumda firmanın 2011 yılında Z Skor Modeli'nde sağladığı stabilitenin 2012 yılında da aynı şekilde devam edeceği ve 2013 yılında da 1,81 ile 3 bandı arasında korunması muhtemel görünmektedir.

Burada gözlemlenecek farklılıklar ise yapmış olan analizde yer alan alt durumların çeşitliliğinden kaynaklanmaktadır. Finansal oranların gösterdiği farklı reaksiyonlar işletmenin hangi bilanço kalemlerinde düzenleme yapacağını belirlemede büyük önem arz etmektedir.

2013 yılında 2012 yılındaki gibi aynı N13 durumunun gözlemlenebileceği ve ayrıca N9 durumunun da gözlemlenebileceği vurgusu yapılmaktadır. Bu durumların alt durum dizileri birbirinden farklı olup; burada yer alan ortak noktaların üzerinde durarak değerlendirme yapılır.

Altdurumlarda da gözlemlendiği üzere; X_4 Finansal oranının (*Sermayenin Piyasa Değeri / Pasiflerin Defter Değeri)* %50'nin üzerinde olacağı ve X_5 Finansal oranının (*Satışlar / Aktifler)* 1'den büyük olacağı öngörülmektedir.

N13 ve N9 durumlarına ait alt durumlarda benzerlik oldukça yüksek olup; yukarıdaki iki finansal oranın seyrine paralel X_1 Finansal oranının (*İşletme Sermayesi /Aktifler)* %60'ın üzerinde olacağı ve X_2 Finansal oranının (*Dağıtılmamış Kârlar / Aktifler)* %0'dan küçük olacağı öngörülmektedir. Sadece tek farklılık X_3 Finansal oranının (*Faiz Vergi Öncesi Kazançlar / Aktifler)* %3'ün altında olup olmayacağı hususudur.

İşletme bu durumda ciddi bir risk ile karşı karşıya kalmamaktadır. Fakat işletme 1,81 – 3 bandından kurtularak 3 bandının üzerinde bir konuma ulaşmak istiyorsa 2013 yılında karlılığını artırıcı; dış borçlarını azaltıcı ve işletme sermayesini daha verimli bir yapıda yönetmesini sağlayacak uygulamaları devreye sokmalıdır.

SONUÇ

Finansal oranların ileriye yönelik tahmini, bilanço ve gelir tablosundaki farkındalığın ön plana çıkarılmasını sağlarken; işletmelerin finansal yapılarını büyük ölçüde etkilediği düşünülen dış faktörlere verdiği önemi aynı zamanda kendi iç dinamiklerine de vermesi gerektiği gerçeğinin fark edilmesini sağlar.

Bu çalışmanın birinci bölümde şirketlerin iflas etmeden önce finansal yapıları hakkında bilgi edinmek amacıyla bilim insanlarının geliştirdiği erken uyarı sistemlerinin ve uygulama yapıları irdelenmiştir. Birinci bölümde ele alınan bu erken uyarı sistemleri içerisinde Altman'ın Z Skor Modeli analizi yöntemini tercih etme sebebi ise bu yöntemin diğer yöntemlere göre çalışmayı daha somut ve gerçekçi sonuçlara götüreceği gerçeğidir.

İkinci bölüm'de Markov Modeli yerine Saklı Markov Modelinin tercih edilme nedeni, bir firmanın iflas etmeden önceki durumunun göstergesi olan finansal oranların gelişiminin daha kolay izlenebileceği gerçeği olarak anlatılmıştır. Markov Modeli sadece olasılıksal olarak sonuca götürürken Saklı Markov Modeli alt durumları da inceler ve analisti bu alt durumların gelişimi hakkında bilgilendirir. Finansal tabloların incelenmesi aşamasında kullanılan birçok istatistiksel metottan farklı olarak Saklı Markov Modellerinin seçilme sebebi finansal oranları niteleyen alt durumların incelenmesi isteğidir.

Bu çalışmanın üçüncü bölümündeZ Skor Modeli Yöntemi ile hesaplanan finansal oranların Saklı Markov Modeli ile analizinde X Firmasına ait 1997 – 2011 tarihli IMKB'den alınmış bilanço ve gelir tabloları kullanılmıştır. Bu finansal tablolardaki veriler ışığında öncelikle Z Skor Modeli'nin tespiti için gerekli finansal oranlar hesaplanmıştır. Her yıla ait Z (Score) Değerleri gözlem dizilerini; Z (Score) Değeri'nin oluşumunu sağlayan finansal oranlar kullanılarak geçiş olasılıkları matrisi oluşturulmuştur. Bütün hesaplamalar sonucunda elindeki veri setinin azlığına rağmen şirketin 2011 yılında V_2 yani 1,81 ile 3 arasında olan Z (Score) Değeri'nin 2012 ve 2013 yıllarında da aynı olacağı fakat alt durumlarda yani finansal oranlarda artma ve azalmaya bağlı bilanço kalemlerinde değişikliklerin gözlemlenebileceği gerçeği ile karşılaşılmaktadır. Bu değişiklerden kasıt; 2011 yılındaki veriler ışığında 2012 yılında firmanın çalışma sermayesi politikasına önem vermesi ve daha dikkatli olması gerektiğini, 2013 yılında (Faiz Vergi Öncesi Kazançlar / Aktifler) %3'ün altında olup olmayacağı hususu 2012 yılındaki belirsizliğini korumuş olsa da firma için ciddi bir endişe oluşturmayacağı gerçeği ile karşılaşılmaktadır. Firma 1,81 – 3 bandında yer alan Z (Score) Değeri'ni korumaya kararlı olduğu gerçeği yapılan analiz sonucunda anlaşılmıştır. Finansal oranlardaki değişimler firmanın Z Skor Modeli'nin1,81'in altına düşmeyeceğini göstermektedir. Bu da firmanın iflas etme riskinin düşük olduğu ve finansal açıdan herhangi bir sorunun olmadığını gösterir. İşletme 2013 yılında daha etkin ve verimli olmak ve 1,81 ile 3 arasındaki Z (Score) Değeri'nin 3 bandının üzerine taşımak istiyorsa karlılığını artırması; dış borçlarını azaltması ve işletme sermayesini daha verimli bir yapıda yönetmesi gerekmektedir.

Saklı Markov Modelleri birçok alanda analiz aşamasında istatistiksel metot olarak kullanılmaktadır. Uygulanabilirlik açısından sadece bu çalışma bir basamak niteliğindedir. Geçiş olasılıkları matrisinde ve gözlem olasılıkları matrisinde kullanılacak durumların çok fazla sayıda olması model için kullanışlı olmamasına rağmen asıl sorun veri setinin yetersizliğidir. Bu yetersizlik modelin başarısını gölgelemektedir. Veri setinin artırılması halinde üzerinde yapılacak analiz ile daha etkin sonuçlar elde edileceği düşünülmektedir.

KAYNAKÇA

Agun, H.V.,(2008) “Doğal Dil İşlemede Çizgisel ve Olasılık Tabanlı Bir Otomatik Öğrenme Uygulaması”, Trakya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi.

