

**T. C.  
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**KESİRLİ KUANTİZE HALL ETKİSİNİN MİKROSKOBİK TEMELLİ  
PERDELEME KURAMI**

**AYSEVİL SALMAN**

**DOKTORA TEZİ  
FİZİK ANABİLİM DALI**

**2012**

**KESİRLİ KUANTİZE HALL ETKİSİNİN MİKROSKOPİK TEMELLİ  
PERDELEME KURAMI**

**AYSEVİL SALMAN**

**DOKTORA TEZİ  
FİZİK ANABİLİM DALI**

**2012**

**T. C.**  
**AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**KESİRLİ KUANTİZE HALL ETKİSİNİN MİKROSKOBİK TEMELLİ  
PERDELEME KURAMI**

**AYSEVİL SALMAN**

**DOKTORA TEZİ**  
**FİZİK ANABİLİM DALI**

Bu tez ... / ... / 2012 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği / oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

Yard. Doç. Dr. Melike B. YÜCEL (Danışman)

Prof. Dr. Bülent ULUĞ

Prof. Dr. Mustafa DEMİRCİ

Doç. Dr. Tayyar GÜNGÖR

Yard. Doç. Dr. Şerafettin YALTKAYA

## ÖZET

### KESİRLİ KUANTİZE HALL ETKİSİNİN MİKROSKOBİK TEMELLİ PERDELEME KURAMI

AYSEVİL SALMAN

Doktora Tezi, Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Yard. Doç. Dr. Melike B. YÜCEL

II. Danışman: Doç. Dr. Afif SİDDİKİ

Haziran 2012, 115 Sayfa

Bu çalışmada, GaAs/AlGaAs heteroyapılarındaki iki boyutlu yük sistemlerinde gözlemlenen kesirli kuantize Hall etkisinin perdeleme kuramı, yerel yaklaşımlar altında, analitik ve sayısal yöntemlerle incelenmiştir. Çeşitli örnekler için gerçek malzeme özellikleri düşünülerek üç boyutlu Poisson denkleminin nümerik yollarla kendinden tutarlı olarak çözülmesi ile elektron yoğunluk dağılımları elde edilmiştir. Bu elektron dağılımlarının malzemenin yapısıyla ve malzemeye kapı uygulama, kimyasal kesme yapma ya da streç kapı yapma yöntemleri ile nasıl bir değişim gösterdiği araştırılmıştır. Bu örneklerin uygun manyetik alanlar altında oluşturdukları akım taşıyan kanallarının (sıkıştırılmaz şeritlerin) yerleri ve genişlikleri hesaplanarak perdeleme özellikleri incelenmiştir.  $\nu=1/3$  kesirli sayı doldurma faktörlü duruma ek olarak  $\nu=1/5, 2/5, 2/3$  kesirli sayı ve  $\nu=1, 2$  tam sayı doldurma faktörlü durumlar ile de çalışılmıştır.  $\nu=1/3$  doldurma faktörlü durumun girişim özellikleri de araştırılmıştır.

**ANAHTAR SÖZCÜKLER:** İki boyutlu yük sistemi, kesirli kuantize Hall etkisi, perdeleme kuramı, sanki-parçacık interferometresi

**JÜRİ:** Yard. Doç. Dr. Melike B. YÜCEL (Danışman)

Prof. Dr. Bülent ULUĞ

Prof. Dr. Mustafa DEMİRCİ

Doç. Dr. Tayyar GÜNGÖR

Yard. Doç. Dr. Şerafettin YALTKAYA

## ABSTRACT

### MICROSCOPIC-BASED SCREENING THEORY OF FRACTIONAL QUANTIZED HALL EFFECT

AYSEVIL SALMAN

**Ph.D. Thesis in Physics**

**Adviser: Asst. Prof. Dr. Melike B. YUCEL**

**Co-Adviser: Assoc. Prof. Dr. Afif SIDDIKI**

**June 2012, 115 pages**

In this study, screening theory of the fractional quantized Hall effect that is observed in two dimensional charge systems induced in GaAs/AlGaAs heterostructures is investigated under the local approaches by analytical and numerical methods. By considering actual material properties for several samples and solving the three dimensional Poisson equation by numerical methods self-consistently, the electron density distributions are obtained. How these electron distributions change with the structure of the material are investigated, and also the effect of gating, chemical etching or trench gating methods are analyzed. Spatial positions and widths of the current-carrying channels (incompressible strips) that are formed at the selected magnetic fields are calculated, and the screening properties are examined. In addition to the fractional filling factor  $\nu = 1/3$ , the integer filling factors  $\nu = 1, 2$  and the fractional filling factors  $\nu = 1/5, 2/5, 2/3$  are also studied. In a final step, interference properties of the filling factor  $\nu = 1/3$  are also investigated.

**KEY WORDS:** Two dimensional charge systems, fractional quantized Hall effect, screening theory, quasi-particle interferometer

**COMMITTEE:** Asst. Prof. Dr. Melike B. YUCEL (Adviser)

Prof. Dr. Bulent ULUG

Prof. Dr. Mustafa DEMIRCI

Assoc. Prof. Dr. Tayyar GUNGOR

Asst. Prof. Dr. Serafettin YALTKAYA

## ÖNSÖZ

Literatürde, kesirli kuantize Hall etkisi üzerinde yapılan araştırmalar deneysel sistemleri tanımlamaktan oldukça uzaktır ve genellikle matematiksel olarak uygun sınır şartları altında çok-parçacık Schrödinger denkleminin çözümlerine dayanmaktadır; ancak sistemin birçok fiziksel özelliği göz ardı edilmektedir. Bu çalışmada, yukarıda anılan yetersizliklerin yarı-analitik ve sayısal yöntemler kullanarak giderilmesine ve literatürde sınırlı sayıda verilen deneysel sonuçlarla uyumlu, daha tutarlı bir kuram oluşturulmasına çalışılmıştır.

Bu tezin ilerleyişi boyunca bilgi, tecrübe ve hoşgörüsünü esirgemeyen her zaman yardımcı olan değerli danışman hocam Yard. Doç. Dr. Melike B. YÜCEL' e; beni Elektro-Nano Araştırma Grubu' na dâhil ederek çalışma ortamımı zenginleştiren, bilgi ve tecrübesi ile her zaman yol gösteren İstanbul Üniversitesi' nden değerli hocam ve ikinci danışmanım Doç. Dr. Afif SİDDİKİ' ye,

Tez çalışmam boyunca bana olan desteği, yol gösterici fikirleri ve açıklamaları için Trakya Üniversitesi' nden Yard. Doç. Dr. Ali İhsan MEŞE' ye,

Desteklerinden dolayı Muğla Üniversitesi' nden Yard. Doç. Dr. Uğur ERKARSLAN' a ve Akdeniz Üniversitesi' nden Erkan KOYMEN' e,

Bu çalışmanın çeşitli aşamalarında bilgi ve donanımlarından yararlandığım başta Trakya Üniversitesi' nden Deniz EKŞİ ve Araş. Gör. Dr. Engin ÇİÇEK olmak üzere Elektro-Nano Araştırma Grubu' ndaki tüm hocalarıma ve arkadaşlarıma,

Çalışmam boyunca karşılaştığım sorunların çözümündeki yardımlarından dolayı Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi' nden Arş. Gör. Ahmet ÇİÇEK'e,

ERASMUS değişim programı ile Finlandiya' da yaptığım çalışmalar için Jyväskylä Üniversitesi Nanobilim Merkezi ve Fizik Bölümü Öğretim Üyesi Dr. Esa RÄSÄNEN' e ve araştırmacı Ville KOTIMÄKI' ye

en içten teşekkürlerimi sunarım.

Doktora öğrenimim boyunca bana katkısı olan herkese teşekkürlerimi sunarım.

Her zaman yanımda olan sevgisini ve desteğini eksik etmeyen aileme şükranlarımı sunarım.

## İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
ÖNSÖZ.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	v
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xi
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xiv
1. GİRİŞ.....	1
2. KURAMSAL BİLGİLER ve KAYNAK TARAMALARI.....	5
2. 1. Klasik Hall Etkisi.....	5
2. 2. Kuantum Hall Etkisi (KHE).....	7
2.2.1. Tam sayı kuantum Hall Etkisi (TKHE).....	8
2.2.2. Kesirli sayı kuantum Hall Etkisi (KKHE).....	12
2. 3. İki Boyutlu Elektron Sistemi (2BES).....	13
2. 4. Drude Modeli.....	17
2. 5. Hall Olayının Kuantum Fiziği ile İncelenmesi.....	20
2.5.1. Landau ayarında Hamiltonyenin çözümü ve Landau seviyeleri.....	21
2.5.2. Doldurma faktörü.....	24
2.5.3. İki boyutta durum yoğunluğu.....	25
2.5.4. Simetrik ayarda çok parçacık Hamiltonyeninin çözümü ve Laughlin dalga fonksiyonu.....	30
2. 6. Anyonlar ve Anyon İstatistiği.....	38
2. 7. Kompozit Fermiyon.....	41
2. 8. Aharonov-Bohm Olayı.....	44
3. MATERYAL ve METOD.....	48
3. 1. Çok Elektronlu Atomlar.....	48
3.1.1. Hartree ve Hartree-Fock yaklaşımı.....	48
3.1.1.1. Hartree yaklaşımı.....	48
3.1.1.2. Hartree-Fock yaklaşımı.....	50
3.1.2. Elektrostatik kendinden tutarlı (Self-consistent) çözüm.....	51
3.1.2.1. Thomas-Fermi yaklaşımı (TFY).....	53



3.1.2.2. Thomas-Fermi Poisson yaklaşımı (TFPY).....	53
3.1.2.3. Sanki (Quasi) Hartee yaklaşımı (QHY).....	55
3. 2. Elektrostatik Perdeleme Kuramı .....	56
3.2.1. Kenar durumu resmi ve Chklovskii resmi: Sıkıştırılabilir ve sıkıştırılmaz şeritler .....	57
3.2.2. Chklovskii vd (1992) Çalışması: Sıkıştırılmaz Şeritlerin Yer ve Genişlik Hesabı .....	63
4. BULGULAR ve TARTIŞMA .....	68
4.1. Kenar Durumlarının Elektrostatik İncelenmesi .....	72
4.2. Kesirli Sayılı Kenar Durumlarındaki Overshooting Etkisinin Analitik Modellenmesi .....	84
4.3. Kuantum Noktalarında Kuantum Hall Tabanlı Sanki Parçacık İnterferometrelerinin Perdeleme Kuramı .....	98
5. SONUÇ .....	107
6. KAYNAKLAR.....	110
ÖZGEÇMİŞ	

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

### Simgeler

$a_B^* = \varepsilon \hbar^2 / m^* e^2$	Etkin Bohr yarıçapı
$a_0$	Bohr yarıçapı
$\alpha_{sc} = \pi a_0 / d$	Perdeleme parametresi
$\vec{A}(\vec{r})$	Vektör potansiyeli
$\vec{B}(\vec{r})$	Manyetik alan
$B^*$	Kompozit fermiyon tarafından hissedilen etkin manyetik alan
$B_z$	Manyetik alanın z yönündeki bileşeni
$c$	Işığın boşlukta yayılma hızı
$D(E)$	Durum yoğunluğu
$\delta$	Dirac delta fonksiyonu
$\Delta E = \hbar \omega_c$	Siklotron enerjisi
$\Delta V_H$	Hall potansiyeli farkı
$e^-$	Elektron
$e$	Elektron yükü. Temel yük
$E$	Enerji
$\vec{E}(\vec{r})$	Elektrik alan
$E_F$	Fermi Enerjisi
$E_H$	Hall Alanı
$\varepsilon$	Dielektrik sabiti
$f(E)$	Fermi-Dirac dağılım fonksiyonu
$\vec{F}_e$	Elektrostatik kuvvet
$\vec{F}_L$	Lorentz kuvveti
$\Phi$	Manyetik akı
$\Phi_0$	Manyetik akı kuantası
$g^*$	Etkin Lande g çarpanı

$g_s$	Spin dejenereliği
$h$	Plank sabiti
$\hbar$	$h/2\pi$
$\hat{H}$	Hamiltonyen işlemcisi
$I$	Akım
$\vec{J}$	Akım yoğunluğu
$\vec{k}$	Dalga vektörü
$k_B$	Boltzman sabiti
$K$	Kelvin
$l = \sqrt{\hbar / eB}$	Manyetik uzunluk
$l_d$	Tükenme bölgesi uzunluğu
$m_0$	Elektronun kütleği
$m^*$	Etkin elektron kütleği (=0.067 $m_0$ GaAs için)
$\mu$	Mobilite
$\bar{\mu}$	Elektrokimyasal potansiyel enerji
$n_q$	Yük taşıyıcı sayısı
$n_e$	Elektron sayı yoğunluğu
$n_e(x)$	Elektron dağılımı
$n_0(x)$	Donor dağılımı
$\nu$	Elektron için doldurma faktörü
$\nu^*$	Kompozit fermiyon için doldurma faktörü
$\vec{p}$	Momentum
$\psi(\vec{r})$	Dalga fonksiyonu
$\rho_H$	Hall özdirenci
$\rho_{xx}$	Boyuna özdirenç
$\rho_{xy}$	Enine özdirenç
$q$	Yük
$R_H$	Hall katsayısı

$\sigma_H$	Hall iletkenliği
$\sigma_{xx}$	Boyuna öziletkenlik
$\sigma_{xy}$	Enine öziletkenlik
$T$	Sıcaklık
$v_s$	Süreklenme hızı
$V(r)$	Toplam elektrostatik enerji
$V_H$	Hall voltajı
$V_{Hartree}$	Hartree potansiyeli
$V_{bg}$	Donorların oluşturduğu (background) potansiyel enerji
$\omega_c = eB / m^*$	Siklotron frekansı

## Kısaltmalar

<i>a. u.</i>	Atomik Birim
AlGaAs	Alüminyum Galyum Arsenid
Bkz.	Bakınız
CS(s)	Sıkıştırılabilir Şerit(s) (Compressible Strip(s))
CF	Kompozit Fermiyon (Composite Fermion)
DY	Durum yoğunluğu (Density of states)
EST3D	3 Boyutta Elektrostatik (ElectroStatic in 3 Dimensions)
KKHE	Kesirli Kuantum Hall Etkisi (Fractional Quantum Hall Effect)
GaAs	Galyum Arsenid
HA	Hartree Yaklaşımı (Hartree Aproximation)
TKHE	Tamsayı Kuantum Hall Etkisi(Integer Quantum Hall Effect)
IS(s)	Sıkıştırılamaz Şerit(s) (Incompressible Strip(s))
MDE	Moleküler Demet Epitaksi (Moleculer Beam Epitaxy)
MOSFET	Metal Oksit Yarıiletken Alan Etkili Transistör (Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor)
LL(s)	Landau seviyesi(s) (Landau Level(s))
QHY	Quasi-Hartree yaklaşımı (Quasi-Hartee Approximation)
KHE	Kuantum Hall Etkisi (Quantum Hall Effect)
TFY	Thomas-Fermi yaklaşımı (Thomas-Fermi Approximation)
TFPY	Thomas-Fermi-Poisson yaklaşımı (Thomas-Fermi-Poisson Approximation)
vd	ve diğerleri
2BES	İki boyutlu elektron sistemi (Two Dimensional Electron System)
2BDS	İki boyutlu deşik sistemi (Two Dimensional Hole System)
2BEG	İki boyutlu elektron gazı (Two Dimensional Electron Gas)

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Hall olayı deney düzeneği. a) Elektronlar için b) Deşikler için.....	5
Şekil 2.2. Özdirenç tensörünün $xx$ ve $xy$ bileşenlerini ölçmek için kullanılan tipik silikon MOSFET aygıtı (Klitzing 2004).....	9
Şekil 2.3. $V_g$ geçiş voltajına bağlı olarak, $U_{pp}$ potansiyel propları arasındaki voltaj düşmesi ve $U_H$ Hall voltajının grafiği (Klitzing vd 1980).....	9
Şekil 2.4. Manyetik alan (alt eksen) ve doldurma faktörlerine (üst eksen) karşılık boylamsal direncin ve Hall direncinin değişimi (Tsui vd 1982).....	13
Şekil 2.5. Modulasyon katkılı tipik bir GaAs/AlGaAs heteroyapının (a) ve iletim bandının (b) şematik gösterimi c) GaAs ve AlGaAs yarıiletkenlerinin birleştirilmesi d) birleştirilme sonucu iletim ve değerlik bantların ve 2BES oluşumunun açık gösterimi. $E_i$ iletkenlik bandı, $E_F$ Fermi seviyesi ve $E_d$ değerlik bandı enerjileri. ....	14
Şekil 2.6. Silikon MOSFET. a) Düzlem kesiti b) Şematik enerji diyagramı .....	16
Şekil 2.7. $-L_y/2$ ile $L_y/2$ ile sınırlandırılan bölgede oluşan harmonik salınıcı parabolleri. Bu parabollerde oluşan kuantize enerji seviyeleri ve bu seviyelere yerleşen elektronların gösterimi.....	23
Şekil 2.8. $\vec{k}$ düzleminde, (a) manyetik alanın yokluğunda ve (b) manyetik alanın varlığında elektron durumlarının noktalar ile gösterimi .....	25
Şekil 2.9. Durum yoğunluğunun enerji ile değişimi. (a) Manyetik alan yokken (b) Dış manyetik alan uygulandığında (c) Dış manyetik alan ve safsızlıkların varlığı durumunda.....	28
Şekil 2.10. a) 1-boyutlu uzayda, b) 2-boyutlu uzayda, c) 3-boyutlu uzayda iki parçacığın yer değiştirmesinin gösterimi (Ezawa 2008). ....	39
Şekil 2.11. Anyon, kompozit parçacık ve Chern Simons akısının birbirleri ile ilişkilerinin gösterimi .....	40
Şekil 2.12. a) iki, b) dört ve c) altı vorteks taşıyan kompozit fermiyonların üç çeşidinin şematik gösterimi (Jain 2007).....	41
Şekil 2.13. TKHE ile KKHE' nin karşılaştırılması (Jain 2007).....	42
Şekil 2.14. Manyetik alan altındaki a) Elektronların b) Kompozit fermiyonların gösterimi (Jain 2007).....	43
Şekil 2.15. Aharonov-Bohm olayının basit şematik gösterimi. ....	45

Şekil 3.1. Kendinden tutarlı Thomas-Fermi-Poisson yaklaşımının şematik gösterimi.....	55
Şekil 3.2. Örneğin kenarlarındaki hapsolme potansiyeli ile 2BEG' nin manyetik alandaki enerji spektrumu. Fermi enerjisinin altındaki seviyeler doludur. ....	58
Şekil 3.3. Yerelleşmiş bir safsızlığın varlığında örneğin üst kenarı boyunca sanki klasik sıçrama yapan yörüngeler.....	58
Şekil 3.4. 6 ohmik kontaklı Hall çubuğunun şematik resmi. Akım kaynak ve çıkış arasında akmaktadır.....	60
Şekil 3.5. Tam sayılı kuantum Hall rejimindeki kenar durumlarının yapısı.....	60
Şekil 3.6. 2BEG kenarında oluşturulan iki-boyutlu kapasitör. ....	63
Şekil 4.1. GaAs/AlGaAs heteroyapının gösterimi.....	68
Şekil 4.2. a) Kapı uygulanmış eklem yapısı b) Kimyasal kesme yapılmış eklem yapısı.....	69
Şekil 4.3. Kullanılan katman profili (Camino 2005, 2006, 2007).....	70
Şekil 4.4. Sıkıştırılmaz şeritlerin oluşumunun şematik gösterimi.....	71
Şekil 4.5. Elektron dağılımının uzaysal değişimi. a) Örneğe kapı voltajı uygulandığı durumda b) Çeşitli derinliklerde kimyasal kesme yapıldığı durumda c) Kesme yapılar, inilen kesme katmanına kapı uygulandığı durumda (streç kapı).....	73
Şekil 4.6. Kapı potansiyeli uygulandığı durumda elektron dağılımının uzaysal değişimi.....	77
Şekil 4.7. 2BEG ile yüzey arasındaki ( $d_{2DEG-yüzey}$ ) farklı mesafeler için elektron dağılımının konumla değişiminin gösterimi.....	78
Şekil 4.8. Doldurma faktörünün $\nu = 1$ ve $\nu = 2$ değeri için oluşan sıkıştırılmaz şeritlerin genişliklerinin manyetik alan ile değişimi.....	82
Şekil 4.9. Safsızlık potansiyelinin varlığında a) $\nu = 1$ , b) $\nu = 2$ doldurma faktörlü sıkıştırılmaz şeritlerin genişliklerinin manyetik alan ile değişimi.....	83
Şekil 4.10. Elektron dağılımının içteki geometri için yandan alınan kesitte konum ile değişimi. Yatay kısa çizgiler ile $\nu = 1$ ve $\nu = 2/3$ doldurma faktörlerine karşı gelen sıkıştırılmaz şeritlerin genişlikleri ve merkezi konumları belirtilmiştir. İçte: Hall çubuğu geometrisi.....	84
Şekil 4.11.a) $t = 1 a_B^*$ ile kesme yapılmış b) $t = 5 a_B^*$ ile kapı uygulanmış örnek için sıkıştırılmaz şeritlerin genişliklerinin manyetik alan ile değişimi.....	90