Akgüç, Ö.,(1998), Finansal Yönetim, İstanbul.

Akyurt, İ.Z., (2009),“Ürün Stok Politikalarının Olasılıklı Talep Yapısı Altında Markov Süreci İle Analizi”, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim Dalı Üretim Anabilim Dalı Doktora Tezi.

Albert, P.S.,(1991), “A Two-State Markov Mixture Model For A Time Series Of Epileptic Seizure Counts”, Biometrics, 47,1371–1381.

Alp,S., (2007),“Türkiye’de Eğitim Sürecinin Markov Geçiş Modeli”,İnönü Üniversitesi, 8. Türkiye Ekonometri ve İstatistik Kongresi, 24-25 Mayıs, Malatya.

Altman, E.I., (1968),“Financial Ratios, Discriminant Analysis and Prediction of Corporate Bankruptcy”, The Journal of Finance, 23, 4, 589-609.

Altman, E. & Haldeman, R. & Narayanan, P.,(1977), “Z Analysis: A New Model To Identify Bankruptcy Risk Of Corporatıons” , JournalOf Bankıng And Finance,1,1, 29-54.

Aparisi, F. & Diaz, C.J.,(2007), “Design and Optimization of EWMA Control Charts for in-Control, Indifference, and out-of-Control Regions”, Computers & Operations Research, 34, 2096–2108.

Aston, J.A.D. & Martin, D.E.K.,(2007),“Distributions Associated With General Runs And Patterns İn Hidden Markov Models”, Ann. Appl. Statist., 1, 585–611.

Atiya, A.F.,(2001), “Bankruptcy Prediction for Credit Risk Using Neural Networks : A Survey and New Results”, IEEE Transactions on Neural Networks, 12, 4 , 929 – 935.

Aytemiz T. ve Şengönül A.,(2004), “Markov Zincirlerinin Ekonomik Bir Probleme Alışverişlerde Bireysel Olarak Kullanılan Madeni Para Stratejilerinin Karşılaştırmalı Analizi”, Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, Cilt: 6, Sayı:4, 29-43.

Baum, L.E. & Petrıe, T., (1966), “Statistical İnference For Probabilistic Functions Of Finite State Markov Chains”, Ann. Math. Statist., 37, 1554–1563.

Baum, L.E. & Eagon, J.A.,(1967), “An İnequality With Applications To Statistical Estimation For Probabilistic Functions Of Markov Processes And To A Model For Ecology”,

Bull. Am. Math. Stat., 37, 360-363.

Baum, L.E., (1972), “An İnequality And Associated Maximization Technique İn Statistical Estimation For Probabilistic Functions Of Markov Processes”, Inequalities., 3, 1-8.

Beaver, W.H., (1968), “Alternative Accounting Measures As Predictors Of Failure”, The Accounting Review, January.

Berchtold, A., (2001), “Estimation İn The Mixture Transition Distribution Model.”, J. Time Series Anal., 22, 379–397.

Bhar, R. & Chiarella,C.,(1997), “ Transformation of the Heath – Jarrow – Morton Models To Markovian System” , The European Journal of Finance, 3, 1–26.

Bhar,R. & Hamori,S., (2004), Hıdden Markov Models Applıcatıons To Fınancıal Economıcs, Kluwer Academıc Publısers.

Bozkurt N., (1992)Şüpheli Alacak Karşılığı Tutarının Markov Zinciri Süreci Yardımıyla Denetimi, İskar Yayınları, İstanbul.

Brealey, R.A. vd.,(1995), Principles Of Corporate Finance, Internatıonal Edition, Mc Graw Hill Book Company, New York.

Cappe, O., E. Moulines & T. Ryden,(2005), Inference İn Hidden Markov Models, Springer, New York.

Chao, C.C. & L.H. Yao ,(1996), “Hidden Markov Models For Burst Error Statistics Of Viterbi Decoding,” IEEE Transactions On Communications, 44,1620–1622.

Chauvet, M.,(1998/1999), “ Stock Market Fluctuations And The Business Cycle, Journal Of Economic And Social Measurement, 25, 235-257.

Chung, K.C., Tan, S.S. & Holdsworth, D.K., (2008), “Insolvency Prediction Model Using Multivariate Discriminant Analysis and Artificial Neural Network For The Finance Industry in New Zealand”, Indernational Journal Of Business And Management, 3(1), 19 – 29.

Churchill, G.A.,(1998),“Stochastic Models For Heterogeneous DNA Sequences,” Bulletin Of Mathematical Biology, 51, 79–94.

Churchill,G.A.,(1992),“Hidden Markov Chains And The Analysis Of Genome Structure,” Computers And Chemistry, 16,107–115.

Cook, R.D. & Weisberg, S.,(1982), Residuals And Influence İn Regression. Chapman & Hall, London.

Costamagna, E., L. Favalli & F. Tarantola, (2003), “Modeling And Analysis Of Aggregate And Single Stream Internet Traffic,” Proceedings Of The IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM2003), vol. 22, pp. 3830–3834, December .

Cox,J.C., Ingersoll, J.E. & Ross,S.A.(1985), “ A Theory Of The Term Structure Of Interest Rates”,Econometrica, 53, 385 – 407.

Çabuk, A. ve Lazol, İ., (2004), “Mali Tablolar Analizi”, Uludağ Üniversitesi Güçlendirme Vakfı Yayın No.154, Vipaş A.Ş., Yayın No.30, 3.Baskı, ss: 223.

Çakır,M., (2005), “Firma Başarısızlığının Dinamiklerinin Belirlenmesinde Makine Öğrenmesi Teknikleri: Ampirik Uygulamalar ve Karşılaştırmalı Analizi”,Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası İstatistik Genel Müdürlüğü, Ankara, Aralık.

Çelik, M., (2010), “Bankaların Finansal Başarısızlıklarının Geleneksel ve Yeni Yöntemlerle Öngörüsü”, Celal Bayar Üniversitesi Yönetim ve Ekonomi Dergisi, C:17 Sayı:2 ss: 129-143.

Çetin, A.C. ve Bıtırak, A., (2010), “Banka Kârlılık Performansının Analitik Hiyerarşi Süreci İle Değerlendirilmesi: Ticari Bankalar İle Katılım Bankalarında Bir Uygulama”, Alanya İşletme Fakültesi Dergisi, Cilt:2, Sayı:2, s:73-99.

Çetiner, E., (2002), Konaklama İşletmelerinde Muhasebe Uygulamaları, 3.Baskı, Gazi Kitabevi, Ankara.

Çöloğlu,M.İ., (2006), “Bir Makinenin Güvenliğinin Tehlike Fonksiyonu ve Markov Zinciri Modeliyle Analizi”, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi.

Das, S.R., (1996), “Revisiting Markov Chain Term Structure Models :Extensions and Applications” , Financial Practice and Education, Spring/Summer.

Duman,S., (2006), “Markov Zincirlerinde Bootstrap”, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi.

Elam, R. (1975), “The Effect Of Lease Data On The Predictive Ability Of Financial Rations”, The Accounting Review, Vol:4, No:1,January.