- Şekil 4.12. a)  $\nu = 1, 1/3, 2/3$  doldurma faktörleri için b)  $\nu = 1/5, 1/3, 2/5, 2/3$  doldurma faktörleri için  $t = 3 a_B^*$  değeri için hesaplanan IS genişliklerinin  $B$  manyetik alanın fonksiyonu olarak değişimi ..... 92
- Şekil 4.13. a)  $\nu = 1/5, 1/3, 2/5$  kesirli doldurma faktörleri için  $t = 1 a_B^*$  ile kesme tanımlı örnek için b)  $\nu = 1/5, 1/3, 2/5, 2/3$  kesirli doldurma faktörleri için  $t = 7 a_B^*$  ile kapı uygulanmış örnek için hesaplanan IS genişliklerinin  $B$  manyetik alanın fonksiyonu olarak değişimi ..... 93
- Şekil 4.14.  $\nu = 1/5, 1/3, 2/5$  ve  $2/3$  doldurma faktörlerinde görülen overshoot manyetik alanları için hesaplanan enine dirençlerin manyetik alan ile değişimi a)  $t = 3 a_B^*$ , b)  $t = 5 a_B^*$ , c)  $t = 7 a_B^*$  ..... 97
- Şekil 4.15. (üst panel) Farklı doldurma faktörü kombinasyonlarını ele alarak; overshoot bölgelerindeki manyetik alanın,  $t$  parametresinin fonksiyonu olarak değişimi ..... 98
- Şekil 4.16. Laughlin sanki parçacık interferometresi örneğinin taramalı elektron mikroskopu ile elde edilen resmi. Açık renkli bölge metal kontak bölgelerini, koyu renkli bölge ise elektronların olduğu bölgeleri göstermektedir. Mavi kenar kanalları ise tünelleme yolunu ve noktalar ise tünelleme kontaklarını belirtmektedir (Camino vd 2005-a, 2005-b, 2007)..... 99
- Şekil 4.17. Sıfır sıcaklık ve sıfır manyetik alandaki elektronların uzaysal dağılımları ..... 99
- Şekil 4.18.  $D_e = 45 \text{ nm}$  kesme yapılan örneğe sırası ile a)  $V_g = -2.3 \text{ V}$  b)  $V_g = -2.5 \text{ V}$ , c)  $V_g = -2.7 \text{ V}$ , d)  $V_g = -2.9 \text{ V}$  kapı voltajı uygulanarak elde edilen elektron dağılımlarına  $B = 14.4 \text{ T}$  değerinde manyetik alan etki ettirilmesi ile oluşan  $\nu = 1/3$  doldurma faktörlü sıkıştırılmaz şeritlerin uzaysal dağılımları..... 101
- Şekil 4.19. Model Aharonov-Bohm interferometresindeki elektron yoğunluk dağılımının zamanla değişiminin anlık görüntüleri. Siyah yollar akım kanallarını, kırmızı yollar akım kanallarında dolanan elektron dalga paketini gösterir. Elektron dalga paketi  $t = 0$  anında akım kanallarının sol alt kenarında bulunmaktadır. .... 103
- Şekil 4.20. Model interferometrede manyetik akının fonksiyonu olarak iletilen elektron yoğunluğunun kanallar arası değişik uzaklıklar için davranışı. ... 104
- Şekil 4.21.  $240 \text{ nm}$  kesme yapılarak oluşturulan örneğe a)  $B = 12.0 \text{ T}$ , b)  $B = 13.2 \text{ T}$ , c)  $B = 14.4 \text{ T}$  değerlerinde manyetik alan uygulanması ile elde edilen  $\nu = 1/3$  doldurma faktörlü sıkıştırılmaz şeritlerin uzaysal dağılımları..... 106



## ÇİZELGELER DİZİNİ

- Çizelge 4.1. Katman yapısı değiştirilerek 2BEG ile yüzey arasında oluşturulan farklı uzaklıklar ( $d_{2BEG-yüzey}$ ) için, uygulanan kapı potansiyelleri ( $V_g$ ) ile elde edilen tükenme şeridi genişlikleri ( $l_d$ )..... 79
- Çizelge 4.2. Katman yapısı değiştirilerek 2BEG ile yüzey arasında oluşturulan farklı uzaklıklar ( $d_{2BEG-yüzey}$ ) için kesme yapılan derinlikler ( $D_e$ ) ile elde edilen tükenme şeridi genişlikleri ( $l_d$ )..... 80
- Çizelge 4.3.  $t$  parametreleri ile çalışılan  $\nu = 1/5, 1/3, 2/5, 2/3$  ve  $\nu = 1$  doldurma faktörlerinde TFY ve QHY ile hesaplanan sıkıştırılmaz şeritlerin genişliklerinin ( $a_v^{TFY}$  ve  $a_v^{QHY}$ ), dalga fonksiyonunun genişliği ( $r_c$ ) ile kesiştiği noktalardaki  $B_v^{TFY}$  ve  $B_v^{QHY}$  manyetik alan değerleri ..... 94

## 1. GİRİŞ

Yarıiletken teknolojisindeki ilerlemeler, daha kaliteli ve daha yüksek mobiliteli malzemeler üretilmesini mümkün hale getirmiştir. Bununla birlikte, yüksek manyetik alanlarda ( $\approx 30T$ ) ve düşük sıcaklıklarda ( $\leq 4K$ ) yapılan çalışmalar, yarıiletken sistemlerinde bazı yeni fiziksel olayların da gözlenmesine neden olmuştur. Bu olaylardan biri de kuantum Hall etkisidir.

Klasik Hall olayında iletkenlik  $\sigma$ , manyetik alanla doğrusal bir şekilde değişirken, kuantum Hall olayında kesikli (düzlüklü) bir davranış görülmektedir. Bu kesikli davranış, heteroyapılarda oluşan 2 boyutlu elektron sistemlerinin (2BES) ya da 2 boyutlu deşik sistemlerinin (2BDS) güçlü ve dik manyetik alanlara maruz bırakılması ile ortaya çıkmaktadır. Klaus von Klitzing, Gerhard Dorda ve Micheal Pepper, 1980 yılında yaptıkları deneylerde, bir yarıiletkendeki iki boyutlu elektron gaz sisteminin Hall iletkenliğinin  $h/e^2$ 'nin tam katlarında kuantize değerler aldığını ve boylamsal direncin bu durumda sıfıra gittiğini gözlemlədiler (Klitzing vd 1980). Bu özellikler deneyin yapıldığı materyalin özelliklerine, geometrisine ve yarıiletkenin mikroskobik detaylarına bağlı değildir; sadece temel sabitler olan  $h$  Planck sabitine ve  $e$  elektron yüküne bağlıdır. 1982 yılında D. C. Tsui, H. L. Stormer ve A. C. Gossard yaptıkları deneyde, düşük düzensizlikli (disorder), yüksek mobiliteli, daha temiz örneklerde oluşan iki boyutlu elektron sistemine yüksek manyetik alan uyguladılar ve  $\nu=1/3$  kesirli sayı doldurma faktörü civarında yalıtkan bir davranış gözlemlədiler (Tsui vd 1982). Hall iletkenliğindeki düzlüklü (platolu) davranışın  $\nu=1/3$  kesirli sayı doldurma faktöründe de gözlenmesi kesirli sayı kuantum Hall etkisinin (KKHE) temelini atmıştır. 1983 yılında Laughlin,  $\nu=1/3$  kesirli sayı doldurma faktörü üzerine kuramsal çalışmalar yapmış ve Laughlin dalga fonksiyonunu türetmiştir (Laughlin 1983-a, 1983-b).

Kuantum Hall etkisinin (KHE) keşfedilmesinden sonra, 2BES' nin dik manyetik alan varlığında beklenmeyen iletim özelliklerinin anlaşılmasına ilişkin çalışmalar önem kazanmış ve yoğunlaşmıştır. 2BES' lerinin yalıtkan ve iletken bölgelere ayrılmış gibi

görülmesi akımın nereden ve nasıl aktığı konusunda birçok araştırmaya neden olmuştur. Akımın iletimini tanımlamak için ‘yığınsal resim’ ve ‘kenar resmi’ olmak üzere 2 temel durumdan söz edilmektedir. Yığınsal resmi savunan Laughlin (1981) ve Kramer vd (2003)’ e göre akım, kenar etkilerinden etkilenmeyen yığınsal bölgeden akmaktadır ve iletim büyük ölçüde safsızlık saçılmaları ile sağlanmaktadır. Yığınsal model, sonlu 2BES içinde genişletilmiş ve yerleşmiş durumların var olmasına dayanır (Huckestein 1995). Kuantum Hall olayının görülebilmesi için bir miktar düzensizlik ve safsızlık gereklidir, çünkü bu safsızlıklar durum yoğunluklarını genişleterek Hall direncinde görülen geniş düzlüklerin ortaya çıkmasına sebep olmaktadır. Kenar resmini savunan, Halperin (1982), Büttiker (1986), Chklovskii vd (1992) ile Sıddıki ve Gerhardts (2003, 2004)’ a göre akım, kenar kanalları boyunca akmaktadır. Kenar resminde ise safsızlık saçılmaları ihmal edilmektedir ve örneğin sonlu boyutu düşünülerek, hapsolme potansiyelinin etkisi ile Landau seviyelerinin kenarlarda büküldüğü ve bunun sonucunda akımın kenarlardan iletildiği belirtilmektedir. Bu tez çalışmasında da, akımın kenar kanallarından iletildiği kabul edilmektedir.

KHE’ nin gözlenmesi ile tam sayılı ve kesirli sayılı doldurma faktörlü kenar kanallarının özelliklerinin incelenmesi üzerine bir merak başlamıştır. 2BES’ nin yerel olarak  $\nu = 1, 2, \dots$  gibi tam sayı doldurma faktörü değerine ya da  $\nu = 1/5, 1/3, 2/5, 2/3, \dots$  gibi özel kesirli sayı doldurma faktörüne sahip olduğu bölgeler elektronlarca tamamen doldurulmuştur ve bu bölgelere elektron eklemek mümkün değildir. Bu bölgeler oldukça dar olup sıkıştırılmaz şerit (**Incompressible Strip - IS**) olarak adlandırılmaktadır.

Kesirli kuantum Hall etkisinin (KKHE) oluşmasındaki ana etken, düşük sıcaklıklarda ve yüksek manyetik alanlarda tutulan yüksek mobiliteli örneklerdeki elektronların birbirleri ile kuvvetli etkileşmeleridir. Çok parçacık etkileşmeleri, enerji seviyelerinde ekstra yarılmalara oluşturmakta ve KKHE’ nin ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Kuvvetli etkileşen çok parçacık sistemlerini analitik olarak incelemek mümkün değildir, ancak Bölüm 3. 1’ de belirtildiği gibi bazı yaklaşımlar altında nümerik olarak incelenebilmektedir. KKHE’ deki bu zorluk Jain tarafından önerilen bir model ile giderilmektedir (Jain, 1989, 1990, 1995). Bu modelde kuvvetli etkileşen

elektron akışkanı, zayıf etkileşen yeni bir parçacık çeşidinin terimleri ile iyi bir şekilde tanımlanabilmektedir. Bu yeni parçacık sınıfı kompozit fermiyonlar (Composite Fermion-CF) olarak adlandırılmaktadır. Tanım olarak kompozit fermiyon, çok cisim dalga fonksiyonunun çift sayıda akım girdabını (vortex) taşıyan elektrondur ve iki boyutlu elektron gazının güçlü bir manyetik alana maruz bırakılması ile oluştuğu kabul edilen parçacıklardır. Kompozit fermiyonlar, elektron gibi aynı yüke ve istatistiğe sahiptirler. Ancak elektronlara göre önemli ölçüde azaltılmış manyetik alan görmeleri açısından elektronlardan ayrılırlar. Kompozit fermiyon kavramı, KKHE' nin birleştirilmiş bir tanımını yapmak için kabul edilmiştir; böylece elektronların kesirli kuantize Hall kuramı, kompozit fermiyonların tam sayılı kuantize Hall kuramı ile özdeşleştirilmektedir (Jain 1989, 1990, 1995).

Bu çalışmada, iki boyutlu yük sistemlerinde gözlemlenen kesirli kuantize Hall etkisinin perdeleme kuramı, yerel yaklaşımlar altında, analitik ve sayısal yöntemlerle incelenmektedir. GaAs/AlGaAs yarı iletkenlerin arayüzeyinde oluşan 2 boyutlu elektron sisteminin elektron dağılımları, gerçek örnek özellikleri düşünülerek üç boyutlu Poisson denkleminin kendinden tutarlı bir şekilde nümerik olarak çözülmesi ile hesaplanmıştır. Çok parçacıklı sistemlerle çalışmak ancak bazı yaklaşımlar ile mümkün olduğundan bu çalışmada, elektronlar arasındaki etkileşmeler için Hartree yaklaşımı (HY) ve elektron dağılımları elde edilirken de Thomas-Fermi-Poisson yaklaşımı (TFPY) kullanılmıştır. Elektron yoğunluk dağılımının değişimi, örneğe kimyasal kesme (chemical etching) yapma, metalik kapı (metallic gate) uygulama ve hem kesme hem de metalik kapı uygulama ile streç-kapı yapma (trench-gate) yöntemleri ile incelenmiştir. Elektron dağılımlarına manyetik alan etki ettirilerek sistemde yerel olarak oluşan sıkıştırılmaz bölgelerin (şeritlerin) yerleri ve genişlikleri bulunarak sistemin perdeleme özellikleri incelenmiştir. Bu sıkıştırılmaz şeritlerin konumlarının ve genişliklerinin kenar profiline, malzeme boyutlarına ve örnek özelliklerine nasıl bir şekilde bağlı olduğu araştırılmıştır. Bu şeritlerin yerlerinin ve genişliklerinin belirlenmesi önemlidir çünkü akımın bu şeritlerden aktığı yönünde genel bir kabul söz konusudur (Lier ve Gerhardtts 1994, Deviatov vd 2009, Sıddiki ve Gerhadts 2004, Sıddiki vd 2010-b). Bu yolla ele alınan örnekler için akımın nereden ve

nasıl aktığı sorularının yanıtı araştırılmıştır. Bu tezde, sırası ile aşağıda belirtilen çalışmalar yapılmıştır.

Kendinden tutarlı yolla hesaplanan elektron dağılımları ile Chklovskii vd (1992) çalışmasındaki kendinden tutarlı olmayan hesapla bulunan elektron dağılımları arasındaki farklılıklar incelenmiş ve Chklovskii vd çalışmasının eksiklikleri tartışılmıştır.

$\nu = 1, 2$  tam sayı doldurma faktörlü kenar durumları ile  $\nu = 1/5, 1/3, 2/3, 2/5$  kesirli sayı doldurma faktörlü kenar durumlarının uzaysal konumları ve genişlikleri incelenmiştir. Sıkıştırılamaz şeritlerin konumları ve genişlikleri bulunurken Chklovskii vd (1992) makalesindeki yaklaşım ve formülasyondan yararlanılmıştır.

Son olarak, gerçek Hall sistemi geometrisi ele alınarak,  $\nu = 1/3$  doldurma faktörlü sıkıştırılamaz şeridin (akım kanalı) uzaysal konumu ve genişliği incelenmiştir. Bununla birlikte, sanki-parçacık interferometrelerinin anlaşılması amacıyla, bu akım kanallarındaki elektron dalga paketinin girişim özellikleri zamana bağlı yoğunluk fonksiyoneli kuramı ile incelenmiştir.

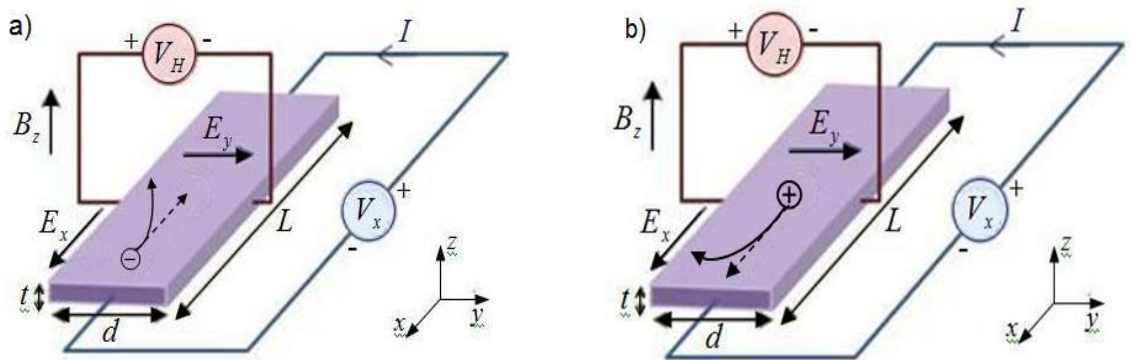
Tez çalışmasının akışı: Bölüm 2, kuantum Hall olayı ve bu olayın temelinde yatan fiziksel olguların açıklanmasını içermektedir. Bölüm 3' de çalışmada yararlanılan yaklaşımlar ve kuramsal alt yapı üzerinde durulmuştur. Bölüm 4' de bu tez kapsamında yapılan çalışmalar ve sonuçları verilmiştir. Elde edilen sonuçların özetlenmesi ise Bölüm 5' de yapılmıştır.

## 2. KURAMSAL BİLGİLER ve KAYNAK TARAMALARI

### 2. 1. Klasik Hall Etkisi

1879 yılında Amerikan fizikçisi Edwin H. Hall, akım taşıyan bir metal levhaya akım yönüne dik doğrultuda bir manyetik alan uygulandığında, hem akıma hem de manyetik alana dik yönde bir potansiyel farkı oluştuğunu gözlemledi. Bu olaya *Hall Olayı* veya *Hall Etkisi*; oluşan potansiyel farkına da *Hall voltajı* ( $\Delta V_H$ ) denilmektedir. Hall olayı, yük taşıyıcılarının işaretlerini ve yoğunluğunu belirlemeye olanak sağlamaktadır ve bu yolla katıhal elektronğinde yeni geliştirilmiş elektronik malzemelerin yük taşıyıcılarının işaretleri belirlenebilmektedir. Hall Olayı, bir iletkendeki yük taşıyıcılarının ortalama hızlarını hesaplamak için de kullanılabilir.

Metallerde iletkenlik, serbest haldeki elektronların uygulanan elektrik alan doğrultusundaki hareketleri ile elde edilmektedir. Yarıiletkenlerde ise elektronların yanı sıra boşluklar (deşikler) da elektriksel yük taşıyıcısı olarak görev yaparak iletkenliğe katkı vermektedirler. Bir iletkende, elektrik yük taşıyıcısı olan elektronların ortam içindeki yoğunluğu sıcaklıktan neredeyse bağımsız iken yarıiletkenlerde elektrik yük taşıyıcıları olan elektron ve boşlukların ortam içindeki yoğunlukları, sıcaklıkla hızlı bir artış göstermektedir.



Şekil 2.1. Hall olayı deney düzeneği. a) Elektronlar için b) Deşikler için

$d$  genişliğinde ve  $t$  kalınlığındaki dikdörtgensel kesiti Şekil 2.1' de gösterilen yarıiletken örnek düşünülerek Hall olayının incelenmesi şu şekildedir: Akım  $x$  yönünde akmaktadır ve akıma dik olarak  $z$  yönünde manyetik alan uygulanmıştır. Oluşan Lorentz kuvveti ( $F_L$ ) sağ el kuralına göre elektronları (n-tipi materyali) ya da deşikleri (p-tipi materyali)  $-y$  yönünde ivmelendirerek kenarda yük birikmesine neden olur. Yükün bu birikimi zıt yönde bir elektrik alan ( $E_y$ ) ya da bazen Hall alanı ( $E_H$ ) olarak da adlandırılan alanı doğurur. Bu alan sonucu oluşan gerilim farkı yani Hall voltajı  $\Delta V_H$ , hassas bir voltmetre ile ölçülerek Hall geriliminin kutuplanışına bağlı olarak yük taşıyıcılarının işareti belirlenebilmektedir. Yük hareketi, manyetik kuvvet elektrostatik kuvvet tarafından dengeleninceye kadar devam eder.

$q$  yükü üzerine etkileyen Lorentz kuvveti  $\vec{F}_L = q\vec{v}_s \times \vec{B}$ , elektronları manyetik alana dik yönde olan bir  $v_s$  hızı ile sürüklemektedir. Lorentz kuvveti, Hall alanı tarafından üretilen elektrostatik kuvvet  $\vec{F}_e = q\vec{E}_H$  ile dengelendiği anda elektronlar

$$qv_s B = qE_H \quad (2.1.1)$$

olacağından Hall gerilimi,

$$V_H = E_H d = v_s B d \quad (2.1.2)$$

olarak elde edilir. Örnek genişliği  $d$  ve uygulanan manyetik alan ( $B$ ) bilindiği takdirde ölçülen Hall gerilimi ile yük taşıyıcılarının sürüklenme hızları ( $v_s$ ) belirlenebilmektedir. Sürüklenme hızı, birim hacimdeki yük taşıyıcılarının sayısı  $n_q$ , örneğin boyutları ( $t$ , kalınlık;  $d$ , genişlik) ve örnekten geçen akım  $I$  ile aşağıdaki gibi ilişkilidir

$$v_s = \frac{I}{n_q q t d} \quad (2.1.3)$$

Buradan Hall gerilimi,

$$V_H = \frac{IB}{n_q q t} \quad (2.1.4)$$

olarak elde edilir.  $1/n_q q$  niceliğine *Hall katsayısı* adı verilir. (2.1.4) ifadesinden Hall direncinin manyetik alanla doğrusal değiştiği görülmektedir. Buradan *Hall öz direnci* ( $\rho_H$ ), *Hall iletkenliği* ( $\sigma_H$ ) ve Hall katsayısı ( $R_H$ ) arasında,

$$\rho_H = \frac{1}{\sigma_H} = R_H B \quad (2.1.5)$$

eşitliği elde edilir.

Yük taşıyıcılarının, oluşan elektrik alan etkisi ile ne kadar hızla sürüklendiklerinin bir göstergesi olan mobilite ( $\mu$ ) de Hall katsayısı cinsinden,

$$\mu = \frac{v_s}{E_H} = \sigma_H R_H \quad (2.1.6)$$

ile tanımlanır.