Eldemir, F. ve Şahin, M., (2008), “Afet Yönetiminde Karar Verme Teknikleri” , 1. Kimyasal, Biyolojik, Radyolojik, Nükleer (KBRN) Kongresi Bildiri Kitabı , ss:109-121.

Elliott, R.J., L. Aggoun & J.B. Moore (1995). Hidden Markov Models: Estimation and Control, Springer, New York.

Elliott, R.J. & J. Van Der Hoek, (1997), “An Application Of Hidden Markov Models to Asset Allocation Problems,” Finance and Stochastics, vol. 1, pp. 229–238.

Elliott, R.J., L. Aggoun & J.B. Moore (1995). Hidden Markov Models: Estimation And Control, Springer, New York.

Ellıott, R.J., Aggoun, L. & Moore, J.B., (2008), “ Hıdden Markov Models Estimation And Control”, 3th Edition, Sprınger.

Ephraim, Y. & N. Merhav (2002). “Hidden Markov Processes,” IEEE Transactions On Information Theory, vol. 48, pp. 1518–1569.

Ertuğrul,İ. ve Aytaç,E., (2007), “Kalite Fonksiyonunu Göçeriminde Markov Zincirleri: Otomotiv Sektörü Örneği”,İşletme Fakültesi Dergisi,Cilt:8,Sayı:2,s:181-200.

Evans, M. & Wachtel, P., (1993), Inflation Regimes And Sources Of Inflation Uncertainty, Journal Of Money, Credit And Banking, 25, (3), 475-511.

Fraser, A.M., (2008), Hıdden Markov Models And Dynamıcal Systems, SIAM.

Fua, J.C., Spiringa, F.A. & Xieb, H., (2002), “On The Average Run Lengths Of Quality Control Schemes Using A Markov Chain Approach”, Statistics & Probability Letters, 56, 369–380.

Grepp, A. & Kumar, K.,(2008), “The Role Of Survival Analysis İn Financial Distress Prediction”, Internatiol Research Journal Of Finance and Economics, 16, 13 – 34.

Guttorp, P., M.A. Newton and J.L. Abkowitz (1990). “A Stochastic Model For Haematopoiesis in Cats,” IMA Journal Of Mathematical Medicine And Biology, vol. 7, pp. 125–143.

Gül,M., (2006), “İstanbul Menkul Kıymetler Borsası’nda Değişen İndirimli Ortamda Markoviyen Optimal Duraklama İle Hisse Alım-Satımı Üzerine Bir Deneme”,Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Yüksek Lisans Tezi.

Gülcan , N., (2011), “ Finansal Oranlar Yardımıyla İşletmelerin Finansal Başarısızlıklarının Tespit Edilmesi : IMKB’de Bir Uygulama” , Süleyman Demirel Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim Dalı Muhasebe-Finansman Bilim Dalı Yüksek Lisans Tezi.

Güngör, E. ve Daşdemir İ., (2002), “Çok Boyutlu Karar Verme Metotları ve Ormancılıkta Uygulama Alanları”, ZKÜ Bartın Orman Fakültesi Dergisi,Cilt:4,Sayı:4, 1-19.

Gürbüz,H. ve Köse,T., (2002), “Şüpheli Alacak Zararlarının Büyüklüklerinin Markov Zinciri Teorisi İle Hesaplanması” , Afyon Kocatepe Üniversitesi, İ.İ.B.F. Dergisi, Cilt:4, Sayı:2, s:49-66.

Haberdar,H., (2005), “Saklı Markov Model Kullanılarak Görüntüden Gerçek Zamanlı Türk İşaret Dili Tanıma Sistemi”, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi.

Haines, L.M., Munoz, W.P. & van Gelderen, C.J. (1989). ARIMA Modelling Of Birth Data. J. Appl. Statist. 16, 55–67.

Hamilton, J. D. (1988). “Rational Expectations Econometric Analysis Of Changes İn Regime: An İnvestigation Of The Term Structure Of İnterest Rates”. Journal Of Economic Dynamics And Control, 12: 385–423.

Hamilton, J. D. (1989) A New Approach To The Economic Analysis Of Nonstationary Time Series And The Business Cycle. Econometrica, 57, 357–384.

Hamilton J. D. and Lin, G., (1996), Stock Market Volatility And The Business Cycle, Journal Of Applied Econometrics, 11, 573-593.

Heath, D., Jarrow, R.A. & Morton, A.J., (1992), “Bond Pricing And The Term Structure Of Interest Rates: A New Methodology For Contingent Claim Valuation” , Econometrica, 60, 77 – 105.

Heffes, H. & D.M. Lucantoni (1986). “A Markov Modulated Characterization Of Packetized Voice And Data Traffic And Related Statistical Multiplexer Performance,” IEEE Journal On Selected Areas İn Communications, vol. SAC-4, pp. 856–868.

Hiller, F.S. & Lieberman, (1986), “Introduction to Operations Research”, 4.th Edition, Oakland, 1986.

Hopkins, A., Davies, P. and Dobson, C., (1985), Mathematical Models Of Patterns Of Seizures: Their Use İn The Evaluation Of Drugs. Arch. Neurol. 42, 463–467.

Ibe, O.C., (2009), “Markov Processes For Stochastıc Modeling” ,Elsevıer Inc.

İçerli, M.Y. ve Akkaya, G.C., (2006), “Finansal Açıdan Başarılı Olan İşletmelerle Başarısız Olan İşletmeler Arasında Finansal Oranlar Yardımıyla Farklılıkların Tespiti”, Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi, c:20(1), ss: 413 – 421.

Jaanssen, J. & Manca, R., (2007), “Semi-Markov Rısk Models For Fınance, Insurance and Relıabılıty”,Sprınger.

Juang, B.H. & L.R. Rabiner., (1991), “Hidden Markov Models for Speech Recognition,” Technometrics, vol. 33, 251–272.

Karan, M. B.,(2001), Yatırım Analizi ve Portföy Yönetimi, Ankara: Gazi Kitabevi.

Kim, C. & Nelson, C., (1999), State-Space Models With Regime Switching: Classical And Gibbs-Sampling Approaches With Applications. MIT Press.

Kim, C-J., Nelson, C. R. & Startz, R., (1998), Testing For Mean Reversion İn Heteroscedastic Data Based On Gibbs Sampling Augmented Randomisation, Journal Of Empirical Finance, 5, 131-154.

Kiracı, M., (2000), “İşletmelerin Finansal Başarısızlığında Çalışma Sermayesi Yönetiminin Rolünün Oranlar Yardımıyla Tespiti ve Ampirik Bir Araştırma”, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi.

Krogh, A., M. Brown, I.S. Mian, K. Sjolander & D. Haussler (1994). “Hidden Markov Models İn Computational Biology: Applications To Protein Modeling,” Journal Of Molecular Biology, vol. 235, pp. 1501–1531.

Kutman,Ö., (2001), "Türkiye'deki Şirketlerde Erken Uyarı Göstergelerinin Araştırılması", Doğuş Üniversitesi Dergisi, 4,s:60-70.

Le, N.D., Leroux, B.G. & Puterman, M.L. (1992). Reader Reaction: Exact Likelihood Evaluation İn A Markov Mixture Model For Time Series Of Seizure Counts. Biometrics 48, 317–323.

Levinson, S.E., L.R. Rabiner & M.M. Sondi ,(1983), "An Introduction To The Application Of The Theory Of Probabilistic Functions Of A Markov Process To Automatic Speech Recognition," Bell System Technical Journal, vol. 62, 1035–1074.

Liou, F.M., (2008), " Fraudulent Financial Reporting Detection And Business Failure Prediction Models : A Comparison", Managerial Auditing Journal, 23(7), 650 – 662.

MacDonald, I.L. & Raubenheimer, D., (1995), Hidden Markov Models And Animal Behaviour, Biometrical J. 37, 701–712.

MacDonald, I.L. &W. Zucchini (1997). Hidden Markov And Other Models For Discrete-Valued Time Series, Chapman And Hall, London.

Mamon, R.S. & Elliott R.J., (2007), " Hıdden Markov Models İn Finance",Springer.

McCarthy, J. & Najand, M., (1995), State Space Modeling Of Linkages Among International Markets, Journal Of Multinational Financial Management, 5, 1-9.

Öz, E..,(2009), "Saklı Markov Modelleri ve Finansal Bir Uygulama" , Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri Anabilim Dalı Yöneylem Araştırması Anabilim Dalı Doktora Tezi.

Öztürk A., (2005), Yöneylem Araştırması, Ekin Kitabevi, Bursa.

Petrıe, T., (1996), "Probabilistic Functions Of Finite State Markov Chains", Ann. Math. Statist., 40, 97–115.

Rabiner, L.R, (1989), "ATutorial On Hidden Markov Processes And Selected Applications İn Speech Recognition," Proceedings of the IEEE, vol. 77, pp. 257–286.

Rabiner, L.R. & B.-H. Juang (1993), Fundamentals Of Speech Recognition, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Render, B. & Stair, R. (1991), Quantitative Analysis For Management, Boston: Allyn and Bacon, 1991.

Resnick,S., (1992), Adventures İn Stochastic Process, Birkhauser Boston,626 p.

Ryden, T., T. Terasvirta & S. Asbrink, (1998), "Stylized Facts Of Daily Returns And The Hidden Markov Model," Journal Of Applied Econometrics, vol. 13, pp. 217–244.

Saccucci, M.S. & Lucas, J.M., (1990), "Average Run Lengths For Exponentially Weighted Moving Average Control Schemes Using The Markov Chain Approach", Journal Of Quality Technology, 22, 154 – 162.

Salehi, M. & Abedini, B., (2009), “Financial Distress Prediction İn Emerging Market : Empirical Evidences From Iran”, Business Intelligence Journal,, 2(2), 398 – 409.

Scott, D.W. (1992). Multivariate Density Estimation: Theory, Practice And Visualization. Wiley, New York.

Semerci, Z., (2006), “Saklı Markov Modellerinde Üç Temel Problemin İncelenmesi”, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi.

Serel, D.A. & Moskowitz, H., (2008), “Joint Economic Design Of EWMA Control Charts for Mean And Variance”, European Journal Of Operational Research, 184, 157–168.

Shirata, C.Y., (1998), “Financial Ratios As Predictors Of Bankruptcy İn Japan: An Empirical Research”, Proceeding of The Secon Asian Pacific Interdisciplinary Research in Accounting Conference.

Sınkey, J.F. & Walker , D.A., (1975), “Problem Banks: Identification And Characteristics, Federal Deposit Insurance Corporation, ss:24.

Silverman, B.W., (1985), Some Aspects Of The Spline Smoothing Approach To Nonparametric Regression Curve Fitting (With Discussion). J. Roy. Statist. Soc. B 47, 1–52.

Sipahi, B., (2001), “Hisse Senedi İhraç Primlerinin MSUGT, TTK, SPK ve Vergi Kanunları Çerçevesinde İncelenmesi ve Muhasebeleştirilmesi”, Mali Çözüm, Ekim-Kasım-Aralık,Sayı:57.

Sori, M. & Jalil, H.A., (2009), “ Financial Ratios, Discriminant Analysis And The Prediction Of Corporate Distress” , Journal Of Money, Investment and Banking,, 11, 5 – 15.

Terzi, S.,(2011), “ Finansal Rasyolar Yardımıyla Finansal Başarısızlık Tahmini: Gıda Sektöründe Ampirik Bir Araştırma” , Çukurova Üniversitesi İİBF Dergisi, C:15, Sayı: 1 ss:1-18, Haziran.

Thompson, E.A., (1983), “Optimal Sampling For Pedigree Analysis: Parameter Estimation And Genotypic Uncertainty,” Theoretical Population Biology, vol. 24, pp. 39–58.

Turin, W. & M.M. Sondhi, (1993), “Modeling Error Sources İn Digital Channels,” IEEE Journal of Selected Areas İn Communications, vol. 11, pp. 340–347.

Turin,W. & R. van Nobelen, (1998), “Hidden Markov Modeling Of Fading Channels,” IEEE Journal of Selected Areas İn Communications, vol. 16, pp. 1809–1817.

Turin,W., (2000), “MAP Decoding İn Channels With Memory,” IEEE Transactions On Communications, vol. 48, pp. 757–763.

Weisberg, S., (1985), Applied Linear Regression, Second Edition. Wiley, New York.

Wu, H.H. & Shieh, J., (2006), “Using A Markov Chain Model İn Quality Function Deployment To Analyse Customer Requirements”, Int J. Adv. Manuf. Technology, c:30, ss: 141–146.

Yang, S.F. & Yu, Y.N., (2007), “Using VSI EWMA Charts To Monitor Dependent Process Steps With Incorrect Adjustment”, Expert Systems With Applications, doi:10.1016/j.eswa.2007.09.036.

Yang, C.H. vd.,, (2009), “Constructing Financial Distress Prediction Model Using Group Method of Data Handling Technique”,Proceedings Of The Eighth International Conference On Machine Learning And Cybernetics, 12-15 July, Taiwan,. http://researchrepository.murdoch.edu.au/777/2/Published_Version.pdf

Yap, B.C.F., Yong, D.G.F. & Poon, W.C., (2010), “How Well Do Financial Ratios And Multiple Discriminant Analysis Predict Company Failures in Malaysia” , International Research Journal Of Finance And Economics, 54, 166 – 175.

Yüzbaşıoğlu, N., Yörük, N., Demir, M.Ö., Bezirci, M. ve Arslan M., (2011), “Comparision of Financial Failure Estimation Models For Turkey : An Empirical Study Directed Toward Automative And Spare Parts Sector” , Midde Eastern Finance And Economics, c: 11, ss: 95 – 106.

Zeger, S.L. & Qaqish, B., (1988), Markov Regression Models For Time Series: A Quasi-Likelihood Approach. Biometrics 44, 1019–1031.

Zucchini, W. & Macdonald I.L., (2009), “Hıdden Markov Models For Tıme Series An Introductıon Using R”, Charpman&Hall/CRC.