## 2. 2. Kuantum Hall Etkisi (KHE)

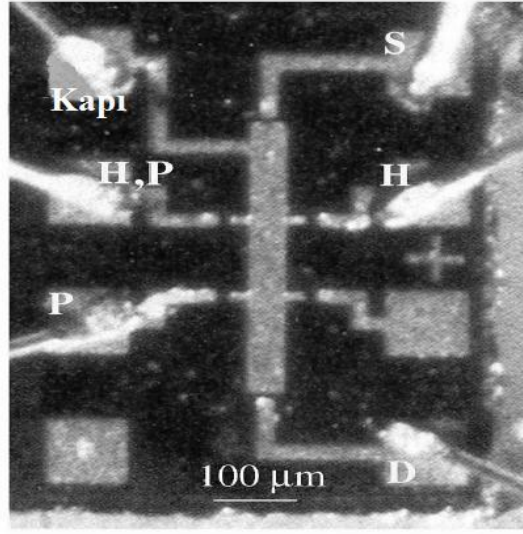
Birbirine dik elektrik ve manyetik alan içerisindeki bir iletken veya yarı iletkenden elektrik alan yönünde bir akım akıtıldığında, hem de elektrik ve manyetik alana dik yönde akım oluştuğu Bölüm 2. 1' de klasik Hall olayında belirtildi. Oluşan akıma göre iletkenlik ölçüldüğünde, iletkenliğin manyetik alanla ters orantılı olarak çizgisel bir değişim gösterdiği (2.1.5) eşitliğinden görülmektedir. Ancak,  $B = 10 T$  gibi yüksek manyetik alanlarda bu orantının çizgisellikten saptığı ve doldurma faktörünün belirli katlarında enine iletkenlikte düz bölgeler oluştuğu gözlenmiştir. Bu bölgeler doldurma faktörünün tam sayı katlarında gözlenirse ***tam sayı kuantum Hall etkisi***, kesirli katlarında gözlenirse ***kesirli sayı kuantum Hall etkisi*** olarak adlandırılmıştır. Bu



düzlüklerdeki iletkenlik  $i\frac{e^2}{h}$  şeklinde evrensel sabitler ile verilmektedir; burada  $i$  kuantizasyonu belirten tam veya kesirli bir sayıdır. Bu oran ince yapı sabitinin hassas olarak belirlenmesinde kullanılmaktadır. Öte yandan boyuna iletkenlik, enine iletkenlikte görülen bir düzlük bölgesinden bir sonraki düzlük bölgesine geçtiği bölgede sonlu değerler alırken düzlük bölgesinde sıfır değerine gitmektedir.

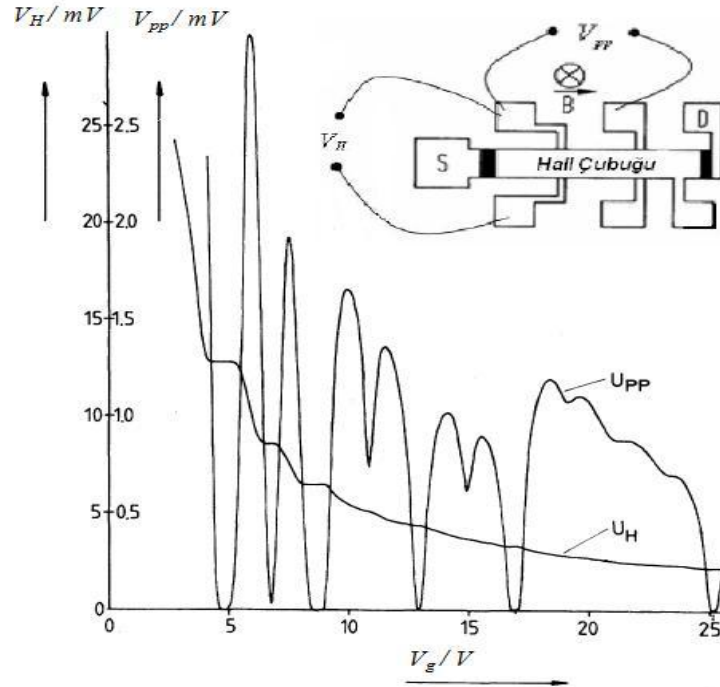
### 2.2.1. Tam sayı kuantum Hall Etkisi (TKHE)

Kuantum Hall olayı (KHE), 1980 yılında Grenoble' deki Yüksek Manyetik Alan Laboratuvarında, silikon alan etkili transistorlerin elektronik iletim karakterizasyon özelliklerini incelemek amaçlı yapılan bir araştırma deneyi sonucunda ortaya çıkmıştır (Klitzing 2004). Deneydeki asıl amaç, bu aygıtların mobilitelerinin nasıl artırılabileceğini keşfetmek ve silikon-silikondioksit arayüzeyindeki sadece birkaç nanometre kalınlığındaki tabakada olan elektronların hareketinde hangi saçılma süreçlerinin (yüzey pürüzlülüğü, arayüzey yükleri, safsızlıklar vb.) etkili olduğunu anlamaktı. Bu araştırma için G. Dorda ve M. Pepper, öz direnç tensörünün direk ölçümüne olanak veren özel olarak tasarlanmış olan Şekil 2.2' de gösterilen aygıtı kullandılar.  $S$  ve  $D$  kontakları arasında sabitlenmiş bir kaynak-çıkış (Source-Drain) akımı için  $P-P$  ve  $H-H$  problemleri arasındaki potansiyel düşüşü  $\rho_{xx}$  ve  $\rho_{xy}$  öz dirençleri ile doğrudan orantılıdır. Pozitif bir kapı (gate) voltajı, kapının altındaki yük taşıyıcı yoğunluğunu artırmaktadır (Klitzing 2004).



Şekil 2.2. Özdirenç tensörünün  $xx$  ve  $xy$  bileşenlerini ölçmek için kullanılan tipik silikon MOSFET aygıtı (Klitzing 2004)

K. V. Klitzing, G. Dorda ve M. Pepper' in Şekil 2.2' de gösterilen MOSFET' i kullanarak oluşturduğu iki boyutlu elektron sistemi ile yaptıkları deneyin sonucunda elde ettikleri ilk sonuçlar Şekil 2.3' de gösterilmektedir (Klitzing vd 1980).



Şekil 2.3.  $V_g$  geçiş voltajına bağlı olarak,  $U_{pp}$  potansiyel propları arasındaki voltaj düşmesi ve  $U_H$  Hall voltajının grafiği (Klitzing vd 1980)  
İçte: MOSFET' in üstten görünümü

Bu deneyde kullanılan Hall çubuğu  $400 \mu m$  uzunluğunda ve  $50 \mu m$  genişliğindedir ve kullanılan potansiyel problemleri arası mesafe  $130 \mu m$  dir. Deney, kağıt düzleminden içe doğru olan  $B = 18 T$  değerindeki manyetik alan ile  $T = 1.5 K$  sıcaklığında gerçekleştirilmiştir. Kaynak ile çıkış arasında  $1 \mu A$  lik sabit bir akım geçişi sağlanmıştır. Grafiğe göre, kapı voltajının bazı değerlerinde akım yönündeki potansiyel düşmelerinin sıfıra gittiği yani akım yönündeki direncin sıfır olduğu görülmektedir. Geçit voltajının aynı değerlerinde Hall voltajında düzlükler oluşmaktadır ve bu düzlükler  $\rho_H = U_H / I$  Hall direncinin Ohm değerlerine karşılık gelmektedir.

İdeal durumda, güçlü manyetik alanlardaki 2BES' in enerji spektrumu ayrık enerji seviyelerinden oluşmaktadır ve bu seviyeler safsızlıklar ile genişlemektedir. Kuantum Hall etkisi, eğer Fermi enerjisi elektronik spektrumdaki enerji aralığına yerleşmiş ve sıcaklık da elektronların üst enerji seviyesine geçişine izin vermeyecek kadar düşük ise gözlenmektedir.

Elektron yoğunluğu artan (pozitif) kapı voltajı ile doğrusal olarak artmaktadır. Eşitlik (2.1.4)' den de görüldüğü gibi, Hall voltajı elektron sayı yoğunluğu ile ters orantılıdır. Bu nedenle (eğer uygulanan manyetik alan sabit ise) Hall voltajı, artan kapı voltajı ile azalmaktadır. Şekil 2.3' deki düzlük bölgelerinin görüldüğü eğri, Hall direncinin değişim eğrisini göstermektedir; çünkü Hall voltajının örnek boyunca akan akıma oranı Hall direncidir. Hall direncindeki (enine özdirenç  $\rho_{xy}$  ile özdeş) düzlüklerin görüldüğü kapı voltajlarında, elektriksel direnç (boylamsal özdirenç  $\rho_{xx}$  ile orantılıdır) sıfır olmaktadır. Bu aralıkta, Fermi enerjisindeki hareketli elektronların durum yoğunlukları sıfıra gitmektedir. Sonlu kapı voltajı aralıklarında, boylamsal ( $\rho_{xx}$ ) ve Hall ( $\rho_{xy}$ ) özdirencin sabit kalması, elektronların bu aralıklarda elektronik iletme katkıda bulunmadıklarını yani yerleştiklerini belirtmektedir. KHE' ndeki beklenmeyen özelliklerden biri Hall direnci  $\rho_{xy}$  nin, yerleşmiş elektron sayısından etkilenmeden  $\rho_{xy} = h / i e^2$  denklemi ile yüksek hassasiyette ölçülebilmesidir. Bir diğer

ilginç özellik ise, öziletkenlik tensörünün  $\rho_{xy}$  bileşeninin voltmetre ile direk ölçülebilmesidir.

$$U_H = \frac{h}{e^2} I \quad (2.2.1)$$

$h/e^2 = 25812.807 \dots \text{ Ohm}$  değeri, kuantize Hall direncinin temel değeridir ve bu değer malzemeye, geometriye ve yarıiletkenin mikroskobik detaylarına bağlı olarak değişmemektedir. Bu değer Klitzing sabiti olarak adlandırılarak bir direnç standardı ( $R_{K-90} = 25812.807 \text{ Ohm}$ ) olarak kabul edilmektedir. Çeşitli enstitüler tarafından yapılan deneylerde bu sabitin  $10^{-6}$ ' dan daha çok belirsizlikle ölçülemeyeceği tespit edilmiştir (Klitzing 2004). Hall direnci ile Klitzing sabiti ( $R_{K-90}$ ) arasında,

$$R_H = \frac{h}{ie^2} = \frac{R_{K-90}}{i} \quad , \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.2.2)$$

bağıntısı mevcuttur. Klitzing, Hall iletkenliğinin  $e^2/h$ ' ın tam katlarında kuantize değerler aldığını keşfetmesi ile "Nobel Fizik Ödülü (1985)" nü kazanmıştır.

Kuantum Hall etkisindeki boylamsal iletkenliğin sıfıra gitmesi ve bu durumda enine iletkenliğin düzlük davranışı sergilemesi Prange ve Girvin (1987) tarafından şöyle açıklanmaktadır: Manyetik akı yoğunluğu, doldurma faktörü  $\nu = \frac{N_e}{N_\phi}$  tam sayı olacak şekilde ayarlandığında, 2BES kuantize Hall direnci gösterir. Bu koşullarda Fermi seviyesi enerji aralığının içine düşer ve elektronik saçılma oranı sıfırlanır. Saçılma olmadan elektronlar elektrik alan boyunca hareket edemezler ancak elektrik ve manyetik alana dik olarak  $v_y = E_x / B$  hızı ile hareket edebilirler. Bu nedenle, 2BES' in boylamsal iletkenliği  $\sigma_{xx} = 0$  ve Hall iletkenliği  $\sigma_{xy} = -en_e / B = -ie^2 / h$  ile verilir. Bu basit model manyetik alanın belli değerleri için Hall direncinin kuantize oluşunu açıklamaktadır ancak Hall direncindeki düzlüklerin varlığını açıklamamaktadır. Bu

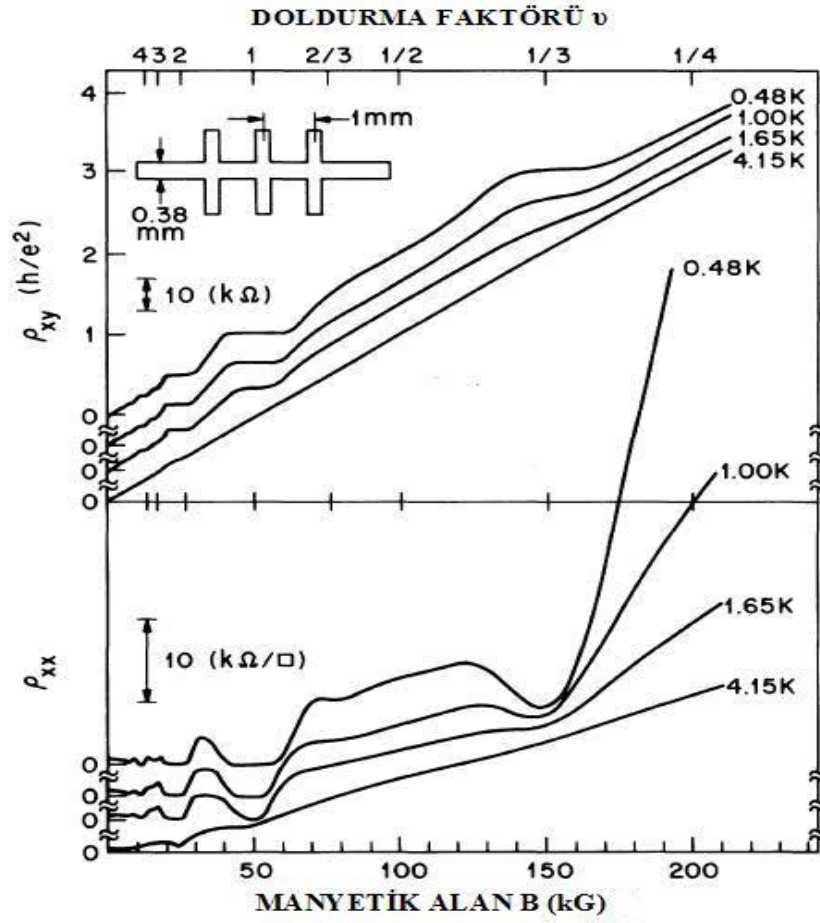
düzlükler sistemdeki safsızlıkların bir sonucu olarak ortaya çıkmaktadır (Klitzing 2004).

KHE' nin gözlemesinden sonra 1982 yılında Ando, Fowler ve Stern iki boyutlu sistemlerin elektronik özelliklerini üzerine bir makale yayınladılar (Ando vd 1982). Aslında kuantum Hall etkisi deneysel olarak keşfedilmeden önce 1975 yılında Ando, Matsumoto ve Uemura, iletkenliğinin tamsayı kuantizasyonu tahmin ederek; Hall iletkenliğine bir düzeltme getiren hesabı yapmışlardı (Ando vd 1975).

### 2.2.2. Kesirli sayı kuantum Hall Etkisi (KKHE)

1982 yılında Daniel C. Tsui, Horst L. Störmer ve Arthur C. Gossard yüksek mobiliteli, kaliteli yarıiletken heteroyapılardaki 2BES ile çok düşük sıcaklıklarda ( $T < 5 K$ ) ve yüksek manyetik alanlarda gerçekleştirdikleri deneylerde, Hall direncinin  $\rho_{xy} = \rho_H = h/(1/3)e^2$  değerinde de düzlüğün oluştuğunu gözlemlemiştir (Tsui vd 1982). Deney,  $n_e = 1.23 \times 10^{11} cm^{-2}$  elektron yoğunluğu olan ve  $\mu = 90000 cm^2/Vs$  mobiliteli GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As örneğine  $I = 1 \mu A$  lik akım uygulayarak gerçekleştirilmiştir.

Kuantum Hall etkisindeki en temel gözlem olan boylamsal öz direncin  $\rho_{xx} \rightarrow 0$  şeklinde sıfıra giderken buna Hall öz direncinin  $\rho_{xy} \rightarrow \frac{1}{\nu} \frac{h}{e^2}$  kuantizasyonu ile eşlik etmesi durumu Şekil 2.4' den görüldüğü  $\nu = 1/3$  kesirli sayılı doldurma faktörü değerinde de ortaya çıkmıştır. Yapılan deneylerde  $\nu = 1/3$  kesirli sayı doldurma faktöründeki bu kuantizasyona ek olarak  $\nu = 1/3, 2/3, 2/5, 2/7, 1/5, 3/13, \dots$  gibi bazı özel kesirli sayı değerlerin de kuantizasyon yani kesirli sayı kuantum Hall etkisi gözlenmektedir.



Şekil 2.4. Manyetik alan (alt eksen) ve doldurma faktörlerine (üst eksen) karşılık boylamsal direncin ve Hall direncinin değişimi (Tsui vd 1982)

Laughlin,  $\nu = 1/3$  kesirli doldurma faktörü üzerine kuramsal çalışmalar yapmıştır (Laughlin 1983-a, 1983-b). Laughlin' in çalışmaları ve sonuçlarına Bölüm 2.5.4' de değinilmiştir. Kesirli kuantum Hall olayı üzerine yaptıkları çalışmalardan dolayı Laughlin, Stormer ve Tsui, 1998 Nobel Fizik Ödülünü kazanmışlardır.

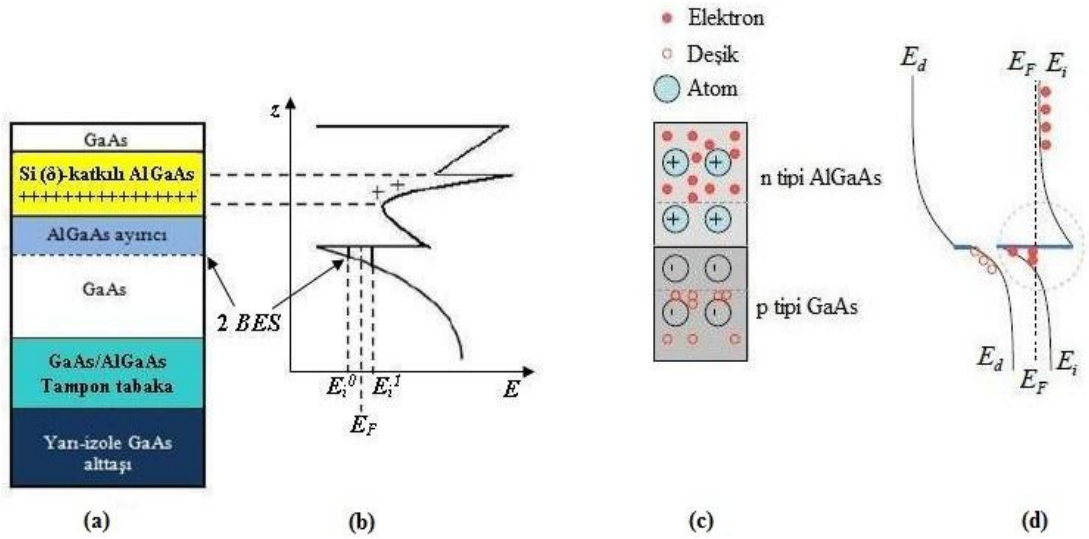
### 2. 3. İki Boyutlu Elektron Sistemi (2BES)

Kuantum Hall etkisi, 2 boyutlu elektron sisteminin güçlü ve dik manyetik alana maruz bırakılması sonucunda ortaya çıkmaktadır. Burada, elektronlar bir uzaysal boyutta ( $z$  yönünde) kuantize enerji seviyelerine ayrılırken, diğer 2 boyutta ( $x$ - $y$  düzleminde) hareket ederler; “2 boyutlu” nitelemenin nedeni budur. Kuantum kuyusu, en düşük enerji seviyesinden itibaren elektronlar tarafından doldurulur. Elektronların termal enerjisi ( $k_B T$ ), kimyasal potansiyel enerji ile bir üst seviye arasındaki enerji

farkından çok küçük olduğunda, kuantum kuyusu 2 boyutlu elektron sistemi olarak adlandırılır.

2BES yarıiletken-yalıtkan heteroyapıların arayüzeyinde oluşturulabilmektedir. Örneğin, kuantum Hall etkisinin ilk olarak gözlemlendiği (Klitzing vd 1980) Si-SiO<sub>2</sub> (silikon-silikondioksit) gibi metaloksit yarıiletken alan etkili transistörlerde (MOSFET) ya da yaygın olarak çalışılan ve kesirli sayı kuantum Hall etkisinin gözlemlendiği GaAs/AlGaAs yüksek elektron mobiliteli transistörlerde (HEMT) (Tsui vd 1982) 2BES oluşmaktadır. GaAs tabanlı heteroyapılara modülasyon katkıları ile (GaAs-MOSFET modülasyon katkılı alan etkili transistör) daha yüksek mobiliteli elektron gazı yaratılabilmektedir.

Farklı enerji bant yapılarına sahip iki yarıiletkenin bir araya getirilip üst üste büyütülmesi ile oluşan yapıya heteroyapı adı verilir. Heteroyapılar çoğunlukla moleküler demet epitaksi (MDE) büyütme tekniği ile üretilirler. Tipik bir aygıt olan GaAs ve Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As katmanlarından oluşan bir heteroyapının tabaka yapısı Şekil 2.5' de gösterilmiştir.