EKLER

EK 1 – 1997-2011 Yılları Arasında X Firmasının Z Skor Modeli'nin Hesaplanmasında Kullanılacak Finansal Oranların Hesaplanmasında Kullanılan Bilanço ve Gelir Tablosu Kalemleri

	1997	**1998**	**1999**	**2000**	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**	**2005**	**2006**	**2007**	**2008**	**2009**	**2010**	**2011**
İŞLETME SERMAYESİ	7.872.052 TL	15.044.902 TL	23.853.431 TL	32.019.359 TL	52.511.285 TL	68.399.364 TL	202.721.740 TL	182.672.924 TL	167.866.977 TL	190.394.011 TL	218.750.700 TL	322.703.177 TL	342.813.007 TL	372.844.580 TL	428.056.413 TL
AKTİFLER	11.583.879 TL	21.199.349 TL	31.072.434 TL	42.200.814 TL	66.220.699 TL	88.868.131 TL	359.078.342 TL	352.462.375 TL	314.859.304 TL	331.158.817 TL	397.278.268 TL	526.277.633 TL	538.344.226 TL	556.305.563 TL	605.932.999 TL
X_1	**0,6795696**	**0,7096870**	**0,7676718**	**0,7587379**	**0,7929739**	**0,7696726**	**0,5645613**	**0,5182764**	**0,5331492**	**0,5749326**	**0,5506234**	**0,6131805**	**0,6367915**	**0,6702154**	**0,7064418**
DAĞITILMAMIŞ KÂRLAR	0 TL	0 TL	0 TL	0 TL	0 TL	0 TL	-128.818.397 TL	-276.197.356 TL	-174.475.858 TL	-70.364.802 TL	35.068.429 TL	-28.436.403 TL	-33.692.727 TL	45.840 TL	16.258.558 TL
AKTİFLER	11.583.879 TL	21.199.349 TL	31.072.434 TL	42.200.814 TL	66.220.699 TL	88.868.131 TL	359.078.342 TL	352.462.375 TL	314.859.304 TL	331.158.817 TL	397.278.268 TL	526.277.633 TL	538.344.226 TL	556.305.563 TL	605.932.999 TL
X_2	**0,0000000**	**0,0000000**	**0,0000000**	**0,0000000**	**0,0000000**	**0,0000000**	**-0,3587473**	**-0,7836222**	**-0,5541391**	**-0,2124805**	**0,0882717**	**-0,0540331**	**-0,0625858**	**0,0000824**	**0,0268323**
FVÖK	1.217.247 TL	1.234.164 TL	2.946.265 TL	5.777.176 TL	12.747.800 TL	17.621.103 TL	-24.834.912 TL	-62.477.767 TL	-19.585.314 TL	-17.133.882 TL	11.989.666 TL	-7.105.994 TL	33.121.282 TL	17.610.564 TL	2.628.509 TL
AKTİFLER	11.583.879 TL	21.199.349 TL	31.072.434 TL	42.200.814 TL	66.220.699 TL	88.868.131 TL	359.078.342 TL	352.462.375 TL	314.859.304 TL	331.158.817 TL	397.278.268 TL	526.277.633 TL	538.344.226 TL	556.305.563 TL	605.932.999 TL
X_3	**0,1050811**	**0,0582171**	**0,0948193**	**0,1368973**	**0,1925048**	**0,1982837**	**-0,0691629**	**-0,1772608**	**-0,0622034**	**-0,0517392**	**0,0301795**	**-0,0135024**	**0,0615244**	**0,0316563**	**0,0043380**
SERMAYENİN PİYASA DEĞERİ	5.979.036 TL	8.823.672 TL	15.840.171 TL	22.226.049 TL	33.911.291 TL	47.680.069 TL	166.273.590 TL	111.497.586 TL	93.830.608 TL	72.515.965 TL	148.566.061 TL	158.390.307 TL	198.854.591 TL	233.205.155 TL	235.833.664 TL
PASİFLERİN DEFTER DEĞERİ	5.604.843 TL	12.375.677 TL	15.232.263 TL	19.974.765 TL	32.309.408 TL	41.188.062 TL	192.804.752 TL	240.964.789 TL	221.028.696 TL	258.642.852 TL	248.712.207 TL	367.887.326 TL	339.489.635 TL	323.100.408 TL	370.099.335 TL
X_4	**1,0667624**	**0,7129850**	**1,0399092**	**1,1127064**	**1,0495795**	**1,1576187**	**0,8623936**	**0,4627132**	**0,4245178**	**0,2803710**	**0,5973413**	**0,4305403**	**0,5857457**	**0,7217730**	**0,6372172**
SATIŞLAR	10.828.555 TL	19.135.670 TL	29.267.978 TL	41.353.528 TL	65.248.159 TL	97.043.938 TL	373.338.039 TL	380.143.707 TL	349.695.468 TL	448.398.975 TL	546.836.505 TL	629.053.514 TL	693.686.750 TL	786.895.468 TL	758.415.676 TL
AKTİFLER	11.583.879 TL	21.199.349 TL	31.072.434 TL	42.200.814 TL	66.220.699 TL	88.868.131 TL	359.078.342 TL	352.462.375 TL	314.859.304 TL	331.158.817 TL	397.278.268 TL	526.277.633 TL	538.344.226 TL	556.305.563 TL	605.932.999 TL
X_5	**0,9347952**	**0,9026537**	**0,9419274**	**0,9799225**	**0,9853137**	**1,0919993**	**1,0397119**	**1,0785370**	**1,1106404**	**1,3540300**	**1,3764571**	**1,1952883**	**1,2885561**	**1,4145022**	**1,2516494**

EK 2 – 1997-2011 Yılları Arasında X Firmasının Z Skor Modeli'nin Hesaplanmasında Kullanılacak Finansal Oranlar

YILLAR	X_1		X_2		X_3		X_4		X_5		DURUM	Z Skor Değeri	
1997	0,68	A	0,00	C	0,11	E	1,07	G	0,93	K	N2	2,7371	V2
1998	0,71	A	0,00	C	0,06	E	0,71	G	0,90	K	N2	2,3742	V2
1999	0,77	A	0,00	C	0,09	E	1,04	G	0,94	K	N2	2,7999	V2
2000	0,76	A	0,00	C	0,14	E	1,11	G	0,98	K	N2	3,0098	V3
2001	0,79	A	0,00	C	0,19	E	1,05	G	0,99	K	N2	3,2019	V3
2002	0,77	A	0,00	C	0,20	E	1,16	G	1,09	J	N1	3,3645	V3
2003	0,56	B	-0,36	D	-0,07	F	0,86	G	1,04	J	N25	1,5041	V1
2004	0,52	B	-0,78	D	-0,18	F	0,46	H	1,08	J	N31	0,2961	V1
2005	0,53	B	-0,06	D	-0,06	F	0,42	H	1,11	J	N31	1,7223	V1
2006	0,57	B	-0,21	D	-0,05	F	0,28	H	1,35	J	N31	1,7440	V1
2007	0,55	B	0,09	C	0,03	E	0,60	G	1,38	J	N17	2,6188	V2
2008	0,61	A	-0,05	D	-0,01	F	0,50	G	1,20	J	N13	2,1109	V2
2009	0,64	A	-0,06	D	0,06	E	0,59	G	1,29	J	N9	2,5196	V2
2010	0,67	A	0,00	C	0,03	E	0,72	G	1,41	J	N1	2,7564	V2
2011	0,71	A	0,03	C	0,00	F	0,64	G	1,25	J	N13	2,5336	V2

EK 3 – 1997-2011 Yılları Arasında X Firmasının Z Skor Modeli'nin Hesaplanmasında Kullanılacak Finansal Oranların Alt Durumlarının Gruplandırılması

	FİNANSAL ORANLARIN ALT DURUMLARI																														
X_1	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
X_2	C	C	C	C	C	C	C	C	D	D	D	D	D	D	D	D	C	C	C	C	C	C	C	C	D	D	D	D	D	D	D	D
X_3	E	E	E	E	F	F	F	F	E	E	E	E	F	F	F	F	E	E	E	E	F	F	F	F	E	E	E	E	F	F	F	F
X_4	G	G	H	H	G	G	H	H	G	G	H	H	G	G	H	H	G	G	H	H	G	G	H	H	G	G	H	H	G	G	H	H
X_5	J	K	J	K	J	K	J	K	J	K	J	K	J	K	J	K	J	K	J	K	J	K	J	K	J	K	J	K	J	K	J	K
DURUM	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9	N10	N11	N12	N13	N14	N15	N16	N17	N18	N19	N20	N21	N22	N23	N24	N25	N26	N27	N28	N29	N30	N31	N32

EK 4 – Geçiş Olasılıkları Matrisi

	N1	**N2**	**N3**	**N4**	**N5**	**N6**	**N7**	**N8**	**N9**	**N10**	**N11**	**N12**	**N13**	**N14**	**N15**	**N16**	**N17**	**N18**	**N19**	**N20**	**N21**	**N22**	**N23**	**N24**	**N25**	**N26**	**N27**	**N28**	**N29**	**N30**	**N31**	**N32**
N1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0,50**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0,50**	0	0	0	0	0	0	0
N2	**0,20**	**0,80**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N9	**1**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N13	0	0	0	0	0	0	0	0	**1**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**1**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0,33**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0,67**	0
N32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

EK 5 – Gözlem Olasılıkları Matrisi

	V1	V2	V3
N1	0	0,50	0,50
N2	0	0,60	0,40
N3	0	0	0
N4	0	0	0
N5	0	0	0
N6	0	0	0
N7	0	0	0
N8	0	0	0
N9	0	1	0
N10	0	0	0
N11	0	0	0
N12	0	0	0
N13	0	1	0
N14	0	0	0
N15	0	0	0
N16	0	0	0
N17	0	1	0
N18	0	0	0
N19	0	0	0
N20	0	0	0
N21	0	0	0
N22	0	0	0
N23	0	0	0
N24	0	0	0
N25	1	0	0
N26	0	0	0
N27	0	0	0
N28	0	0	0
N29	0	0	0
N30	0	0	0
N31	1	0	0
N32	0	0	0

EK 6 – 1997-2011 Yılları Arasında X Firmasının 2012 ve 2013 Yılı Tahminlerin Excel ile Çözümü

1.Başlangıç uygun çözüm		2.Yineleme		
V2		V2→ V1	V2→V2	V2→V3
α1(N1)=πN1 ΦN1(V2)	**0,02**	0,00	**0,02**	**0,02**
α1(N2)=πN2 ΦN2(V2)	**0,02**	0,00	**0,01**	**0,006**
α1(N3)=πN3 ΦN3(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N4)=πN4 ΦN4(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N5)=πN5 ΦN5(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N6)=πN6 ΦN6(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N7)=πN7 ΦN7(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N8)=πN8 ΦN8(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N9)=πN9 ΦN9(V2)	**0,03**	0,00	**0,03**	0,00
α1(N10)=πN10 ΦN10(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N11)=πN11 ΦN11(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N12)=πN12 ΦN12(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N13)=πN13 ΦN13(V2)	**0,03**	0,00	**0,04**	0,00
α1(N14)=πN14 ΦN14(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N15)=πN15 ΦN15(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N16)=πN16 ΦN16(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N17)=πN17 ΦN17(V2)	**0,03**	0,00	0,00	0,00
α1(N18)=πN18 ΦN18(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N19)=πN19 ΦN19(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N20)=πN20 ΦN20(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N21)=πN21 ΦN21(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N22)=πN22 ΦN22(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N23)=πN23 ΦN23(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N24)=πN24 ΦN24(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N25)=πN25 ΦN25(V2)	0,00	**0,01**	0,00	0,00
α1(N26)=πN26 ΦN26(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N27)=πN27 ΦN27(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N28)=πN28 ΦN28(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N29)=πN29 ΦN29(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N30)=πN30 ΦN30(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N31)=πN31 ΦN31(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α1(N32)=πN32 ΦN32(V2)	0,00	0,00	0,00	0,00

	3.Sonlandırma		2012 YILI
V2→V1	α2(i) =∑α1(i)	0,01	%7
V2→V2	α2(i) =∑ α1(i)	0,10	%74
V2→V3	α2(i) =∑ α1(i)	0,026	%19
		0,136	%100

1.Başlangıç uygun çözüm		2.Yineleme		
V1		V1→ V1	V1→V2	V1→V3
α2(N1)	0,00	0,00	**0,003**	**0,003**
α2(N2)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N3)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N4)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N5)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N6)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N7)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N8)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N9)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N10)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N11)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N12)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N13)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N14)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N15)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N16)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N17)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N18)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N19)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N20)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N21)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N22)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N23)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N24)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N25)	**0,01**	0,00	0,00	0,00
α2(N26)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N27)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N28)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N29)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N30)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N31)	0,00	**0,01**	0,00	0,00
α2(N32)	0,00	0,00	0,00	0,00

1.Başlangıç uygun çözüm		2.Yineleme		
V2		V2→ V1	V2→V2	V2→V3
α2(N1)	**0,02**	0,00	**0,016**	**0,016**
α2(N2)	**0,01**	0,00	**0,005**	**0,003**
α2(N3)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N4)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N5)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N6)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N7)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N8)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N9)	**0,03**	0,00	**0,04**	0,00
α2(N10)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N11)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N12)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N13)	**0,04**	0,00	**0,01**	0,00
α2(N14)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N15)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N16)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N17)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N18)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N19)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N20)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N21)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N22)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N23)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N24)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N25)	0,00	**0,01**	0,00	0,00
α2(N26)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N27)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N28)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N29)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N30)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N31)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N32)	0,00	0,00	0,00	0,00

1.Başlangıç uygun çözüm		2.Yineleme		
V3		V3→ V1	V3→V2	V3→V3
α2(N1)	**0,02**	0,00	**0,001**	**0,001**
α2(N2)	**0,006**	0,00	**0,0048**	**0,0032**
α2(N3)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N4)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N5)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N6)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N7)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N8)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N9)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N10)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N11)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N12)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N13)	0,00	0,00	**0,01**	0,00
α2(N14)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N15)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N16)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N17)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N18)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N19)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N20)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N21)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N22)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N23)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N24)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N25)	0,00	**0,01**	0,00	0,00
α2(N26)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N27)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N28)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N29)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N30)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N31)	0,00	0,00	0,00	0,00
α2(N32)	0,00	0,00	0,00	0,00