Şekil 2.5. Modülasyon katkılı tipik bir GaAs/AlGaAs heteroyapısının (a) ve iletim bandının (b) şematik gösterimi c) GaAs ve AlGaAs yarıiletkenlerinin birleştirilmesi d) birleştirilme sonucu iletim ve değerlik bantlarının ve 2BES oluşumunun açık gösterimi.  $E_i$  iletimlik bandı,  $E_F$  Fermi seviyesi ve  $E_d$  değerlik bandı enerjileri

Şekil 2.5.a' da gösterildiği gibi MDE ile tampon tabakasının üstüne GaAs tabakası ve onun üstüne katkılanmamış AlGaAs tabakası ayırıcı olarak büyütülmüştür. Onun üstüne de silikon katkılanmış n-tipi AlGaAs tabaka ve en üste de oksitlenmeyi önlemek için ince bir GaAs tabaka büyütülmüştür. Elektronlar, AlGaAs tabakada katkılanan silikon donörler tarafından sağlanmaktadır ve ayırıcı boyunca hareket ederek katkılanmamış GaAs bölgesine gelmektedirler. Ayırıcı ile gösterilen yüzey, elektronlar ile pozitif yüklü donörleri birbirinden ayırarak aralarındaki Coulomb etkileşmesini azaltmaktadır. Bu teknik, modülasyon katkılama tekniği olarak adlandırılmaktadır ve safsızlık saçılmalarını önemli ölçüde azaltarak elektron mobilitesinde büyük bir artış yaratmaktadır. Donörlerin geriye bıraktıkları pozitif yükler, elektronları arayüze çeken elektrik alanına neden olacaktırlar ve böylece değerlik ve iletkenlik bantlarını bükeceklerdir. GaAs  $E_g = 1.5 eV$  enerji aralığına,  $Al_xGa_{1-x}As$  ( $x \approx 0.3$ )  $E_g = 2.2 eV$  enerji aralığına sahiptir. Farklı bant aralıklarına sahip malzemelerin bu geçişler ile Fermi seviyeleri eşitlenecek ve üçgen kuyu oluşacaktır. Şekil 2.5.c' de bu yarıiletkenlerin birleştirilmesi ve birleştirilme sonucunda ortaya çıkan üçgen kuyu da Şekil 2.5.b ve Şekil 2.5.d' de görülmektedir. Sıcaklık düşük olduğunda ( $T < 4 K$ ), elektronların arayüze paralel düzlemdeki hareketi kısıtlanır. Böylece AlGaAs ve Ga As heteroyapının arayüzeyinde iki boyutlu elektron sistemi (2BES) oluşturulmuş olur.

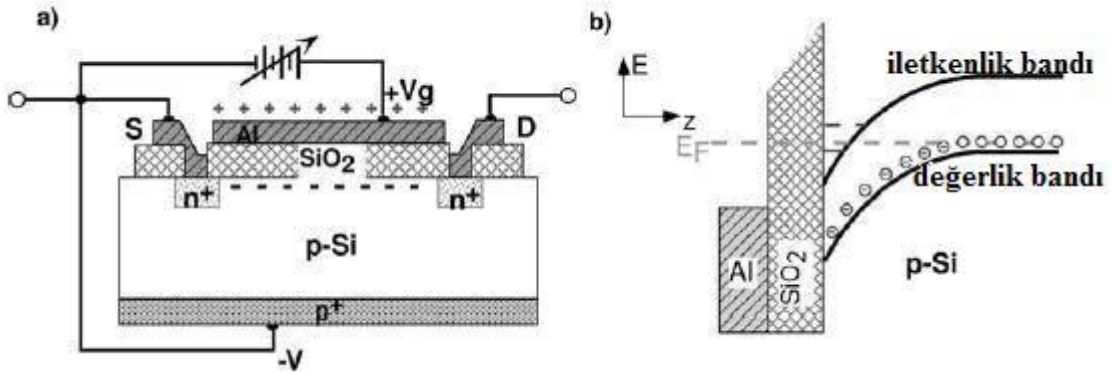
Kuantum kuyusunun enerji seviyeleri arayüze paralel düzlemdeki hareketine göre kuantizedir. Dolayısıyla toplam enerji şu şekildedir:

$$E(i, k_x, k_y) = E_i + \frac{\hbar^2 (k_x^2 + k_y^2)}{2m^*} \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (2.3.1)$$

Burada  $E_i$ , arayüze paralel doğrultudaki kuantize enerji özdeğerlerini belirtir.  $k_x$  ve  $k_y$ ,  $x$  ve  $y$  doğrultusunda momentum bileşenleridir.  $m^*$  ise GaAs' ın iletkenlik bandındaki etkin elektron kütesidir (Ezawa 2008).



Si-MOSFET' in düzlem kesiti ve şematik enerji diyagramı Şekil 2.6' da resmedilmiştir. Az miktarda  $p$  katkılanmış silikon altta,  $500 \text{ nm}$   $\text{SiO}_2$  ile kaplanmıştır ve böylece Al kapı izole edilmiştir. S ve D kontak bölgeleri, 2BEG' na bir ohmik kontak yaratmak için  $n+$  ile çok yoğun olarak katkılanmıştır. 2BEG oluşum diyagramı Şekil 2.6.b' de gösterilmiştir.  $+V_g$  potansiyelinde tutulan kapı, elektronları Si-SiO<sub>2</sub> arayüzeyine çekecek şekilde bir elektrik alan yaratmaktadır. Bu alan, değerlik ve iletkenlik bantlarının bükülmesine neden olmaktadır. Altta  $p$  katkılandığı için değerlik bandındaki elektronlar, alıcıların seviyesinde yoğunlaşacak ve değerlik bandında deşikler kalacaktır.



Şekil 2.6. Silikon MOSFET. a) Düzlem kesiti b) Şematik enerji diyagramı

Kapı voltajı yeterince yüksek olduğunda, iletkenlik bandının tabanı elektronlarca doldurulabilir ve iletkenlik bandının altı Fermi seviyesinin altına kayabilir. Bu bir terslenme (inversiyon) tabakası oluşturur ve iletkenlik bandının en alt noktası, değerlik bandının en üst noktasından daha aşağıdadır. 2BEG bu  $3\text{--}5 \text{ nm}$  genişliğindeki terslenme tabakasına yerleşir. Bu tabakanın genişliği de Broglie dalga boyundan daha azdır ve bundan dolayı iki-boyutlu olarak kabul edilir ve  $z$  eksenı boyunca olan hareket tamamen kuantizedir. Tüm alıcı seviyeleri dolu olan bölgenin genişliğine tükenme uzunluğu denilir. Bu bölge silikonda  $500 \text{ nm}$  mertebesindedir ve hiç serbest yük taşıyıcısına sahip değildir yani yalıtıcıdır. 2BEG' deki yük taşıyıcılarının yoğunluğu  $+V_g$  kapı voltajı ile ayarlanabilir.

## 2. 4. Drude Modeli

Drude modeli, malzeme (özellikle metal) içindeki elektronların iletim özelliklerini açıklayan klasik bir modeldir. Bir iletkene  $\vec{E}$  dış elektrik alanı uygulandığında iletkende oluşan  $\vec{J}$  akım yoğunluğu ile arasında  $J_i = \sum_j \sigma_{ij} E_j$  tensörel bağıntısı mevcuttur: Bu bağıntı iki boyutta,

$$\begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad (2.4.1)$$

olarak yazılır. Benzer şekilde “Ohm kanunu” da,

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} \quad (2.4.2)$$

olarak tanımlanır. (2.4.1) ifadesinden  $E_j$  elemanları çekilirse,

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \frac{1}{\sigma_{xx} \sigma_{yy} - \sigma_{xy} \sigma_{yx}} \begin{pmatrix} \sigma_{yy} & -\sigma_{yx} \\ -\sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} \quad (2.4.3)$$

ifadesine ulaşılır. İzotropik malzemeler için  $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$ ;  $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$  ve  $\rho_{xx} = \rho_{yy}$ ;  $\rho_{xy} = -\rho_{yx}$  bağıntıları mevcuttur. Buradan (2.4.3) bağıntısı,

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \frac{1}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & -\sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} \quad (2.4.4)$$

şekline dönüşür ve bu bağıntı (2.4.3) bağıntısı ile karşılaştırılınca buradan

$$\begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & -\sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \quad (2.4.5)$$

tensörel ifadesi elde edilir. Bu ifadeden  $\rho_{xx}$  için

$$\rho_{xx} = \frac{1}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \sigma_{xx} \quad (2.4.6)$$

bağıntısına ulaşılır ve  $\rho_{xx} = 0$  ise  $\frac{1}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \sigma_{xx} = 0$  olmalıdır ve buradan  $\sigma_{xx} = 0$  olması gerektiği ve  $\sigma_{xy} \neq 0$  olması gerektiği görülür.

Böylece aşağıdaki sonuçlara ulaşılabilir.

1)  $\rho_{xx} = 0$  ise  $\rho_{xy} \neq 0$  olmak üzere  $\sigma_{xx} = 0$  ve  $\sigma_{xy} = -\rho_{xy}^{-1}$

2)  $\sigma_{xx} = 0$  ise  $\sigma_{xy} \neq 0$  olmak üzere  $\rho_{xx} = 0$  ve  $\rho_{xy} = -\sigma_{xy}^{-1}$

İki boyutta  $\rho_{xy}$  öz direncin ve  $\sigma_{xy}$  iletkenliğin nelere bağlı olduğu incelenebilir.

$\vec{B} = B\hat{z}$  düzgün manyetik alanın etkisi ile  $xy$  düzleminde  $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$  siklotron frekansı ile çembersel yörüngede dolanan elektrona  $\vec{E} = E\hat{y}$  elektrik alanı etki eder. Hareket denklemi,

$$m\dot{\vec{v}} = -e\vec{E} - e\vec{v} \times \vec{B} \quad (2.4.7)$$

ile verilir. Buradan

$$\dot{v}_x = -\frac{e}{m^*} v_y B = -\omega v_y \quad (2.4.8)$$

$$\dot{v}_y = -\frac{eE}{m^*} - \frac{e}{m^*} v_x B = -\omega v_x - \frac{eE}{m^*} \quad (2.4.9)$$

hareket denklemleri elde edilir.  $x$  ve  $y$  yönlerindeki hızlar için ise (2.4.8) ve (2.4.9) ifadeleri yardımı ile

$$v_x = \frac{\dot{v}_y}{\omega_c} + \frac{eE}{m^* \omega_c}, \quad v_y = \frac{\dot{v}_x}{\omega_c} \quad (2.4.10)$$

eşitliklerine ulaşılır. Bu hızlar için,  $b$  ve  $\alpha$  reel sayı olmak üzere aşağıdaki zamana bağlı ifadeleri yazmak mümkündür:

$$v_x = b \cos(\omega_c t - \alpha) + \frac{eE}{m\omega_c} \quad (2.4.11)$$

$$v_y = b \sin(\omega_c t - \alpha) \quad (2.4.12)$$

$T = \frac{2\pi}{\omega_c}$  siklotron periyodu üzerinden ortalamaları alınırsa

$$\langle v_x \rangle = \frac{eE}{m\omega_c} = \frac{E}{B} \quad (2.4.13)$$

$$\langle v_y \rangle = 0 \quad (2.4.14)$$

$$J_x = -ne \langle v_x \rangle = -\rho e \frac{E_y}{B} \quad (2.4.15)$$

$$J_y = -ne \langle v_y \rangle = 0 \quad (2.4.16)$$

sonuçlarına ulaşılır. (2.4.1) bağıntısından,

$$J_x = \sigma_{xx} E_x + \sigma_{xy} E_y \quad (2.4.17)$$

elde edilir ve bu (2.4.15) bağıntısına eşitlenirse, Hall direnci  $\rho_{xy}$  ve boyuna direnç  $\rho_{xx}$  ile öziletkenlik  $\sigma$ 'lar için,

$$\sigma_{xy} = -\frac{\rho e}{B} ; \sigma_{xx} = 0 \quad (2.4.18)$$

$$\rho_{xy} = \frac{B}{\rho e} ; \rho_{xx} = 0 \quad (2.4.19)$$

sonuçlarına ulaşılır (Dereli ve Verçin 2000). Bu ifadeler, boyuna iletkenlik ve öz direnç sıfıra giderken, enine öz direnç ve iletkenlikte görülen düzlük davranışını açıklamaktadır.

## 2. 5. Hall Olayının Kuantum Fiziği ile İncelenmesi

Aynı fiziksel olay için enerji gibi gözlenebilirler ayar seçiminden bağımsız olmalarına rağmen kuantisasyon süreçleri farklı ayarlarda farklılık göstermektedir. Dalga fonksiyonlarının şekli ayar seçimine bağlı oldukları için, farklı ayarlar farklı geometrilerde daha iyi çalışabilmektedir. Burada, Hamiltonyenin çözümü kuantum mekaniğinin ayarlarından olan Landau ve simetrik ayarda incelenecektir. Bu ayarlar sırasıyla 2.5.1 ve Bölüm 2.5.4' de açıklanmaktadır.

Landau ayarı daha basit ve bilinen bir ayar olmasına rağmen, kesirli sayı kuantum Hall etkisinde dalga fonksiyonlarını yazarken simetrik ayar kullanışlıdır. Landau seviyesi dalga fonksiyonları, küçük bir modifikasyon potansiyeli  $V(x)$  eklendiğinde de geçerlidir ve yavaşça değişen potansiyellerin kontur çizgilerindeki daha genel dalga fonksiyonlarının ilk örneğini vermektedir. Diğer taraftan ilk simetrik ayar dalga fonksiyonu yerleşmiştir ve gerçek uzayda tanımlanan elektron-elektron etkileşmelerini ya da dış potansiyelleri ele almada daha uygundur.

### 2.5.1. Landau ayarında Hamiltonyenin çözümü ve Landau seviyeleri

Manyetik alanın varlığında yüklü ve spinsiz bir parçacığın hareketinin kuantum mekaniksel incelemesi şu şekildedir: Problem,  $L_y \ll L_x$  olacak şekilde Hall çubuğu simetrisine sahip olarak ele alınır, sistem  $y$  yönünde sınırlı  $x$  yönünde ise öteleme simetrisine sahiptir.  $L_x$  çok büyük, sonsuz olduğu için kuantizasyon sadece  $y$  yönündedir ve bu geometri için  $x$  'den bağımsız  $y$  'ye bağlı bir ayar seçmek uygun olacaktır. Hareketin Hamiltonyen işlemcisi,

$$\hat{H} = \frac{1}{2m^*} (\vec{p} + e\vec{A})^2 \quad (2.5.1)$$

ile verilir. Burada,  $m^*$  etkin kütle,  $\vec{p}$  momentum ve  $\vec{A}$  vektör potansiyelidir.  $B$  manyetik alanı sisteme dik  $z$  doğrultusunda uygulanırsa  $\vec{B} = B\hat{k}$  olur ve  $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$  olmak üzere,  $\vec{A}$  vektör potansiyeli  $\vec{A} = B(-y, 0, 0)$  şeklinde Landau ayarında seçilirse Hamiltonyen işlemcisi,

$$\hat{H} = \frac{1}{2m^*} (\hat{p}_x - eBy)^2 + \frac{\hat{p}_y^2}{2m^*} \quad (2.5.2)$$

olur. Enerji özdeğer denklemi,

$$\hat{H} \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r}) \quad (2.5.3)$$

ile verilmektedir. Burada elektron 2 boyutta hareket etmektedir ve hareketi yalnızca  $y$  yönünde sınırlıdır.  $k_x$ ,  $x$  doğrultusundaki dalga vektörü olmak üzere  $x$  doğrultusundaki hareketi düzlem dalgadır. Elektronun dalga fonksiyonu  $\psi(\vec{r}) = \psi(x, y) = e^{ik_x x} \phi(y)$  ile verilir.

Hamiltonyen işlemcisi, enerji özdeğer denkleminde yazılır ve düzenlenirse, Schrödinger denklemi,

$$\frac{1}{2m^*} \left[ p_y^2 + e^2 B^2 \left( y - \frac{\hbar k_x}{eB} \right)^2 \right] \varphi_{n,k_x}(y) = E \varphi_{n,k_x}(y) \quad (2.5.4)$$

halini alır. Burada,  $Y_0 = \frac{\hbar}{eB} k_x$  şeklinde merkez koordinat tanımlanırsa, bu denklem  $y$  koordinatı  $Y_0$  kadar ötelenmiş harmonik salıncı denklemi ile özdeş hale gelir. Bu potansiyel,  $Y_0$  koordinatında minimumları olan Harmonik salıncı parabolleri şeklindedir ve  $\varphi_{n,k_x}(y)$ , harmonik salıncı özfonksiyonlarıdır. Böylece (2.5.4) denklemi

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dy^2} + \frac{m^*}{2} \omega_c^2 (y - Y_0)^2 \right] \varphi_{n,k_x}(y) = E \varphi_{n,k_x}(y) \quad (2.5.5)$$

şeklinde yazılabilir.  $l = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}}$  manyetik uzunluk olmak üzere, Landau ayarında, kuantizasyonun olduğu yöndeki  $\varphi(y)$  dalga fonksiyonu için,

$$\varphi(y) = \frac{1}{\pi^{1/4} \sqrt{l}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y - Y_0}{l}\right)^2\right] H_n\left(\frac{y - Y_0}{l}\right) \quad (2.5.6)$$

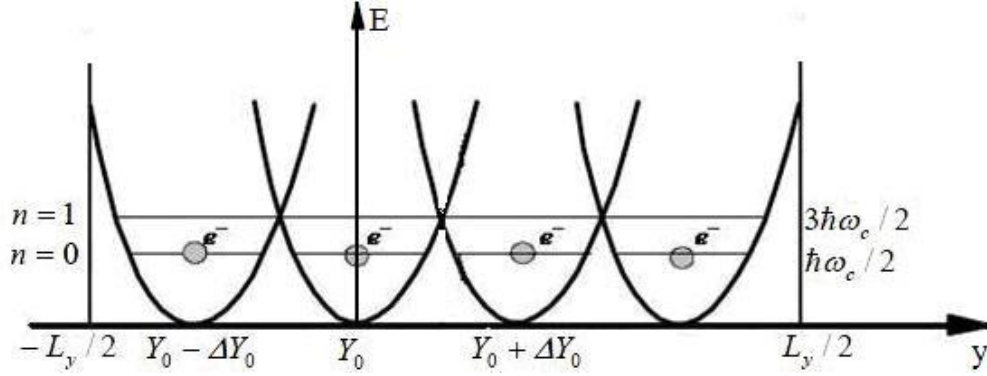
çözümü elde edilir. Burada,  $H_n$   $n$ . dereceden Hermite polinomudur ve önündeki çarpan boylandırmadan gelmektedir. İki boyuttaki tam dalga fonksiyonu için

$$\varphi(x, y) = \frac{1}{\pi^{1/4} \sqrt{l}} e^{i k_x x} e^{-\frac{(y - Y_0)^2}{2l^2}} H_n\left(\frac{y - Y_0}{l}\right) \quad (2.5.7)$$

bağıntısı ve enerji özdeğeri için ise,

$$E_n = \hbar \omega_c \left( n + \frac{1}{2} \right), \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (2.5.8)$$

eşitliği elde edilir. Kuantumlanmış bu enerji seviyelerine “Landau enerji seviyeleri” denir ve  $n$ , Landau seviyelerini etiketlemektedir. Bir boyutlu harmonik osilatörün enerji seviyeleri ile burada elde edilen enerji seviyeleri arasındaki en önemli fark, harmonik salınıcının enerji seviyeleri dejenere değil iken, Landau seviyelerinin  $x$  yönündeki sanki-momentum sebebiyle dejenere olmasıdır.



Şekil 2.7.  $-L_y/2$  ile  $L_y/2$  ile sınırlandırılan bölgede oluşan harmonik salınıcı parabolleri. Bu parabollerde oluşan kuantize enerji seviyeleri ve bu seviyelere yerleşen elektronların gösterimi

Şekil 2.7’ de görüldüğü gibi uzayın her  $Y_0$  noktasında bir parabol vardır ve Landau seviyeleri bu parabollerde aynı yerde olacaktır. (2.5.7) eşitliği ile verilen dalga fonksiyonları  $Y_0$  kayma miktarı değiştikçe değişmekte, ancak çok sayıda dalga fonksiyonunun aynı enerji değerine sahip olmasından dolayı sistem dejenere olmaktadır. Eğer  $y$  ekseninde bir sınırlama yoksa sonsuz katlı dejenerelikten söz edilmektedir. Sistemin dejenereliği, kenarlarının boyutları ile ilişkili olarak sonlu katlıdır.

Elektronlar manyetik alanın etkisi ile kuantumlanan bu parabollerdeki enerji seviyelerine yerleşeceklerdir. Bu parabollerin sıklığını  $k_x$  momentumu belirler.

$$\Delta k_x = \frac{2\pi}{L_x} \text{ olmak üzere, paraboller arasındaki mesafe,}$$



$$Y_0 = \frac{\hbar k_x}{eB} \Rightarrow \Delta Y_0 = \frac{\hbar}{eB} \Delta k_x = \frac{\hbar 2\pi}{eB L_x} \quad (2.5.9)$$

olarak elde edilir ve  $L_x \rightarrow \infty$  olduğunda parabolere birbirine yaklaşır.

### 2.5.2. Doldurma faktörü

Şekil 2.7' de gösterilen parabolere sayısı  $N_p = L_y / \Delta Y_0$  ile verilir.

$$\Delta Y_0 = \frac{\hbar 2\pi}{eB L_x} \Rightarrow N_p = \frac{L_x L_y eB}{2\pi\hbar} = \frac{e}{h} AB = \frac{\Phi}{(h/e)} = N_\phi \quad (2.5.10)$$

bağıntılarına ulaşılır. Burada  $\Phi_0 = h/e$  manyetik akı kuantumu olmak üzere, her enerji seviyesinin alabileceği elektron sayısı,

$$N_\phi = \frac{\Phi}{\Phi_0} \quad (2.5.11)$$

olur ve toplam elektron sayısının, her enerji seviyesinin (Landau seviyesinin) alabileceği elektron sayısına oranı KHE için önemli bir kavram olan “doldurma faktörü (filling factor)  $\nu$ ” yü belirtir.

$$\nu = \frac{N_e}{N_\phi} \quad (2.5.12)$$

$N_\phi$  sayısı manyetik alanın büyüklüğü ile ilişkilidir ve manyetik alan arttıkça  $N_\phi$  büyür ve en düşük enerji seviyesinde daha çok elektron bulunur.