	3.Sonlandırma		
V1→V1	α3(i) =∑α2(i)	0,01	%6,9
V1→V2	α3(i) =∑ α2(i)	0,003	%2,1
V1→V3	α3(i) =∑ α2(i)	0,003	%2,1

	3.Sonlandırma		
V2→V1	α3(i) =∑ α2(i)	0,01	%6,9
V2→V2	α3(i) =∑ α2(i)	0,071	%48,6
V2→V3	α3(i) =∑ α2(i)	0,019	%13

	3.Sonlandırma		
V3→V1	α3(i) =∑ α2(i)	0,01	%6,9
V3→V2	α3(i) =∑ α2(i)	0,016	%11
V3→V3	α3(i) =∑ α2(i)	0,004	%2,7

	TOPLAM	0,146	%100

1.Başlangıç uygun çözüm		2.Yineleme					
V2		**V2→ V1**		**V2→V2**		**V2→V3**	
ξ1(N1)=πN1 ΦN1(V2)	**0,02**	0,00		**0,02**	Ψ2(N1)= N9	**0,015**	Ψ2(N1)= N9
ξ1(N2)=πN2 ΦN2(V2)	**0,02**	0,00		**0,01**	Ψ2(N2)= N2	**0,0064**	Ψ2(N2)= N2
ξ1(N3)=πN3 ΦN3(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N4)=πN4 ΦN4(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N5)=πN5 ΦN5(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N6)=πN6 ΦN6(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N7)=πN7 ΦN7(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N8)=πN8 ΦN8(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N9)=πN9 ΦN9(V2)	**0,03**	0,00		**0,03**	Ψ2(N9)= N13	0,00	
ξ1(N10)=πN10 ΦN10(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N11)=πN11 ΦN11(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N12)=πN12 ΦN12(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N13)=πN13 ΦN13(V2)	**0,03**	0,00		**0,03**	Ψ2(N13)= N17	0,00	
ξ1(N14)=πN14 ΦN14(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N15)=πN15 ΦN15(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N16)=πN16 ΦN16(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N17)=πN17 ΦN17(V2)	**0,03**	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N18)=πN18 ΦN18(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N19)=πN19 ΦN19(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N20)=πN20 ΦN20(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N21)=πN21 ΦN21(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N22)=πN22 ΦN22(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N23)=πN23 ΦN23(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N24)=πN24 ΦN24(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N25)=πN25 ΦN25(V2)	0,00	**0,01**	Ψ2(N25)= N1	0,00		0,00	
ξ1(N26)=πN26 ΦN26(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N27)=πN27 ΦN27(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N28)=πN28 ΦN28(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N29)=πN29 ΦN29(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N30)=πN30 ΦN30(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N31)=πN31 ΦN31(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N32)=πN32 ΦN32(V2)	0,00	0,00		0,00		0,00	

	3.Sonlandırma	
V2→V1	P* = max{ξ1(N1),ξ1(N2),ξ1(N3),ξ1(N4),ξ1(N5),ξ1(N6),ξ1(N7),……….,ξ1(N32)} max{0,0,0,0,0,(0,01),…….,0,} = 0,01 q2* = arg max {ξ1(N1),ξ1(N2),ξ1(N3),ξ1(N4),ξ1(N5),ξ1(N6),ξ1(N7),…., ξ1(N32)} = N25	N25
V2→V2	P* = max{ξ1(N1),ξ1(N2),ξ1(N3),ξ1(N4),ξ1(N5),ξ1(N6),ξ1(N7),……….,ξ1(N32)} max{0,0,0,0,(0,03),0,(0,02;),(0,01),…….,0,(0,03)} = 0,03 q2* = arg max {ξ1(N1),ξ1(N2),ξ1(N3),ξ1(N4),ξ1(N5),ξ1(N6),ξ1(N7),…., ξ1(N32)} = N9,N13	N9, N13
V2→V3	P* = max{ξ1(N1),ξ1(N2),ξ1(N3),ξ1(N4),ξ1(N5),ξ1(N6),ξ1(N7),……….,ξ1(N32)} max{0,0,0,0,0,(0,02;),(0,01),…….,0} = 0,02 q2* = arg max {ξ1(N1),ξ1(N2),ξ1(N3),ξ1(N4),ξ1(N5),ξ1(N6),ξ1(N7),…., ξ1(N32)} = N1	N1

	4.Yol Durum Dizisi Geri İzleme	
V2→V1	q1* =Ψ(q2*)= Ψ(N25)= N1	N1
V2→V2	q1* =Ψ(q2*)= Ψ(N9)= N13 q1* =Ψ(q2*)= Ψ(N13)= N17	N13, N17
V2→V3	q1* =Ψ(q2*)= Ψ(N1)= N9	N9

1.Başlangıç uygun çözüm		**2.Yineleme**					
V1		**V1→ V1**		**V1→V2**		**V1→V3**	
ξ2(N1)	0,00	0,00		**0,0025**	Ψ3(N1)= N25	**0,0025**	Ψ3(N1)= N25
ξ2(N2)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N3)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N4)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N5)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N6)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N7)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N8)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N9)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N10)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N11)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N12)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N13)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N14)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N15)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N16)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N17)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N18)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N19)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N20)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N21)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N22)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N23)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N24)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N25)	**0,01**	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N26)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N27)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N28)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N29)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N30)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N31)	0,00	**0,01**	Ψ3(N31)= N25	0,00		0,00	
ξ1(N32)	0,00	0,00		0,00		0,00	

	3.Sonlandırma	
V1→V1	P* = max{ξ2(N1),ξ2(N2),ξ2(N3),ξ2(N4),ξ2(N5),ξ2(N6),ξ2(N7),……….,ξ2(N32)} max{0,0,0,0,0,0,0,(0,01),…….,0,0} = 0,01 q3* = arg max {ξ2(N1),ξ2(N2),ξ2(N3),ξ2(N4),ξ2(N5),ξ2(N6),ξ2(N7),…., ξ2(N32)} = N31	N31
V1→V2	P* = max{ξ2(N1),ξ2(N2),ξ2(N3),ξ2(N4),ξ2(N5),ξ2(N6),ξ2(N7),……….,ξ2(N32)} max{0,0,0,0,0,0,0,(0,0025),…….,0,0} = 0,0025 q3* = arg max {ξ2(N1),ξ2(N2),ξ2(N3),ξ2(N4),ξ2(N5),ξ2(N6),ξ2(N7),…., ξ2(N32)} = N1	N1
V1→V3	P* = max{ξ2(N1),ξ2(N2),ξ2(N3),ξ2(N4),ξ2(N5),ξ2(N6),ξ2(N7),……….,ξ2(N32)} max{0,0,0,0,0,0,0,(0,0025)…….,0,0} = 0,0025 q3* = arg max {ξ2(N1),ξ2(N2),ξ2(N3),ξ2(N4),ξ2(N5),ξ2(N6),ξ2(N7),…., ξ2(N32)} = N1	N1