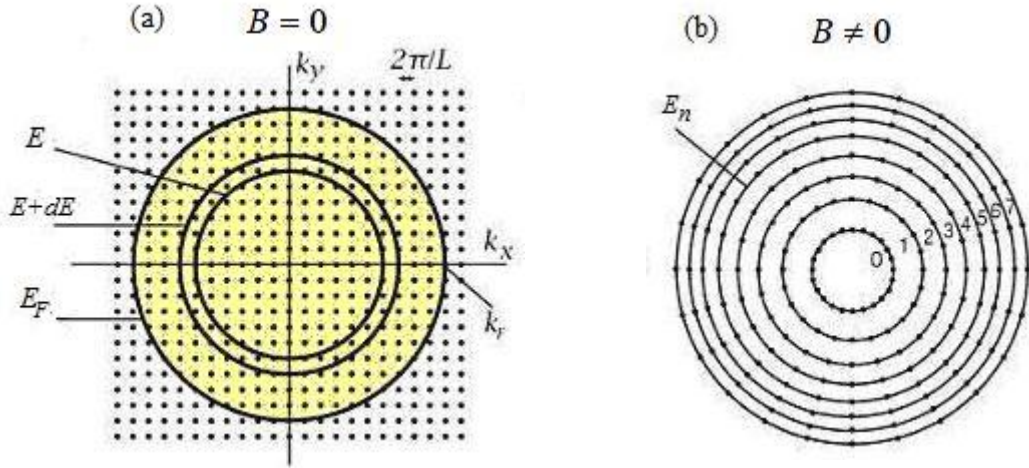
(2.5.12) doldurma faktörü bağıntısında,  $A$  alanında bulunan toplam elektron sayısı için  $N_e = n_e A$  ve toplam manyetik akı kuantası için de  $N_\phi = \phi / \phi_0 = (BA)/(h/e)$  bağıntıları kullanılırsa,

$$\nu = \frac{n_e h}{eB} = 2\pi l^2 n_e \quad (2.5.13)$$

eşitliği elde edilir. Burada  $2\pi l^2$ , bir Landau enerji seviyesinin ne kadar dejenere olduğunu göstermektedir.  $\nu = 1$ ' in fiziksel anlamı, en düşük Landau seviyesinin spin polarize elektronlarca (tüm elektronlar yukarı spinli) tamamen doldurulduğudur. Spin polarizasyonunun ihmal edildiği durumda ise tamamen dolu en düşük Landau seviyesinin doldurma faktörü  $\nu = 2$ ' dir.

### 2.5.3. İki boyutta durum yoğunluğu

Durum yoğunluğu fonksiyonu, bir sistem içindeki mümkün durumların sayısını tanımlar ve bir yarıiletken içindeki yük taşıyıcılarının enerji dağılımlarını ve yük yoğunluklarını belirlemede önemlidir. Durum yoğunluğu aslında, enerji seviyelerinde kaç parçacık olduğunu belirtir.



Şekil 2.8.  $\vec{k}$  düzleminde, (a) manyetik alanın yokluğunda ve (b) manyetik alanın varlığında elektron durumlarının noktalar ile gösterimi

**İki boyutta durum yoğunluğunun manyetik alanın yokluğunda ( $B=0$ ) incelenmesi:** Şekil 2.8.a' da görülen  $\vec{k}$  -uzayında örgü noktaları düşünüldüğünde örgü noktaları arasındaki boşluk  $2\pi/L$ ' dir ve  $k$ -uzayındaki alan her mod tarafından

doldurulmuştur.  $k$  ile  $k + dk$  arasındaki  $k$  uzayının doldurulmuş durumlarının alanı ise  $2\pi k dk$  'dır.

Bu bölgedeki doldurulmuş durumların sayısı,

$$dn = \frac{2(2\pi k)dk}{(2\pi/L)^2} = \frac{k dk L^2}{\pi} \quad (2.5.14)$$

ile verilir. 2 çarpanı elektronun spininden gelir ve aynı seviyede iki elektron bulunabileceğini belirtir; yani spin dejenereliği  $g_s = 2$  'dir. Durum yoğunluğu, birim enerji aralığındaki durum sayısı,  $D(E) = \frac{dn}{dE}$  olarak tanımlanır.

$$\frac{dn}{dE} = \frac{k L^2}{\pi} \frac{dk}{dE} \quad (2.5.15)$$

Enerji,  $E = \hbar^2 k^2 / 2m^*$  olduğundan,  $\frac{dk}{dE} = \frac{m^*}{\hbar^2 k}$  bağıntısı elde edilir ve böylece 2 boyutta  $E$  ile  $E + \delta E$  enerji aralığında birim alandaki elektron durumu sayısı,

$$D(E, B = 0)_{2D} = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \quad (2.5.16)$$

ile verilir. (2.5.16) ifadesi, manyetik alanın yokluğunda 2 boyutta durum yoğunluğunun enerji ile değişmediğini yani sabit olduğunu göstermektedir.

Elektronlar, en düşük enerji seviyesinden,  $\vec{k} = 0$  'dan başlayarak daha yüksek enerji seviyelerini  $\vec{k} \neq 0$ , Fermi enerjisine kadar doldururlar ( $k \leq k_F$ ). 2 boyutta elektron sayı yoğunluğu  $n_e$  ise bu yolla şu şekilde hesaplanır:

$$n_e^{2D} = \int_0^{E_F} D(E) dE = \frac{m^* E_F}{\pi \hbar^2} \quad (2.5.17)$$

Buradan,

$$n_e^{2D} = \frac{k_F^2}{2\pi} \quad (2.5.18)$$

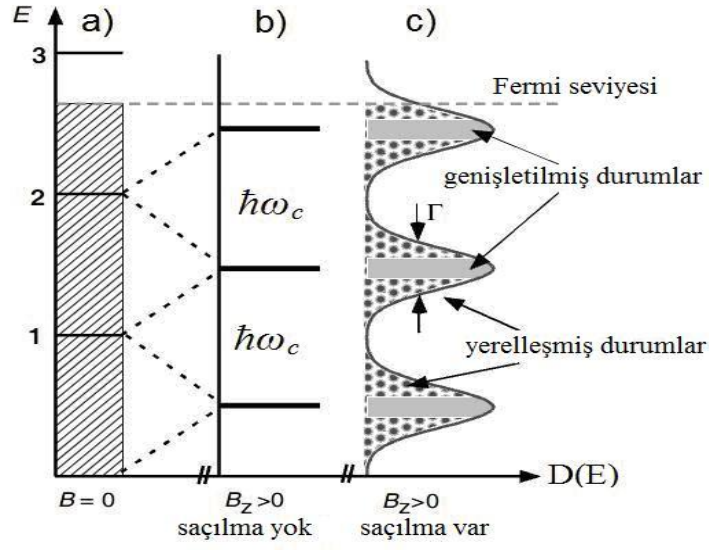
ve Şekil 2.8' de görülen Fermi küresinin yarıçapı için de

$$k_F = \sqrt{n_e^{2D} 2\pi} \quad (2.5.19)$$

eşitlikleri elde edilir. Bu eşitliklerden görüldüğü gibi 2 boyutta durum yoğunluğu enerjiden bağımsızdır. Şekil 2.9.a' da görüldüğü gibi  $B = 0$  iken sıfır sıcaklıkta elektronlar (2.5.17)' den elde edilen  $E_F = \frac{\pi \hbar^2}{m^*} n_e^{2D}$  eşitliği ile Fermi enerjisine kadar tüm durumları doldurmaktadır.

#### **İki boyutta durum yoğunluğunun manyetik alan varlığında incelenmesi:**

2 boyutlu düzleme dik bir manyetik alan uygulandığında Şekil 2.9.b ve c' de görüldüğü gibi enerji seviyeleri kuantize olmaktadır ve durum yoğunluğu kesikli hale gelmektedir. Girilebilir durumlar arasında enerji boşluğu oluşmaktadır. Şekil 2.9.c' den görüldüğü gibi sisteme safsızlıklar eklendiğinde ise durum yoğunlukları genişlemektedir. Landau seviyelerinin ortalarında olan gri renkli bölgeler genişletilmiş, kenarlardaki noktalı bölgeler ise yerleşmiş bölgeleri göstermektedir.  $T = 0 K$  mutlak sıcaklığında elektronlar hareket etmektedir ve enerjisi Fermi enerjisi civarında olan elektronlar iletkenliğe katkı vermektedir. Elektronlar bu civarda iken Fermi enerjisini aşabilirler. Böylece genişletilmiş bölgedeki elektronlar iletkenliğe katkı verirler. Yerleşmiş durumların olduğu bölge mobilite aralığı olarak adlandırılmaktadır (Klitzing 2004).



Şekil 2.9. Durum yoğunluğunun enerji ile değişimi. (a) Manyetik alan yokken (b) Dış manyetik alan uygulandığında (c) Dış manyetik alan ve safsızlıkların varlığı durumunda

Manyetik alanın varlığında elektron durumlarını gösteren Şekil 2.8.b' de her halka  $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega_c$  enerjili Landau seviyelerini göstermektedir. Elektronlar artık sürekli enerji seviyelerinde bulunamazlar,  $n$  ile kuantumlanmış enerji seviyelerinde bulunurlar. Bu nedenle,  $D(E) = \frac{dn}{dE}$  durum yoğunluğu ifadesi için, enerji başına düşen parçacık sayısı yerine enerji seviyesi başına düşen parçacık sayısına bakmak gerekir. Bu durumda durum yoğunluğu için,

$$D(E, B) = \frac{dn_e}{dn} = \frac{d}{dn} \left( \frac{m^*}{\pi\hbar^2} E_n \right) \quad (2.5.20)$$

ifadesi yazılabilir ve enerji ifadesi de açık olarak yazılırsa,

$$D(E, B) = \frac{d}{dn} \left( \frac{m^*}{\pi\hbar^2} \hbar\omega_c \left( n + \frac{1}{2} \right) \right) \quad (2.5.21)$$

ifadesine ulaşılır. Burada enerjideki kesiklilik göz önünde bulundurularak,

$$D(E, B) = \frac{eB}{\hbar\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \delta(E - E_n) \quad (2.5.22)$$

bağıntısına ulaşılır. Manyetik uzunluk ve spin dejenereliği terimleri ile manyetik alanın varlığında durum yoğunluğu için,

$$D(E, B) = \frac{g_s}{2\pi l^2} \sum_{n=0}^{\infty} \delta(E - E_n) \quad (2.5.23)$$

bağıntısı elde edilir.

Durum yoğunluğu ve Fermi-Dirac dağılım fonksiyonu  $f(E)$  yardımı ile elektron sayı yoğunluğu belirlenebilir. Bunun için

$$n_e = \int dE f(E) D(E) \quad (2.5.24)$$

ifadesinde durum yoğunluğu bağıntısı yazılırsa,

$$n_e = \int dE f(E) \frac{g_s}{2\pi l^2} \sum_{n=0}^{\infty} \delta(E - E_n) \quad (2.5.25)$$

elde edilir,  $f(E) = \frac{1}{e^{(E-\bar{\mu})/k_B T} + 1}$  olduğu için elektron sayı yoğunluğu bu durumda

kimyasal potansiyel  $\bar{\mu}$  ve sıcaklık  $T$ 'nin fonksiyonudur; böylece elektron sayı yoğunluğu için,

$$n_e(\bar{\mu}, T) = \frac{g_s}{2\pi l^2} \int \sum_{n=0}^{\infty} \delta(E - E_n) f(E) dE \quad (2.5.26)$$

bağıntısı elde edilir. Dirac-delta fonksiyonunun özelliğinin kullanılması ile de elektron sayı yoğunluğu için

$$n_e(\bar{\mu}, T) = \frac{g_s}{2\pi l^2} \sum_{n=0}^{\infty} f(E_n) \quad (2.5.27)$$

ifadesi elde edilir.

#### 2.5.4. Simetrik ayarda çok parçacık Hamiltonyeninin çözümü ve Laughlin dalga fonksiyonu

Doldurma faktörünün tam sayı olmayan,  $\nu = 1/3, 1/5, 2/5, \dots$  gibi özel kesirli sayı değerlerinde de Hall direncinde düzlükler gözlenmesi “kesirli kuantum Hall etkisi” olarak adlandırılmıştır. Tam sayı kuantum Hall etkisi, basitçe etkileşmeyen kuantum mekaniği bağlamında kısmen açıklanabilmektedir. Hareketine dik doğrultuda bir manyetik alan içine yerleştirilmiş  $N$  parçacık için Hamiltonyen şu şekilde yazılmaktadır

$$H = \sum_i^N \frac{(\vec{p}_i + e\vec{A}(x_i))^2}{2m^*}. \quad (2.5.28)$$

Bu Hamiltonyenin çözümü Bölüm 2.5.1’ de yapıldı ve tam sayılı doldurma faktörlerini ortaya çıkaran etkinin Landau enerji düzeyleri arasındaki enerji boşluğu olduğu vurgulandı. KKHE’ de kesirli doldurma faktörleri için enerji aralığı, çeşitli yüksek dejenere Landau seviyelerinin ek yarılmalara uğramaları ile ortaya çıkmaktadır. Burada aşikar bir enerji açıklığı olmadığından bu gözlemler etkileşmeyen kuantum mekanik kuram ile açıklanamamaktadır. Parçacıklar arası kuvvetli etkileşim nedeni ile durum yoğunluğu ekstra yarılmalara uğrar ve KKHE deneylerinde gözlemlenen ekstra enerji boşlukları, etkileşen elektronların çok parçacık etkisinin bir sonucu olarak açıklanmaktadır. Bu nedenle KKHE için daha düşük sıcaklıklara inilip daha yüksek manyetik alanlara ve mobilitelere çıkmak gerekmektedir. Elektronlar arasındaki çok parçacık etkileşme potansiyeli eklenince Hamiltonyen,

$$H = \sum_i^N \frac{(\vec{p}_i + e\vec{A}(x_i))^2}{2m^*} + \sum_{i<j}^N \frac{e^2}{|r_i - r_j|} \quad (2.5.29)$$

ile verilmektedir.

TKHE için potansiyel enerji  $e^2 / \bar{r}$  ( $\bar{r}$ : ortalama elektron uzaklığı), siklotron enerjisi  $\hbar \omega_c$  ile karşılaştırıldığında küçüktür ve ihmal edilebilir. KKHE' nin görüldüğü koşullarda (daha düşük sıcaklık, daha yüksek manyetik alan ve mobilite)  $e^2 / \bar{r}$  terimi artık küçük değildir ve problem güçlü etkileşim problemidir.

(2.5.29) ile verilen Hamiltonyenin simetrik ayar ile çözümünün yapılması KKHE' ndeki dalga fonksiyonlarının türetilmesi için önemlidir. Simetrik ayarda vektör potansiyeli,

$$\vec{A} = \frac{B}{2}(-y, x, 0) \quad (2.5.30)$$

ile verilir. Vektör potansiyeli Hamiltonyende yazılırsa,

$$H = \frac{1}{2m^*} \left( p_x - \frac{eB}{2} y \right)^2 + \frac{1}{2m^*} \left( p_y - \frac{eB}{2} x \right)^2 \quad (2.5.31)$$

elde edilir. Bu Hamiltonyenin açık yazılması ile (2.5.32) ifadesi elde edilir.

$$H = \frac{1}{2m^*} \left( -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\hbar eB}{i} y \frac{\partial}{\partial x} + \left( \frac{eB}{2} y \right)^2 \right) + \frac{1}{2m^*} \left( -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\hbar eB}{i} x \frac{\partial}{\partial y} + \left( \frac{eB}{2} x \right)^2 \right) \quad (2.5.32)$$

$\bar{x} = \alpha x$  ve  $\bar{y} = \alpha y$  değişken dönüşümleri ile bu denklem aşağıdaki forma dönüşür.

$$H = \frac{\alpha^2 \hbar^2}{2m^*} \left( -\frac{\partial^2}{\partial \bar{x}^2} - \frac{1}{i\hbar} \frac{eB}{2\alpha^2} \frac{d}{d\bar{x}} \bar{y} + \frac{1}{4} \frac{e^2 B^2}{\hbar^2 \alpha^4} \bar{y}^2 \right) + \frac{\alpha^2 \hbar^2}{2m^*} \left( -\frac{\partial^2}{\partial \bar{y}^2} - \frac{1}{i\hbar} \frac{eB}{2\alpha^2} \frac{d}{d\bar{y}} \bar{x} + \frac{1}{4} \frac{e^2 B^2}{\hbar^2 \alpha^4} \bar{x}^2 \right) \quad (2.5.33)$$



Burada  $\frac{e^2 B^2}{\hbar^2 \alpha^4} = 1 \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{eB}{\hbar}} = \frac{1}{l^2}$

alınması ile manyetik uzunluk  $l$  ortaya çıkar. Siklotron frekansı olan  $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$ , in (2.5.33)' da yazılıp düzenlenmesi ile,

$$H = \frac{\hbar\omega_c}{2} \left( -\frac{\partial^2}{\partial \bar{x}^2} - \frac{1}{i2} \frac{d}{d\bar{x}} \bar{y} + \frac{1}{4} \bar{y}^2 \right) + \frac{\hbar\omega_c}{2} \left( -\frac{\partial^2}{\partial \bar{y}^2} - \frac{1}{i2} \frac{d}{d\bar{y}} \bar{x} + \frac{1}{4} \bar{x}^2 \right) \quad (2.5.34)$$

elde edilirken bu ifadenin düzenlenmesi ile boyutsuz Hamiltonyen olan (2.5.35)' e geçilir.

$$\frac{H}{\hbar\omega_c} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{i} \frac{d}{d\bar{x}} - \frac{\bar{y}}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{i} \frac{d}{d\bar{y}} + \frac{\bar{x}}{2} \right)^2 \quad (2.5.35)$$

Burada  $(x, y)$ ' yi kompleks düzlemde  $z = x - iy = r e^{-i\theta}$  ve kompleks eşleniği  $\bar{z} = x + iy = r e^{i\theta}$  formunda yazıp işlemlere devam etmek daha pratiktir.

$$x = \frac{1}{2}(\bar{z} + z) \quad , \quad y = \frac{1}{2i}(\bar{z} - z) \quad (2.5.36)$$

$$\frac{d}{dx} = \frac{1}{2} \left( \frac{d}{dz} + \frac{d}{d\bar{z}} \right) \quad , \quad \frac{d}{dy} = -\frac{i}{2} \left( \frac{d}{dz} + \frac{d}{d\bar{z}} \right) \quad (2.5.37)$$

eşitlikleri kullanılıp düzenlenirse, kompleks düzlemdeki Hamiltonyen için,

$$H = \frac{1}{2} \left[ -4 \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} + \left( \bar{z} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} - z \frac{\partial}{\partial z} \right) + \frac{1}{4} z \bar{z} \right] \quad (2.5.38)$$

ifadesine ulaşılır. Hamiltonyen,  $z$  ve  $\bar{z}$  şeklinde iki tane serbestlik derecesine sahip olduğundan her biri için aşağıdaki gibi yaratma ve yok etme işlemcileri tanımlamak mümkündür.

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{z}{2} + 2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \right) \quad (2.5.39)$$

$$a^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{\bar{z}}{2} - 2 \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (2.5.40)$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{\bar{z}}{2} + 2 \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (2.5.41)$$

$$b^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{z}{2} - 2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \right) \quad (2.5.42)$$

Komütasyon bağıntıları,

$$[a, a^+] = 1 \quad , \quad [b, b^+] = 1 \quad (2.5.43)$$

ve diğer tüm komütasyonlar ise sıfırdır. Bu işlemciler ile Hamiltonyen,

$$H = a^+ a + \frac{1}{2} \quad (2.5.44)$$

şeklinde yazılabilir. Burada Landau seviyelerini belirten  $n$ ,  $a^+ a$  işlemcisinin özdeğeridir. Açısal momentum işlemcisinin  $z$  bileşeni ise şu şekilde tanımlanmaktadır.

$$L_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \theta} = -\hbar \left( z \frac{\partial}{\partial z} - \bar{z} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \right) = -\hbar (b^+ b - a^+ a) \quad (2.5.45)$$

$L_z$  işlemcisinin özdeğerleri  $m$  ile ilişkilidir. (2.5.44)' dan görüldüğü gibi  $a^+a$  işlemcisinin özdeğerleri ise  $n$  ile ilişkilidir. Buradan  $b^+b$  işlemcisinin özdeğerlerinin  $(n+m)$  ile ilişkili olduğu görülmektedir. Burada problemin harmonik salınıcı ile benzerliğinden aşağıdaki eşitlikleri yazmak mümkündür.

$$H|n, m\rangle = E_n|n, m\rangle \quad (2.5.46)$$

$$E_n = (n + \frac{1}{2}), \quad (2.5.47)$$

$$|n, m\rangle = \frac{(b^+)^{m+n}}{\sqrt{(m+n)!}} \frac{(a^+)^n}{\sqrt{n!}} |0, 0\rangle \quad (2.5.48)$$

Bu sisteme ait bir fonksiyon,

$$\eta_{n,m}(x, y) = \langle \vec{r} | n, m \rangle \quad (2.5.49)$$

ile verilir ve buradan,

$$\eta_{0,0}(x, y) = \eta_{0,0}(z, \bar{z}) = \langle \vec{r} | 0, 0 \rangle \quad (2.5.50)$$

Taban durumu elde edilir. Yok etme işlemcileri taban durumuna uygulanırsa,

$$\begin{aligned} a\eta_{0,0}(z, \bar{z}) &= 0 \\ b\eta_{0,0}(z, \bar{z}) &= 0 \end{aligned} \quad (2.5.51)$$

yazılır ve simetrik ayardaki boylandırılmış dalga fonksiyonu,

$$\eta_{0,0}(z, \bar{z}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{4}z\bar{z}} \quad (2.5.52)$$

olarak elde edilir.