	4.Yol Durum Dizisi Geri İzleme	
V1→V1	q2* =Ψ(q3*)= Ψ(N31)= N25	N25
V1→V2	q2* =Ψ(q3*)= Ψ(N1)= N25	N25
V1→V3	q2* =Ψ(q3*)= Ψ(N1)= N25	N25

1.Başlangıç uygun çözüm		2.Yineleme					
V2		**V2→V1**		**V2→V2**		**V2→V3**	
ξ2(N1)	**0,02**	0,00		**0,0075**	Ψ3(N1)= N13	**0,0075**	Ψ3(N1)= N13
ξ2(N2)	**0,01**	0,00		**0,0048**	Ψ3(N2)= N2	**0,0032**	Ψ3(N2)= N2
ξ2(N3)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N4)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N5)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N6)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N7)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N8)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N9)	**0,03**	0,00		**0,02**		0,00	
ξ2(N10)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N11)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N12)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N13)	**0,03**	0,00		**0,03**	Ψ3(N13)= N9	0,00	
ξ2(N14)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N15)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N16)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N17)	0,00	0,00		**0,03**	Ψ3(N17)= N13	0,00	
ξ2(N18)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N19)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N20)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N21)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N22)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N23)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N24)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N25)	0,00	**0,01**	Ψ3(N25)= N1	0,00		0,00	
ξ2(N26)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N27)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N28)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N29)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N30)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N31)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N32)	0,00	0,00		0,00		0,00	

	3.Sonlandırma	
V2→V1	P* = max{ξ2(N1),ξ2(N2),ξ2(N3),ξ2(N4),ξ2(N5),ξ2(N6),ξ2(N7),………,ξ2(N32)} max{0,0,0,0,0,0,(0,01),…….,0,0} = 0,01 q3* = arg max {ξ2(N1),ξ2(N2),ξ2(N3),ξ2(N4),ξ2(N5),ξ2(N6),ξ2(N7),…., ξ2(N32)} = N25	N25
V2→V2	P* = max{ξ2(N1),ξ2(N2),ξ2(N3),ξ2(N4),ξ2(N5),ξ2(N6),ξ2(N7),……….,ξ2(N32)} max{0,(0,0075),0,(0,0048)0,(0,02),(0,03),(0,03),…….,0,0} = 0,03 q3* = arg max {ξ2(N1),ξ2(N2),ξ2(N3),ξ2(N4),ξ2(N5),ξ2(N6),ξ2(N7),…., ξ2(N32)} = N13, N17	N13, N17
V2→V3	P* = max{ξ2(N1),ξ2(N2),ξ2(N3),ξ2(N4),ξ2(N5),ξ2(N6),ξ2(N7),……….,ξ2(N32)} max{0,0,0,0,0,0,,(0,0075),0,(0,0032),0,…….,0,0} = 0,0075 q3* = arg max {ξ2(N1),ξ2(N2),ξ2(N3),ξ2(N4),ξ2(N5),ξ2(N6),ξ2(N7),…., ξ2(N32)} = N1	N1

	4.Yol Durum Dizisi Geri İzleme	
V2→V1	q2* =Ψ(q3*)= Ψ(N25)= N1	N1
V2→V2	q2* =Ψ(q3*)= Ψ(N13)= N9 q2* =Ψ(q3*)= Ψ(N17)= N13	N9, N13
V2→V3	q2* =Ψ(q3*)= Ψ(N1)= N13	N13

1.Başlangıç uygun çözüm		**2.Yineleme**					
V3		**V3→ V1**		**V3→V2**		**V3→V3**	
ξ2(N1)	**0,0015**	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N2)	**0,0064**	0,00		**0,0031**	Ψ3(N2)= N2	**0,0021**	Ψ3(N2)= N2
ξ2(N3)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N4)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N5)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N6)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N7)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N8)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N9)	0,00	0,00		**0,015**	Ψ3(N9)= N1	0,00	
ξ2(N10)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N11)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N12)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N13)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N14)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N15)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N16)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N17)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N18)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N19)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N20)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N21)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N22)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N23)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N24)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N25)	0,00	**0,0075**	Ψ3(N25)= N1	0,00		0,00	
ξ2(N26)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N27)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N28)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N29)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N30)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ2(N31)	0,00	0,00		0,00		0,00	
ξ1(N32)	0,00	0,00		0,00		0,00	

	3.Sonlandırma	
V3→V1	$P^* = \max\{\xi2(N1),\xi2(N2),\xi2(N3),\xi2(N4),\xi2(N5),\xi2(N6),\xi2(N7),\dots\dots\dots,\xi2(N32)\}$ $\max\{0,0,0,0,0,0,0,(0,0075),\dots\dots,0,0\} = 0,0075$ $q3^* = \arg\max\ \{\xi2(N1),\xi2(N2),\xi2(N3),\xi2(N4),\xi2(N5),\xi2(N6),\xi2(N7),\dots,\ \xi2(N32)\} = N25$	N25
V3→V2	$P^* = \max\{\xi2(N1),\xi2(N2),\xi2(N3),\xi2(N4),\xi2(N5),\xi2(N6),\xi2(N7),\dots\dots\dots,\xi2(N32)\}$ $\max\{0,0,0,0,0,0,0,(0,0031),(0,015),\dots\dots,0,0\} = 0,015$ $q3^* = \arg\max\ \{\xi2(N1),\xi2(N2),\xi2(N3),\xi2(N4),\xi2(N5),\xi2(N6),\xi2(N7),\dots,\ \xi2(N32)\} = N9$	N9
V3→V3	$P^* = \max\{\xi2(N1),\xi2(N2),\xi2(N3),\xi2(N4),\xi2(N5),\xi2(N6),\xi2(N7),\dots\dots\dots,\xi2(N32)\}$ $\max\{0,0,0,0,0,0,0,(0,0021)\dots\dots,0,0\} = 0,0021$ $q3^* = \arg\max\ \{\xi2(N1),\xi2(N2),\xi2(N3),\xi2(N4),\xi2(N5),\xi2(N6),\xi2(N7),\dots,\ \xi2(N32)\} = N2$	N2

	4.Yol Durum Dizisi Geri İzleme	
V2→V1	$q2^* = \Psi(q3^*) = \Psi(N25) = N1$	N1
V2→V2	$q2^* = \Psi(q3^*) = \Psi(N9) = N1$	N1
V2→V3	$q2^* = \Psi(q3^*) = \Psi(N2) = N2$	N2

ÖZGEÇMİŞ

Adı ve SOYADI	: Fatıma BÜYÜKTATLI
Doğum Tarihi ve Yeri	: 02/07/1986 – ANTALYA
Medeni Durumu	: Bekar

Eğitim Durumu

Mezun Olduğu Lise	: Antalya Lisesi, 2004
Lisans Diploması	: Akdeniz Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü, 2009
Yüksek Lisans Diploması	: Akdeniz Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Ana Bilim Dalı, 2013
Tez Konusu	: Şirketlerdeki Erken Uyarı Göstergeleri İle Saklı Markov Modeli Üzerine Bir Uygulama
Yabancı Dil	: İngilizce
E – Posta	: fbtatli@gmail.com