En düşük Landau seviyesi ( $n = 0$ ) için boylandırılmış dalga fonksiyonu biraz işleme,

$$\eta_{0,m} = \langle \vec{r} | 0, m \rangle = \frac{(b^+)^m}{\sqrt{m!}} \eta_{0,0} = \frac{z^m e^{-\frac{1}{4}z\bar{z}}}{\sqrt{2\pi 2^m m!}} \quad (2.5.53)$$

olur. Genel bir  $n, m$  durumu için ise dalga fonksiyonu, (2.5.51) eşitliği yardımı ile

$$\eta_{n,m}(\vec{r}) = \langle \vec{r} | n, m \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi 2^{m+2n} n!(m+n)!}} \left( \frac{\bar{z}}{2} - 2 \frac{\partial}{\partial z} \right)^n \left( \frac{z}{2} - 2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \right)^{m+n} e^{-\frac{z\bar{z}}{4}} \quad (2.5.54)$$

şeklinde elde edilir. (2.5.54) fonksiyonunda,

$$e^{-z\bar{z}/4} = e^{z\bar{z}/4} e^{-z\bar{z}/2} \quad (2.5.55)$$

$$e^{-\frac{1}{4}z\bar{z}} \left( \frac{\bar{z}}{2} - 2 \frac{\partial}{\partial z} \right)^n \left( \frac{z}{2} - 2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \right)^{m+n} e^{\frac{1}{4}z\bar{z}} = \left( -2 \frac{\partial}{\partial z} \right)^n \left( -2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \right)^{m+n} \quad (2.5.56)$$

bağıntıları kullanılırsa,

$$\eta_{n,m}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi 2^{m+2n} n!(m+n)!}} e^{\frac{1}{4}z\bar{z}} \left( -2 \frac{\partial}{\partial z} \right)^n \left( -2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \right)^{m+n} e^{-\frac{1}{2}z\bar{z}} \quad (2.5.57)$$

$$\eta_{n,m}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi 2^{m+2n} n!(m+n)!}} (-1)^n 2^{m+n} \bar{z}^{-m} e^{\frac{1}{4}z\bar{z}} \left( \frac{\partial}{\partial \frac{\bar{z}z}{2}} \right)^n \left( \frac{\bar{z}z}{2} \right)^{m+n} e^{-\frac{1}{2}z\bar{z}} \quad (2.5.58)$$

elde edilir.  $t = z\bar{z}/2 = r^2/2$  tanımlanır ve bağlı Laguerre polinomları için (2.5.59) ile verilen eşitlik kullanılırsa, genel bir  $n, m$  durumu için (2.5.60) dalga fonksiyonu, elde edilir (Jain 2007).

$$L_n^\alpha(t) = \frac{1}{n!} e^t t^{-\alpha} \frac{d^n}{dt^n} (e^{-t} t^{n+\alpha}) \quad (2.5.59)$$

$$\eta_{n,m}(\vec{r}) = \frac{(-1)^n}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{n!}{2^m (m+n)!}} e^{-\frac{r^2}{4}} z^m L_n^m\left(\frac{r^2}{2}\right) \quad (2.5.60)$$

Schrödinger denkleminin, Landau ayarı ve simetrik ayar ile çözümleri farklı dalga fonksiyonları vermelerine karşın gözlenebilirlerden olan enerji ve diğer fizik kavramları her iki ayarda da aynıdır.

En düşük Landau seviyesindeki ( $n=0$ ) tek parçacık durumları, (2.5.60) bağıntısından yararlanılarak ve  $L_0^m(z) = 1$  eşitliği göz önüne alınarak eşitlik (2.5.61)'deki gibi yazılır.

$$\eta_m(z) = (2\pi 2^m m!)^{-1/2} z^m e^{-|z|^2/4} \quad (2.5.61)$$

İki parçacık problemi için çözüm ise,

$$\Psi(z_1, z_2) = \begin{vmatrix} \Psi_{m_1}(z_1) & \Psi_{m_1}(z_2) \\ \Psi_{m_2}(z_1) & \Psi_{m_2}(z_2) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} z_1^{m_1} & z_2^{m_1} \\ z_1^{m_2} & z_2^{m_2} \end{vmatrix} e^{-(|z_1|^2 + |z_2|^2)/4} \quad (2.5.62)$$

şeklinde olur ve  $m$  değerleri sıfırdan başladığı için, iki parçacık dalga fonksiyonu Slater determinantı ile

$$\Psi(z_1, z_2) = \begin{vmatrix} (z_1)^0 & (z_2)^0 \\ (z_1)^1 & (z_2)^1 \end{vmatrix} e^{-(|z_1|^2 + |z_2|^2)/4} = \prod_{j < i}^2 (z_2 - z_1) e^{-(|z_1|^2 + |z_2|^2)/4} \quad (2.5.63)$$

olarak elde edilir. Çok parçacık için en düşük Landau seviyesi dalga fonksiyonu böylece,

$$\Psi_1(z) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdot & \cdot \\ z_1 & z_2 & z_3 & \cdot & \cdot \\ z_1^2 & z_2^2 & z_3^2 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{vmatrix} \exp\left[-\frac{1}{4} \sum_i |z_i|^2\right] \quad (2.5.64)$$

olur. (2.5.64) 'deki ilk terim çok parçacık için Vandermonde determinantıdır. Bu determinantın sonucu  $\prod_{j < k} (z_j - z_k)$ ' e eşittir ve bu çarpan Jastrow çarpanı olarak bilinmektedir.

Böylece çok parçacık taban durumu dalga fonksiyonu için,

$$\Psi_1(z) = \prod_{j < k} (z_j - z_k) \exp\left[-\frac{1}{4} \sum_i |z_i|^2\right] \quad (2.5.65)$$

eşitliği elde edilir.  $\Psi_1$  ilk Landau seviyesinin dolu olduğu durumdaki boylandırma katsayısız dalga fonksiyonudur.

KKHE' de  $f = 1/3$ ' ün gözlenmesinden sonra, Laughlin (1983-a, 1983-b) taban durum dalga fonksiyonu için iyi bir yaklaşım yaptı.  $m$  tek tam sayı olmak üzere,  $\nu = 1/m$  kesirli doldurma faktörü değerleri için çok parçacık dalga fonksiyonunu,

$$\Psi_{1/m} = \prod_{j < k} (z_j - z_k)^m \exp\left[-\frac{1}{4} \sum_i |z_i|^2\right] \quad (2.5.66)$$

olarak tanımladı.  $m = 3$  için (2.5.66) ifadesi  $\nu = 1/3$  durumunu tanımlar. Haldane ve Rezayi (1985) tarafından, Laughlin dalga fonksiyonunun  $f = 1/3$  ve  $f = 1/5$  taban durumlarında geçerli olduğu gösterilmiştir.  $f = 1/m$  kesrinden, Laughlin kesri olarak bahsedilmektedir (Jain 2007, Ezawa 2008).

Laughlin dalga fonksiyonu, etkileşim Hamiltoniyeni için tam çözümdür ve  $(z_j - z_k)$  terimi ile beklenen korelasyonu göstermektedir. Laughlin, bu çözümü ile  $e^* = e/3$  şeklinde kesirli yüke sahip sanki parçacıkların yaratıldığını savunmaktadır. Bu sanki parçacıklar beklenmeyen bir istatistiğe sahiptirler ve doldurma faktörü,  $\nu = 1/m$  olarak düşünülmektedir (Laughlin 1983-a, 1983-b)

$$\sigma_{xy} = \frac{p e^2}{q h}, \text{ burada } p \text{ bir tamsayı ve } q \text{ da tek tamsayıdır. Laughlin (1983a), bu}$$

kesirli sayıları görülmesini şöyle yorumlamıştır (Klitzing 2004).

- i) Etkileşmeler, kısmen doldurulmuş Landau seviyelerindeki dejenereliği, en azından  $q$  tek tamsayı olmak üzere  $\nu = 1/q$  doldurma faktörü için olan dejenereliği tamamen ortadan kaldırmaktadır. Bu taban durum akışkan-gibi, izotropik ve geçiş değişmezdir.
- ii) Temel düzeyde yerleşmiş yük uyarımları,  $e^* = \frac{1}{q}$  kesirli yükünü görecektir şekilde elektron akışkanının yeniden düzenlenmesine karşılık gelir.

## 2. 6. Anyonlar ve Anyon İstatistiği

3-boyutlu uzayda parçacıklar spinlerine ve uydukları istatistiğe göre bozonlar ya da fermiyonlar olarak adlandırılmaktadır. 2-boyutlu uzayda ise spini her değeri alabilen ve “anyon” olarak adlandırılan egzotik parçacıklar var olmaktadır. Anyonlar kesirli spine ve istatistiğe sahiptirler.

Temel parçacıklar, özdeş parçacık oldukları için parçacıkların yer değiştirmesi aynı fiziksel duruma sebep olmaktadır. Bu yüzden çok parçacık dalga fonksiyonunda iki parçacık yer değiştirdiğinde faz değişikliğine izin vardır. Dalga fonksiyonunun kendisi gözlenebilir bir nicelik olmadığı için dalga fonksiyonuna faz çarpanı eklemenin bir sakıncası yoktur.

$$\Psi(2, 1, 3, 4, \dots, N) = e^{i\pi\alpha} \Psi(1, 2, 3, 4, \dots, N) \quad (2.6.1)$$

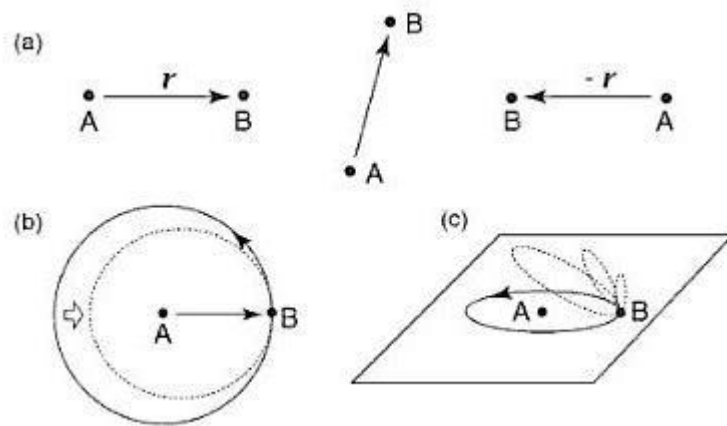
Yer değiştirme iki kez yapılırsa, konfigürasyon başlangıçtakine dönüşür, ve bu nedenle faz çarpanı  $e^{2i\pi\alpha} = 1$  olur. (2.6.1)' deki dalga fonksiyonları bozonlar için simetriktir ve bozonlar için  $\alpha = 2n$  değerlerini alır. Fermiyonlar için ise dalga fonksiyonları antisimetriktir ve  $\alpha = (2n+1)$  değerlerini alır. Spin parametresi  $s$  ile istatistik parametresi  $\alpha$  arasında

$$\alpha = 2s \quad (2.6.2)$$

bağıntısı mevcuttur ve bu bağıntı spin ile anyonların istatistiği  $\alpha$  arasındaki ilişkiyi belirtmektedir.  $n$  tamsayı olmak üzere, fermiyonlar için  $s = (2n+1)/2$  ve bozonlar için ise  $s = n$  olduğu görölmektedir.  $\alpha$  parametresi, özdeş parçacıklara özgü keyfi gerçel bir sayıdır.

Parçacıkların 2-boyutlu uzayda kesirli spin ve istatistiğe sahip olabilecekleri mantıksal bir sonuçtur. Bu parçacıklar Wilczek tarafından **anyonlar** olarak adlandırılmıştır (Wilczek, 1982-a, 1982-b).

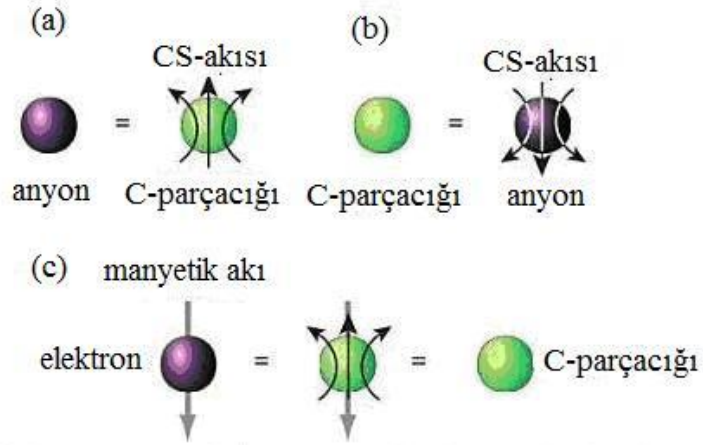
İstatistik, iki parçacığın yer değiştirmesi ile ilişkili bir özelliktir. Şekil 2.10.a' da A ve B parçacıklarının,  $\vec{r}$  görel koordinatının sürekli olarak  $\pi$  açısı kadar dönmesiyle yer değiştirmesi gösterilmektedir.



Şekil 2.10. a) 1-boyutlu uzayda, b) 2-boyutlu uzayda, c) 3-boyutlu uzayda iki parçacığın yer değiştirmesinin gösterimi (Ezawa 2008)



Şekil 2.10.b' de görüldüğü gibi değiş-tokuşu iki kez yapmanın net etkisi, bir parçacığı (B konumundaki) sürekli olarak başlangıç konumundan ayırmak ve bir ilmik çizerek aynı konumuna getirmek içindir. İlmik A noktasını çevrelemektedir. Şekil 2.10.c'de görüldüğü gibi 3-boyutlu uzayda ilmik, düzlemin dışında hareket ettirilerek bir noktaya büzülebilmektedir; fakat 2-boyutlu uzayda hareket düzlemde kısıtlandığı için diğer parçacığın pozisyonu ile kesişmeden ilmiği büzmek, küçültmek mümkün değildir (Ezawa 2008).



Şekil 2.11. Anyon, kompozit parçacık ve Chern Simons akısının birbirleri ile ilişkilerinin gösterimi

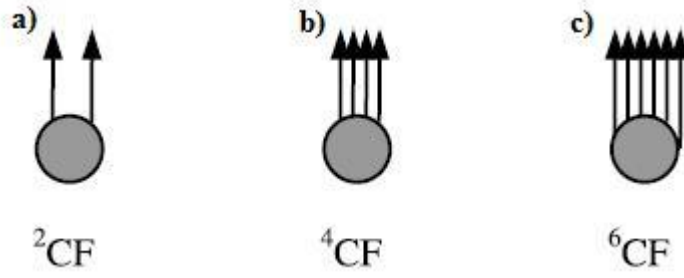
Şekil 2.11.a' da gösterildiği gibi bir anyon, akı-taşıyan bir bozon veya fermiyon olarak alınmaktadır. Akıya “Chern-Simons akısı”, bozon veya fermiyona da “kompozit parçacık” denilmektedir. Şekil 2.11.b, bir anyona bir Chern-Simons akısı tutturulduğunda bir kompozit parçacık oluşumunu göstermektedir. Burada değinilen akı, manyetik akı değildir; Chern-Simons akısıdır.

Kompozit parçacık, anyonu temsil eden matematiksel bir objedir. Kompozit parçacıklar sıradan fermiyon ve bozon oldukları için anyonların dinamiğini kompozit parçacıkların terimleri ile yapmak daha kolaydır. Elektronlar bir düzleme kısıtlandırılırlarsa anyondurlar. Şekil 2.11.c' de gösterildiği gibi, Chern-Simons akısının manyetik akı tarafından ortadan kaldırılması, manyetik alan içindeki elektronu betimler; bu resim kompozit parçacığın fiziksel gerçekliğini göstermektedir.  $\nu = 1/(2p + 1)$  de kesirli kuantum Hall durumu,  $(2p + 1)$  akı kuantası taşıyan kompozit bozonların yoğunlaştırılmış bir durumu olarak kabul edilir; ya da eşdeğer olarak  $2p$  akı kuantası

taşıyan kompozit fermiyonların tamsayı kuantum Hall durumu olarak kabul edilir (Ezawa 2008).

## 2.7. Kompozit Fermiyon

Kompozit fermiyon (CF) tanımı Jain tarafından, bir elektron ile çift sayıda kuantize olmuş akının bağlı durumu olarak yapılmıştır (Jain 2007).

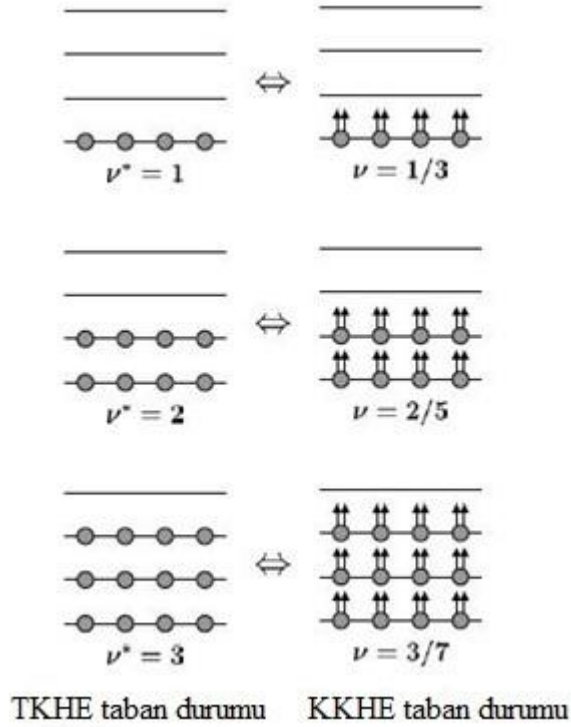


Şekil 2.12. a) iki, b) dört ve c) altı vorteks taşıyan kompozit fermiyonların üç çeşidinin şematik gösterimi (Jain 2007)

Şekil 2.12’ de çeşitli kompozit fermiyonların resimsel gösterimleri verilmektedir. Burada her bir daire bir elektronu, her ok ise bir vorteksi temsil etmektedir. Bazen kompozit fermiyonlar, elektronlar ile manyetik akı kuantasının bağlı durumu olarak resmedilirler; bu ilk kez (Jain 1989, 1990, 1995) tarafından tanıtılmıştır. Kompozit fermiyon için bu model doğruluğunu, bir nokta akı kuantumu ve bir vorteksin ‘topolojik olarak’ benzer olmasından almaktadır. Topolojik olarak her ikisi de aynı dolanım fazına ( $2\pi$ ) sahiptir; ki bu da akı kuantasını çevreleyen kapalı bir elektron ilmiği için, akı kuantası tarafından üretilen Aharanov-Bohm fazıdır. Elektron-akı bağlı durumu, aslında “doğru” kompozit fermiyon için sadece basit bir modeldir. Kompozit fermiyon resmi sezgisel olarak kullanışlıdır, güzel bir resimdir ancak gerçek akılar elektrona bağlı değildirler ve fiziksel manyetik alan düzgün (uniform) değildir (Ezawa 2008).

Şekil 2.13’ de TKHE ve KKHE’ nin karşılaştırılması gösterilmektedir. Sol kolonda  $\nu^* = n$  ile elektron taban durumları, sağda ise  $\nu = n/(2n+1)$  ile CF taban durumları resmedilmiştir. Yatay çizgiler solda elektronların Landau seviyelerini

gösterirken, sağda kompozit fermiyonların  $\Lambda$  seviyelerini gösterir.  $CF^p$  ların  $\Lambda$  seviyeleri, elektronların  $\nu^*$  daki Landau seviyeleri ile benzerdir, ancak bu seviyeler  $\nu$  deki elektronların en düşük Landau seviyeleri arasına düşmektedir.



Şekil 2.13. TKHE ile KKHE' nin karşılaştırılması (Jain 2007)

Elektronların doldurma faktörü  $\nu$  ile kompozit fermiyonların doldurma faktörü  $\nu^*$  arasında,

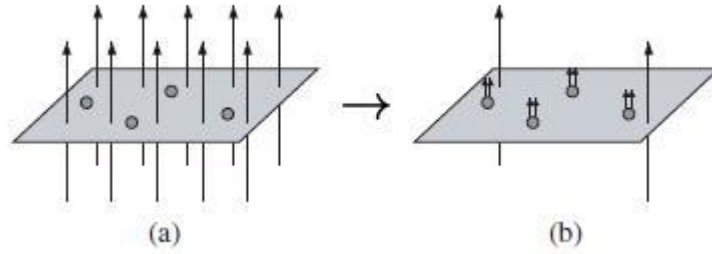
$$\nu = \frac{\nu^*}{2p\nu^* \mp 1} \quad (2.7.1)$$

ilişkisi vardır. Burada  $p$  bir tam sayıdır ve  $\nu^* = n$  şeklinde bir tam sayı olduğu durum kompozit fermiyonlar için tam sayılı kuantum Hall etkisi iken; elektronların doldurma faktörü  $\nu$  kesirli değerlere sahip olduğundan, bu durum elektronlar için kesirli kuantum Hall etkisidir. Bu genel formülden türetilen kesirli doldurma faktörleri bağıntılarından iki takımı (2.7.2) ifadesi ile verilmiştir.

$$\nu^* = n = 1, 2, 3, \dots, \quad \nu = \frac{n}{2n+1} = \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \dots, \quad \nu = \frac{n}{2n-1} = \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \dots \quad (2.7.2)$$

Görüldüğü gibi elektronlar için  $\nu = 1/3$  durumu, kompozit fermiyonlar için  $\nu = 1$  durumu ile özdeştir.

CF iki boyutlu elektron gazının güçlü bir manyetik alana maruz bırakılması ile oluşmaktadır. Elektron, kompozit fermiyona dönüşürken çift sayıda akı kuantası yakaladığı için Şekil 2.14' de görüldüğü gibi CFların hissettiği manyetik alan, uygulanan manyetik alandan daha küçüktür.



Şekil 2.14. Manyetik alan altındaki a) Elektronların b) Kompozit fermiyonların gösterimi (Jain 2007)

Elektronlar tarafından hissedilen manyetik alan  $B$  ile, kompozit fermiyonlar tarafından hissedilen manyetik alan  $B^*$  arasındaki ilişki (2.7.3) ifadesi ile verilmektedir (Jain 2007).

$$B = B^* + 2p\rho\Phi_0 \quad (2.7.3)$$

Burada  $\rho$  ise elektron sayı yoğunluğu,  $\Phi_0$  ise daha önce de belirtildiği gibi manyetik akı kuantasıdır.

Güçlü korelasyon durumundaki çok parçacık (elektron-elektron) etkileşmelerini hesaplamannın güçlüğünden dolayı kesirli kuantum Hall etkisini, kompozit fermiyon resmi ile incelemek literatürde tercih edilmektedir.

KKHE ve TKHE kuramlarını birleştirebilmek için Laughlin dalga fonksiyonları, Jain tarafından,

$$\Psi_{1/m} = \prod_{j < k} (z_j - z_k)^{m-1} \phi_1 \quad (2.7.4)$$

eşitliği ile verilir. Burada  $\phi_1$ , doldurma faktörü 1 olan sıkıştırılmaz tam sayı kuantum Hall durumu dalga fonksiyonu ve  $\Psi_{1/m}$  ise doldurma faktörü  $1/m$  olan sıkıştırılmaz kesirli sayı Hall durumu dalga fonksiyonudur. Jain, Laughlin dalga fonksiyonlarını kompozit fermiyonlar için,

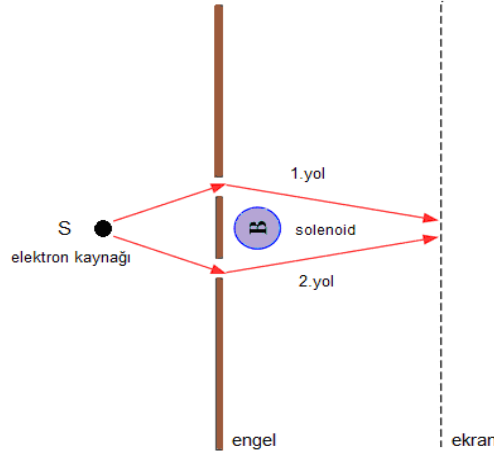
$$\Psi_\nu = \prod_{j < k} (z_j - z_k)^{2p} \phi_{\nu^*} \quad (2.7.5)$$

olarak genellemiştir. Bu formül, etkileşen elektronların dalga fonksiyonu  $\Psi_\nu$  ile etkileşmeyen elektronların (kompozit fermiyonların) dalga fonksiyonu  $\phi_{\nu^*}$  arasındaki ilişkiyi verir (Jain 2007).

## 2. 8. Aharonov-Bohm Olayı

Aharonov-Bohm olayı ilk kez 1959 yılında Y. Aharonov ve D. Bohm tarafından önerilmiştir (Aharonov 1959). Bu olay, yüklü parçacıkların giremediği bir bölgede bulunan manyetik alanın, bu bölgenin dışında, manyetik alanın olmadığı (sıfır olduğu) bölgede hareket eden yüklü parçacıkların kuantum mekaniksel davranışlarında gözlenebilir etkiler oluşturması olayıdır. Olay, kuantum mekaniksel olup klasik karşılığı yoktur.

Aharonov-Bohm olayını açıklayan deney düzeneğinin şematik gösterimi Şekil 2.15’ de verilmiştir. S elektron kaynağından koherent olarak yayılan elektron demetleri, sayfa düzlemine dik olarak yerleştirilmiş bir solenoidin bulunduğu çift yarı içeren engelin üzerine gönderilmektedir (Dereli ve Verçin 2000).



Şekil 2.15. Aharonov-Bohm olayının basit şematik gösterimi

Solenoidden akım geçmediğinde çift yarıktan geçen elektron demetleri ekranda normal girişim deseni oluştururlar. Solenoidden akım geçirildiğinde ise solenoidin içerisinde manyetik alan oluşur ve solenoidin dışarısında manyetik alan sıfır olmasına rağmen girişim deseninde bir kayma görülür. Klasik fizik yasalarına göre akımın olduğu ve olmadığı durumda, elektronların hareket ettiği bölgede manyetik alan sıfır olduğundan buradan geçen elektronların manyetik alandan etkilenmemesi gerekir. Oysa ki olaya kuantum mekaniksel olarak bakıldığında girişim desenindeki kaymalar ve bu kaymaların nedeni anlaşılabilir. Bu kaymaların nedeni kuantum mekaniksel fazdır.

Manyetik alanın sıfır olduğu durumda vektör potansiyeli  $\vec{A}$  sıfır değildir ve vektör potansiyelinin varlığında elektronların hareket ettiği bölgede tek parçacık Hamiltoniyen işlemcisi,

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \left( \vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 \quad (2.7.6)$$

ile verilir. Vektör potansiyeli,  $\vec{\nabla} \times \vec{A} = 0 = \vec{B}$  koşulunu sağlayacak şekilde  $A = \vec{\nabla} f$  bir  $f(\vec{r}, t)$  fonksiyonunun gradyenti olarak yazılabilir. Solenoidi çevreleyen  $\gamma$  kapalı ilmek üzerinden yazılan bu fonksiyon,

$$f = \oint_{\gamma} \vec{A} \cdot d\vec{r}' = \int_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \Phi \neq 0 \quad (2.7.7)$$

eşitlikleri ile tanımlanabilir. Burada  $f$  fonksiyonu (2.7.7) koşulundan dolayı birden fazla değeri olabilen bir fonksiyondur. (2.7.6) Hamiltoniyen işlemcisi için zamana bağlı Schrödinger denkleminin çözümü  $\psi'(\vec{r}, t)$  ise bu dalga fonksiyonu  $\psi_0(\vec{r}, t)$ ' ye

$$\psi'(\vec{r}, t) = e^{-2\pi i \frac{f}{\Phi_0}} \psi_0(\vec{r}, t) \quad (2.7.8)$$

şeklinde ayar dönüşümü ile bağlıdır.

Şekil 2.15' deki, 1. ve 2. yoldan ilerleyen elektronlar ekranda üst üste gelerek bir girişim deseni oluşturur. Bu durumda, toplam dalga fonksiyonu

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi'_1(\vec{r}, t) + \psi'_2(\vec{r}, t) \quad (2.7.9)$$

ile verilir ve dalga fonksiyonlarının açık yazılması ile

$$\psi(\vec{r}, t) = e^{-2\pi i \frac{f_1}{\Phi_0}} \psi_{01}(\vec{r}, t) + e^{-2\pi i \frac{f_2}{\Phi_0}} \psi_{02}(\vec{r}, t) \quad (2.7.10)$$

$$\psi(\vec{r}, t) = e^{-2\pi i \frac{f_2}{\Phi_0}} \left[ e^{-2\pi i \frac{f_1 - f_2}{\Phi_0}} \psi_{01} + \psi_{02} \right] \quad (2.7.11)$$

ifadeleri elde edilir. Buradan iki dalga fonksiyonu arasında,

$$\Delta\varphi = -2\pi \frac{f_1 - f_2}{\Phi_0} = -\frac{2\pi}{\Phi_0} \left[ \int_1 \vec{A} \cdot d\vec{r}' - \int_2 \vec{A} \cdot d\vec{r}' \right] \quad (2.7.12)$$

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi}{\Phi_0} \oint_{\gamma} \vec{A} \cdot d\vec{r}' = -2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \quad (2.7.13)$$

kadarlık bir faz kayması oluşur. Ekrandaki girişim deseni, yani elektron olasılık yoğunluğu

$$|\psi(\vec{r}, t)|^2 = \left| e^{-2\pi i \Phi / \Phi_0} \Psi_{01} + \Psi_{02} \right|^2 \quad (2.7.14)$$

bağıntısı ile verilir ve bu bağıntıdan görüleceği gibi olasılık yoğunluğu periyodik değişim gösterir. Selenoidden geçen  $\Phi$  akısındaki değişim, girişim deseninde değişime neden olur.  $\Phi$  akısı,  $\Phi_0$  temel akı kuantumunun tam katı olduğu durumda girişim deseni  $\Phi = 0$  durumundaki ile aynı olup, bunun dışındaki  $\Phi$  değerleri için desen,  $\Phi = 0$  deseninden farklıdır (Dereli ve Verçin 2000).



### **3.MATERYAL ve METOD**

Bu bölümde, bu tez çalışmasında yararlanılan yaklaşımlardan ve kuramsal alt yapıdan bahsedilmektedir.

#### **3. 1. Çok Elektronlu Atomlar**

Atomlar, moleküller ve katılar gibi çok parçacıklı sistemlerin yapılarının ve sahip oldukları fiziksel özelliklerin anlaşılmasına çalışılmasında kuantum mekaniğinden sıkça yararlanılmaktadır. Prensip olarak kuantum mekaniksel dalga fonksiyonu, sistem hakkındaki tüm bilgiyi içerir. Kuantum mekaniğinde tam olarak çözülebilen atomik sistem yalnızca hidrojen atomudur. Hidrojen atomu için Schrödinger denklemi yardımıyla dalga fonksiyonunun çözümü bulunabilir ve istenen tüm enerji durumları belirlenebilir. Fakat  $N$  cisimli bir sistem için Schrödinger denkleminin tam çözümü mümkün olmadığından yaklaşık yöntemler geliştirilmiştir.

##### **3.1.1. Hartree ve Hartree-Fock yaklaşımı**

Hartree ve Hartree-Fock yaklaşımları çok parçacıklı sistemlerin taban durum dalga fonksiyonlarını ve taban durum enerjilerini hesaplamak için geliştirilen ilk yaklaşık metotlardandır. Bu yaklaşımlar, atom içindeki elektronların birbirinden bağımsız bir şekilde tanımlanacağını yani etkileşimlerin çiftler halinde olmayacağına dayandırılmaktadır. Her elektron, çekirdeğin çekici alanı ve diğer elektronlardan ötürü itme etkileşmelerinin ortalama etkisini hesaba katan bir etkin potansiyelde hareket etmektedir. Bu durumda, çok elektronlu sistemdeki her elektron, kendi dalga fonksiyonu ile tanımlanabilir.

##### **3.1.1.1.Hartree yaklaşımı**

Hartree yaklaşımı, çözümü oldukça karışık olan çok-parçacık Schrödinger denklemini basitleştirerek çözmek için ortaya atılan bir yöntemdir (Hartree 1928). Bu yöntemde çok-elektron Schrödinger denklemi, tek-elektron Schrödinger denklemine

dönüştürülerek yazılmaktadır. Bu tek elektronun, diğer tüm elektronların ve çekirdeğin yarattığı ortalama alanın etkisi altında kaldığı düşünülmektedir (Mean Field Theory). Böylece çok parçacıklı sistem, ortalama alan kuramı ile tek parçacık haline indirgenmektedir.

Hartree yaklaşımı, çok elektronlu sistemin dalga fonksiyonunu, tek elektron dalga fonksiyonlarının çarpımı olarak (3.1.1) ifadesindeki gibi yazma ilkesine dayanır.

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N) = \prod_{i=1}^N \psi_i(\vec{r}_i) \quad (3.1.1)$$

Elektronlar sistemi için Schrödinger denklemi şu şekilde yazılabilir:

$$\hat{H}_e \Psi_e = E_e \Psi_e \quad (3.1.2)$$

Hamiltoniyen işlemcisi,

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^N -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^N \frac{e^2}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \quad (3.1.3)$$

ile verilir. Burada, ilk terim tek parçacık (elektron) kinetik enerjilerinin toplamını ve ikinci terim elektron-elektron etkileşim enerjisini belirtir.

Hartree yaklaşımında toplam dalga fonksiyonu, elektron koordinatlarına göre antisimetrik değildir yani Pauli'nin dışarlama ilkesi ihmal edilmektedir. Hartree kuramında, elektronların spinlerinin değişmesi durumunun sistemin enerjisinde oluşturduğu etki (değiş-tokuş) ve sistemdeki diğer elektronların hareketlerinin her bir elektronun enerjisinde oluşturduğu dinamik etkilerin (korelasyon) sistemin toplam enerjisine olan katkıları hesaba katılmamaktadır. Hartree yaklaşımı, değiş-tokuş ve korelasyon etkilerini de dikkate almadığı için bir çok durumda çok yeterli bir yaklaşım değildir.

### 3.1.1.2. Hartree-Fock yaklaşımı

Hartree yönteminin genelleştirilmesi 1930'da Fock tarafından yapılmış ve Hartree-Fock yaklaşımı olarak adlandırılmıştır. Hartree-Fock yaklaşımında etkileşmeyen elektron orbitallerine karşı gelen sistemin dalga fonksiyonu, antisimetri özelliğini de sağlayacak şekilde seçilmiştir ve böylece spinler de hesaba katılmıştır (Fock 1930). Elektronlardan oluşan sistemin dalga fonksiyonu;

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_i, \vec{r}_j, \dots, \vec{r}_N) = -\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_j, \vec{r}_i, \dots, \vec{r}_N) \quad (3.1.4)$$

ile verilir.  $(\vec{r}_i \vec{\sigma}_i)$  uzay ve spin koordinatlarını belirtmektedir. Dalga fonksiyonları spini içerdiği için Hartree kuramından daha karışıktır fakat Fock ve Slater, sistemin toplam dalga fonksiyonunu, orbitallerin basit bir çarpımı yerine Slater determinantı denilen ve (3.1.5) bağıntısında verildiği gibi tüm çarpımların antisimetrik toplamı şeklinde ifade etmişlerdir.

$$\Psi(\vec{r}_1 \sigma_1, \dots, \vec{r}_N \sigma_N) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \begin{vmatrix} \psi_1(\vec{r}_1 \sigma_1) & \dots & \psi_N(\vec{r}_1 \sigma_1) \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \psi_1(\vec{r}_N \sigma_N) & \dots & \psi_N(\vec{r}_N \sigma_N) \end{vmatrix} \quad (3.1.5)$$

Etkileşen sistemin tam taban durum dalga fonksiyonu tek Slater determinantı olarak temsil edilemez, fakat yine de Slater determinantı varyasyonel deneme fonksiyonu olarak kullanılabilir.

Hartree-Fock yaklaşımında, denklemler Hartree metodundan daha karmaşıktır çünkü elektron değiş-tokuş terimini içermektedir. Hartree-Fock yaklaşımında Schrödinger denklemi (3.1.6)'daki gibi yazılabilir.

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{ee}(\vec{r}) + V_{HF}(\vec{r}; \{\psi_j\}) \right] \psi_i(\vec{r} \sigma) = E_i \psi_i(\vec{r} \sigma) \quad (3.1.6)$$

Burada ilk terim kinetik enerjiyi, ikinci terim elektronlar arasındaki etkileşim potansiyelini temsil eder; son terim ise Hartree-Fock potansiyelidir ve elektronların değiş-tokuşunu belirten bu terim,

$$V_{HF} = -\sum_j \delta_{\sigma_i \sigma_j} \int d\vec{r}' \frac{\psi_j^*(\vec{r}') \psi_i(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \Psi_j(\vec{r}) \quad (3.1.7)$$

ifadesi ile verilmektedir. Bu terim, bir elektronun tarafından hissedilen diğer tüm elektronların ortalama potansiyelidir ve elektronların spinlerine bağlıdır.

Hartree-Fock yaklaşımı, kendinden tutarlı bir alan yaklaşımıdır. Burada yapılan işlem, başlangıç dalga fonksiyonu ile çözüme başlayıp iterasyon uygulamaktır. Sistem içindeki tüm elektronlar, yaklaşık yörüngelerin bir setiyle tanımlanır. Bir elektron seçilir ve potansiyel, diğer elektronların dağılımının sabit olarak alınmasıyla hesaplanır. (3.1.6) denklemi bu potansiyel için çözülür ve yeni bir yörünge elde edilir. İşlem sistem içindeki diğer tüm elektronlar için tekrarlanır. Burada potansiyel kaynağı olarak sabitlenmiş yörüngeler içindeki elektronların hareketi kullanılır. Bu döngünün sonunda başlangıç setinden farklı yeni yörüngeler vardır. İşlemler yörüngeler içinde değişim olmadığı veya çok küçük olduğu duruma kadar tekrar edilir.

### 3.1.2. Elektrostatik kendinden tutarlı (Self-consistent) çözüm

İki boyutta ( $z = 0$  düzleminde),  $x$  yönünde  $-d < x < d$  aralığında sınırlandırılmış ve  $y$  yönünde değişmez olan ve elektron sayı yoğunluğu  $n_e(x)$  ile verilen 2BEG sistemini ele alalım. 2BEG' in toplam yük yoğunluğundan kaynaklanan toplam potansiyel enerjisi,

$$V(x) = V_{bg}(x) + V_H(x) \quad (3.1.8)$$

ile verilir. Burada  $V_{bg}(x)$ , elektronlar yüzeye dağılırken geri kalan  $n_0$  yoğunluklu düzgün dağılmış donörlerin yarattığı arka alan (background) potansiyelidir.  $E_0 = 2\pi e^2 n_0 d / \bar{\epsilon}$  şeklinde hapsolme potansiyeli olmak üzere,

$$V_{bg}(x) = -E_0 \sqrt{1 - (x/d)^2} \quad (3.1.9)$$

ile tanımlanır.  $V_H(x)$ , elektronlar arasındaki direk Coulomb etkileşmesi ile elde edilen Hartree katkısı olup,

$$V_H(x) = -\frac{2e^2}{\bar{\epsilon}} \int_{-d}^d dx' K(x, x') n_e(x'), \quad (3.1.10)$$

ifadesi ile verilmektedir. Burada  $-e$  elektron yükü ve  $\bar{\epsilon}$  ortalama dielektrik sabitidir.  $K(x, x')$  kerneli, bilinen bir fonksiyondur ve  $V(-d) = V(d) = 0$  sınır koşulları altında Poisson denkleminin çözümünü tanımlar. Bu kernel,

$$K(x, x') = \ln \left| \frac{\sqrt{(d^2 - x^2)(d^2 - x'^2)} + d^2 - x'x}{(x - x')d} \right| \quad (3.1.11)$$

ile verilir ve (3.1.10) ifadesindeki Hartree potansiyeli  $V_H(x)$ , elektron yoğunluğu  $n_e(x)$  ile Poisson eşitliğinden hesaplanır (Chklovskii vd 1992, Oh ve Gerhardtts 1997, Sıddıki ve Gerhardtts 2003, Sıddıki ve Gerhardtts 2004).

Burada, değiş-tokuş ve korelasyon etkileri ihmal edilmiş; spin dejenereliği dikkate alınmıştır. Elektrostatik kendinden tutarlı çözümü tamamlamak için verilen etkin bir  $V(x)$  toplam potansiyelinde elektron yoğunluğunu hesaplamak gerekir. Elektron yoğunluğu hesabı, Thomas Fermi Yaklaşımına (TFY) ve Thomas Fermi Poisson Yaklaşımına (TFPY) dayanmaktadır.

### 3.1.2.1. Thomas-Fermi yaklaşımı (TFY)

Thomas Fermi yaklaşımı, düzgün (uniform) sistemlerde iyi tanımlı bir kuramdır. Bu yaklaşım dış potansiyeldeki değişmeler,  $|\nabla V(r)|/V(r) \ll k_F(r)$  şeklinde Fermi dalga boyu ölçeğinde zayıf ise geçerlidir. Buradaki çalışmada da  $V(x)$  potansiyelinin, kuantum uzunluk ölçeklerinden (manyetik uzunluk, dalga fonksiyonunun genişliği ya da Fermi dalga boyu gibi) çok daha büyük olan uzunluk ölçeğinde yavaşça değiştiği durumlarda TFY geçerli kabul edilmiştir.

### 3.1.2.2. Thomas-Fermi Poisson yaklaşımı (TFPY)

Thomas Fermi Poisson yaklaşımı, TFY yaklaşımının devamı niteliğindedir. TFY' nda değinildiği gibi potansiyelin yavaş değiştiği uzunluk ölçeklerinde, Landau dalga fonksiyonlarının genişliği ihmal edilebilir ve dalga fonksiyonlarının karesi için  $|\phi_{n,x}(x)|^2 \approx \delta(x - X)$  yaklaşımı yapılabilir. Bu durumda Landau seviyeleri pertürbe olmuş gibi davranır ve ilk pertürbasyon terimi ile enerji,

$$E_n(X) \approx E_n + V(X) \quad , \quad E_n = \hbar\omega_c(n+1/2) \quad (3.1.12)$$

şeklinde elde edilir. Sonlu bir manyetik alan varlığında durum yoğunluğu için (2.5.23) ifadesi kullanılırsa TFY için durum yoğunluğu,

$$D(E) = (\pi l^2)^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} \delta(E - \hbar\omega_c(n+1/2)) \quad (3.1.13)$$

olarak elde edilir.

Bu çalışmada kendinden tutarlı TFPY ile hesaplar yapılırken, Oh ve Gerhardts (1997), Güven ve Gerhardts (2003), ile Siddiki ve Gerhardts (2004) çalışmaları referans olarak alınmaktadır. Pozitif arka alan yüklerinin yarattığı potansiyel  $V_{bg}(x)$  ile ilişkili olan perdeleme parametresi,  $\alpha_{sc} \equiv \pi a_0 / d$  ve  $a_0 = \bar{\epsilon} \hbar^2 / (2me^2)$  ile verilmektedir.

Buradaki örnek  $2d$  genişliğindedir ve gerçek simetrik elektron profil bölgesi  $2b$  genişliğinde seçilmiştir. Bu durumda  $d-b$  tükenme bölgesi genişliğidir.

$$V(b) = V(-b) = E_F = \mu_0 \quad (3.1.14)$$

sınır şartları ile  $T = 0$  ve  $B = 0$  koşulunda,  $|x| \leq b$  bölgesinde sistemin toplam potansiyel enerjisi,

$$V(x) = -E_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{d}\right)^2} + \frac{1}{\alpha_{sc}} \int_{-b}^b \frac{dx'}{d} K(x, x') [\bar{\mu}_0 - V(x')] \quad (3.1.15)$$

ile verilir. Burada  $\bar{\mu}_0$  kimyasal potansiyel ve  $D_0 = m/\pi\hbar^2$  elektron sayı yoğunluğu olmak üzere,

$$n_e(x; B = 0, T = 0) = D_0 [\bar{\mu}_0 - V(x')] \quad (3.1.16)$$

olarak elde edilir. Ortalama elektron sayı yoğunluğu,

$$\bar{n}_e = \int_{-d}^d dx n_e(x; B = 0, T = 0) / 2d \quad (3.1.17)$$

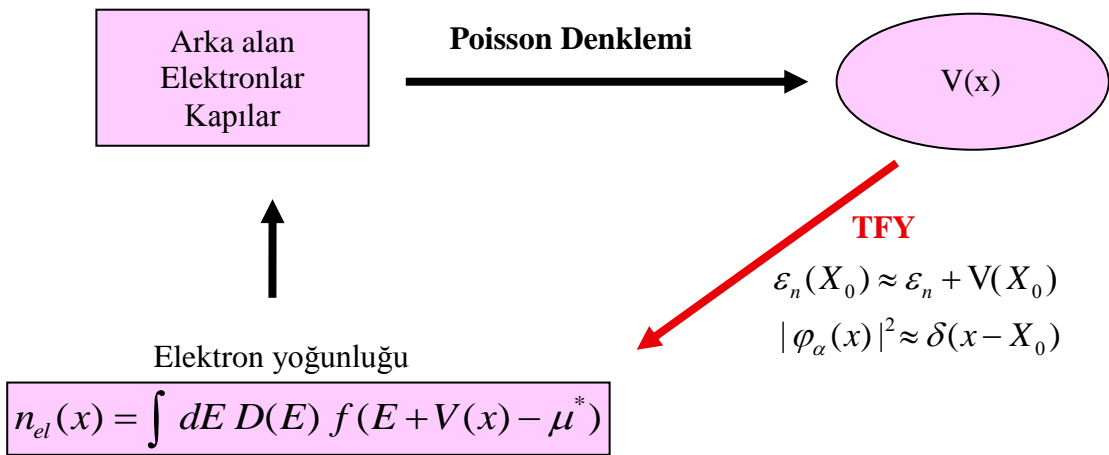
olur ve sistemin Fermi enerjisi,

$$E_F^0 = n_e(0; B = 0, T = 0) / D_0 \quad (3.1.18)$$

ile verilir (Oh ve Gerhardts 1997, Güven ve Gerhardts 2003, Sıddıki ve Gerhardts 2004).

Bu çalışmada, elektrostatik kendinden tutarlı çözüm ile elektron dağılımları elde edilirken kullanılan ‘EST3D’ (ElectroStatic in 3 Dimensions) programında hesaplamaların yapılma yöntemi şu şekildedir: Önce göz önüne alınan yapıların

geometrisine uygun biçimde kapılar ya da kesme yapılan bölge tanımlanır ve ele alınan deneysel heteroyapıya uygun olarak donörler yerleştirilir. Bu donörlerin yarattığı arka alan potansiyelinin etkisi ile elektron gazı tabakası içindeki ilk elektron dağılımları belirlenir. Daha sonra bu dağılım, Poisson denkleminde çözülerek sistemin oluşturduğu potansiyel hesaplanır. Hesaplanan bu potansiyel TFY ile Fermi-Dirac dağılım fonksiyonunda yerine yazılarak yeni elektron dağılımı elde edilir. Yeni elektron dağılımı ile ilk elektron dağılımı yakınsayana kadar, yani sistem (elektrostatik) dengeye gelene kadar bu döngü devam eder (Bkz. Şekil 3.1).



Şekil 3.1. Kendinden tutarlı Thomas-Fermi-Poisson yaklaşımının şematik gösterimi

### 3.1.2.3. Sanki (Quasi) Hartee yaklaşımı (QHY)

TFY' nda, potansiyelin yavaşça değiştiğini düşünülerek dalga fonksiyonların genişliği ihmal edilmekte ve dalga fonksiyonlarını delta fonksiyonları olarak alınmakta idi. QHY ise potansiyelin yavaşça değişmediği durumlar için en basit bir çözümdür. Bu yaklaşımda temel prensip enerji özdeğerlerinin TFY yaklaşımı ile aynı şekilde ele alınması ve bunun yanında dalga fonksiyonları olan delta fonksiyonları yerine Landau dalga fonksiyonları ele alınmasıdır. Bölüm 2.5.1' de verildiği gibi merkezden  $Y_0$  kadar ötelenmiş Landau-Hermite dalga fonksiyonları,



$$\varphi(x, y) = \frac{1}{\pi^{1/4} \sqrt{l}} e^{i k_x x} e^{-\frac{(y-Y_0)^2}{2l^2}} H_n \left( \frac{y-Y_0}{l} \right) \quad (3.1.19)$$

şeklindedir. Enerji özdeğerleri ise TFY' nda tanımlandığı gibi  $E_n = \hbar\omega_c (n+1/2)$  şeklindedir.

### 3. 2. Elektrostatik Perdeleme Kuramı

Elektronların toplu olarak dış potansiyele ya da elektrik alana verdikleri etkileşme tepkisine yani dış potansiyelin etkilerini yok etmeye çalışmalarına elektronik perdeleme (screening) denir.

Elektron-elektron etkileşimlerini hesaplamının güçlüğünden dolayı, çok parçacıklı sistemlerin perdeleme kuramı hesapları, *tek parçacık* perdeleme kuramı ile yapılabilmektedir. Tek parçacık resminde,  $N$  tane elektronun hepsi aynı dalga fonksiyonu ile ifade edilmektedir.

$$\psi = \sum_{i=1}^N |\psi_i\rangle \quad (3.1.20)$$

Tek bir elektronun dalga fonksiyonuna bakılarak, diğer tüm elektronların dalga fonksiyonları bu elektronun dalga fonksiyonu ile yorumlanmaktadır. Etkileşmelerin olduğu durumda ise tek parçacık etrafındaki etkileşmeler hesaba katılmaktadır. Tek parçacık perdeleme kuramı (Sıddıki ve Gerhatdts 2004), hem deneylerin yüksek hassasiyette tekrar edilebilirliğini hem de iletim mekanizmalarının yerel olarak malzeme özelliklerine bağlılığını açıklama başarısını göstermiştir. Sözü geçen perdeleme kuramı birçok deneysel düzenek için sınanmış ve elde edilen bulgular bu kuramın gücünü ortaya koymuştur (Sıddıki 2007, Arslan vd 2008, Friedland vd 2009). Bu çalışmadaki hesaplar da, tek parçacık perdeleme kuramı ile yapılmaktadır.

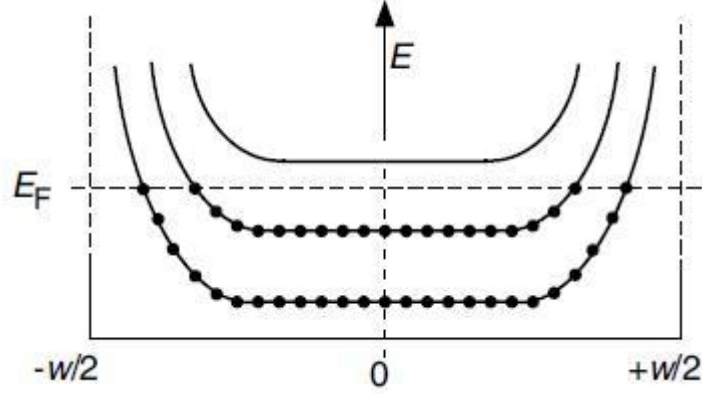
Tek parçacık perdeleme kuramı, elektronun ortamla etkileşmesi sonucunda ortamın elektronlara verdiği tepkiyi araştırır. Eğer elektronların girilebilir durumları

varsa, elektronlar konumlarını değiştirerek dış potansiyeli perdelemeye çalışırlar. Metallerde perdeleme mükemmel olur çünkü elektronlar metal içinde serbestçe hareket edebilmektedirler. Yarıiletkenlerde ise kısmen perdeleme olur; yani Fermi seviyesinin altındaki elektronlar için kısmen girilebilir yerel durumlar mevcuttur.

Genel olarak, eğer Fermi seviyesi ardışık iki Landau seviyesi arasına dışerse elektronlar bu durumda hareket edip yeni bir dağılım gosteremezler; yani perdelemeye katkı veremezler. Zayıf perdelemenin olduğu bölge sıkıştırılmaz olarak adlandırılır ve bu bölge yalıtkan gibi davranır. Yerel doldurma faktörü  $\nu(x, y) = n_e(x, y) / n_\phi$ , sıkıştırılmaz bölgelerde tam sayı ya da özel kesirli sayı değerini alır ki bu da Landau seviyesinin yerel olarak tamamen doldurulduğu anlamına gelir. Eğer Fermi enerjisi, Landau seviyelerinden birinin içine dışerse bu seviye kısmen doldurulmuştur ve yerel doldurma faktörü tam sayı değildir. Elektronlar yeniden dağılabilirler, böylece güçlü bir perdeleme vardır. Bu nedenle bu bölge bir metal gibi davranır.

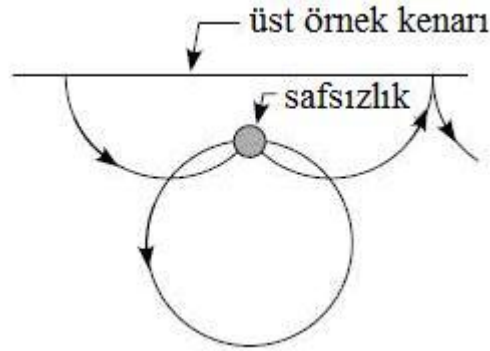
### **3.2.1. Kenar durumu resmi ve Chklovskii resmi: Sıkıştırılabilir ve sıkıştırılmaz şeritler**

Kenar durumlarındaki taşınım mekanizması üzerine ilk alışma Halperin (1982) tarafından yapılmıştır. Halperin gerçek örnek yapılarındaki boyutların sonlu olmasından dolayı ortaya çıkan hapsolma potansiyeli gibi etkileri araştırmıştır. Kenar durumları, gerçek örneklerdeki malzemenin kenarlarının varlığının bir sonucudur. Gerçek rneğin kenarlarındaki hapsolma potansiyelleri şekil 3.2' de grldğu gibi Landau seviyelerini yukarıya doğru büker. Her Landau seviyesinin Fermi enerjisi ile keşiştiği noktada bir boyutlu kenar kanalı oluşur.



Şekil 3.2. Örneğin kenarlarındaki hapsolme potansiyeli ile 2BEG' nin manyetik alandaki enerji spektrumu. Fermi enerjisinin altındaki seviyeler doludur.

Klasik olarak bu durum, bir manyetik alanda örneğin kenarları boyunca hareket eden bir elektron yörüngesine karşı gelir. Sonuç olarak örneğin kenarları yakınındaki Fermi enerjilerinde genişletilmiş durumlar oluşur.



Şekil 3.3. Yerelleşmiş bir safsızlığın varlığında örneğin üst kenarı boyunca sanki klasik sıçrama yapan yörüngeler

Bu modele göre, düzgün manyetik alan içerisinde bulunan elektronlar Şekil 3.3' de gösterildiği gibi yarıçapları siklotron enerjileri ile ilişkili yörüngeler çizmektedirler. Malzemenin orta bölgelerine yakın olan yörüngelerdeki zıt yönlü akımlar birbirini yok etmekte iken, kenarları boyunca aynı yönlü akımlar kalmaktadır. Böylece elektronlar, malzemenin kenarlarında helis biçiminde bir yol izlemekte ve akım malzemenin kenarlarındaki bir boyutlu kanallar boyunca akmaktadır; buna “**kenar akımı**” denilmektedir.

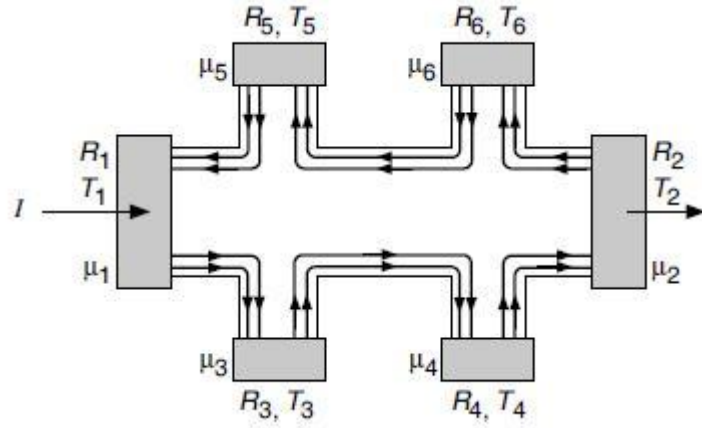
Taşınmın mekanizması üzerine diğer bir çalışmada Landauer tarafından yapılmıştır ve bu çalışma yüksek manyetik alanlardaki elektriksel taşınm olayında kenar durumlarının onemini belirten Landauer formalizmidir (Landauer 1957, 1970). Taşınmın Landauer formalizminde akım, sürücü kuvvet olarak alınır ve elektrik alan, akımın akışından dolayı olan yk dağılımlı hesaplanarak elde edilir. Geçiş ve yansımaya olasılıkları kullanılarak akım, kontaklardaki elektrokimyasal potansiyelin fonksiyonu olarak verilir.  $\mu_1$  ve  $\mu_2$  elektrokimyasal potansiyelindeki iki elektron rezervuarları arasında yerelleşmiş tek bir kenar kanalı  $k$  için akım,

$$I = ev_k D(E)(\mu_1 - \mu_2) = \frac{e}{h} \Delta\mu \quad (3.1.21)$$

ile verilir. Burada  $v_k$ , Landau seviyelerin eğimi ile ilişkili elektronların sürüklenme hızı ve  $D(E) = 2\pi\hbar v_k$  ile tanımlanabilen bir boyutlu kanal için durum yoğunluğudur (Buttiker 1988). Rezervuarlar arasındaki potansiyel düşmesi  $eV = \Delta\mu$  olduğundan iki-terminalli kenar durumunun direnci  $R = \frac{V}{I} = \frac{h}{e^2}$  olarak elde edilir.  $N$  kanal için ise direnç,

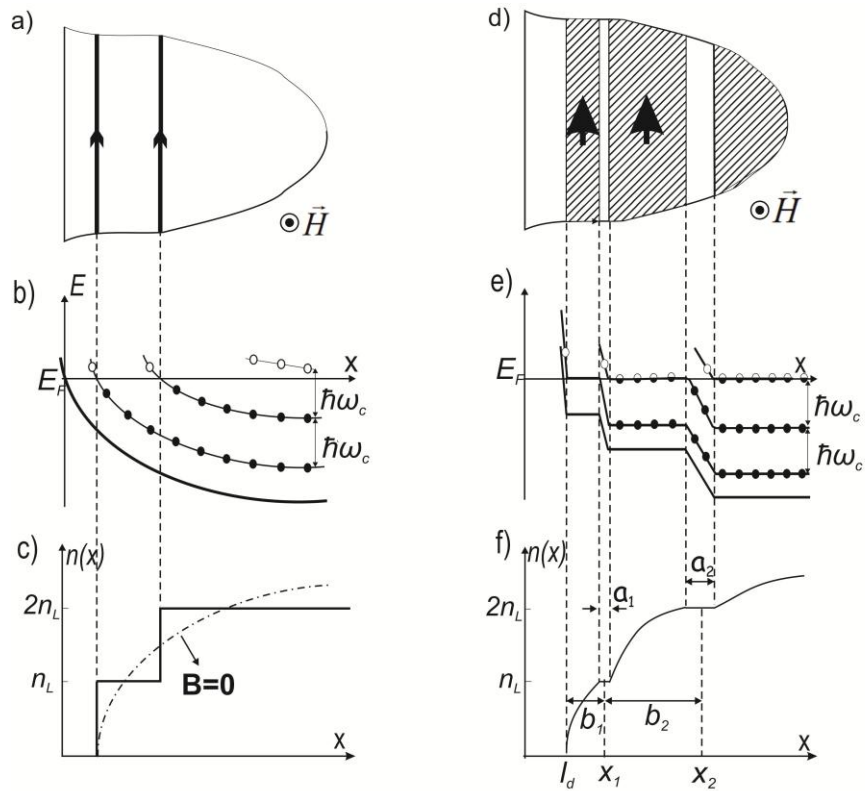
$$R = \frac{h}{e^2} \frac{1}{N} \quad (3.1.22)$$

olarak verilir. Gerçek Hall ubuğu yapısı Şekil 3.4' de resmedilmiştir. Kontaklar  $T_i$  geçiş ve  $R_i$  yansımaya katsayıları ile karakterize edilmiştir. Kontaklar birbirinden esnek olmayan saçılma uzunluğundan daha büyük uzaklıklarda ayrılmıştır ve kontaklar ideal olsun ya da olmasın  $T_i = 1$  ve  $R_i = 0$  dır. Elektrokimyasal potansiyeller arasında  $\mu_1 = \mu_3 = \mu_4$  ve  $\mu_2 = \mu_5 = \mu_6$  şeklinde bir ilişki vardır. Bu koşullar  $I = Ne(\mu_1 - \mu_2)$  ve  $V_H = V_{56} = V_{34} = \Delta\mu$  olmasına neden olur ve  $R_H = h/Ne^2$  ve  $R_{xx} = 0$  sonuçlarını doğurur.



Şekil 3.4. 6 ohmik kontaklı Hall çubuğunun şematik resmi. Akım kaynak ve çıkış arasında akmaktadır.

Kenar resmi yaklaşımı, yığınsal resimden oldukça farklıdır çünkü yığınsal resim, örneğin kenar etkilerini tamamen yok sayar. Kenar kanallarının özellikleri birçok bağlamda Beenakker (1989), Levkivskiy ve Sukhorukov (2008), McClure vd (2009) tarafından çalışılmıştır.



Şekil 3.5. Tam sayılı kuantum Hall rejimindeki kenar durumlarının yapısı. (a, b, c) etkileşmelerin olmadığı durumda; (d, e, f) etkileşmelerin olduğu durumda tek elektron kenar durumlarının resmi

Şekil 3.5.a-c elektronlar arasındaki etkileşmelerin ele alınmadığı durumda Halperin (1982) tarafından çalışılan kenar durumu resmidir. Şekil 3.5.a' da kenar yakınındaki 2BEG düzleminin üstten görünüşü gösterilmektedir ve elektron oklarla gösterilen iki kenar kanalında akmaktadır. Şekil 3.5.b' de ise uygulanan manyetik alanın etkisiyle oluşan Landau seviyelerinin, potansiyel enerji boyunca bükülmeleri görülmektedir. Elektronların Fermi enerjisine kadar Landau seviyelerine yerleştikleri (içi dolu halkalar) ve Landau seviyesinin üstünde elektron olmadığı (içi boş halkalar) görülmektedir. Şekil 3.5.c şekline soldan bakılırsa birinci Landau enerji seviyesine (LL1) kadar olan bölgede hiç elektronun olmadığı, LL1' e gelindiğinde ise elektronların ilk enerji seviyesine yerleştiği ve ikinci Landau seviyesine (LL2) gelene kadar elektron dağılımının sabit kaldığı ve daha sonra ise elektronların LL2' ye yerleştikleri görülmektedir. Şekil 3.5.c' deki noktalı-kesikli eğri ise manyetik alan olmadığı durumdaki elektron dağılımını göstermektedir.

Halperin' in kenar durumu resmine elektron-elektron (direk Coulomb) etkileri dahil edildiğinde, elektron yoğunluk profilinin basamak şeklinde olan davranışının değişeceği Chang (1990), Chklovskii vd (1992) ve Wulf vd (1998) tarafından bildirilmiştir. Elektron dağılımındaki bu tutarsızlığı ortadan kaldıran direk Coulomb etkilerinin dikkate alınması ile Chklovskii vd (1992) tek parçacık resminin, Şekil 3.5.d-f' deki gibi olacağını önermişlerdir. Manyetik alan, Landau seviyelerini ortaya çıkarmaktadır ve safsızlıklar ise bu seviyelerin enerjilerini genişletmektedir. Chklovskii vd (1992) düşük sıcaklıkta manyetik alanın malzeme üzerinde etkisi ile 2BEG' in yerel olarak sıkıştırılabilir ve sıkıştırılmaz bölgelere ayrılması gerektiğini önermişlerdir.

Şekil 3.5.d' deki 2BEG sisteminde, taralı şeritler tam sayı olmayan doldurma faktörü ile verilen bölgeleri (sıkıştırılabilir akışkanı), beyaz şeritler ise tam sayılı doldurma faktörü bölgelerini (sıkıştırılmaz akışkanı) temsil etmektedir. Şekil 3.5.e' de elektronların Landau seviyelerine yerleşmeleri görülmektedir; yarısı dolu daireler ile Fermi seviyesinin altındaki durumların yerel olarak dolu, Fermi seviyesinin üstündeki durumların boş olduğu resmedilmiştir. Şekil 3.5.e' deki potansiyel dağılımının değişmediği yerler (düzlük bölgeleri), elektronlar arasındaki etkileşmelerden dolayı

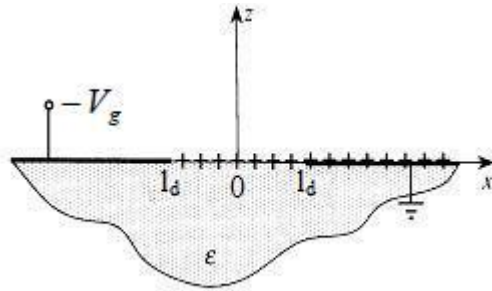
elektronik perdelemenin çok iyi olduğu durumu gösterir. Bu bölgelerde elektronlar rahatça hareket ederek dış potansiyelin etkilerini yok edebilmektedir ve elektronların bu hareketliliği bu bölgenin sıkıştırılabilir bir bölge olduğunu göstermektedir. Potansiyel dağılımının konumla değiştiği, potansiyelde bir atlamanın olduğu bölgeler ise elektronik perdelemenin kötü olduğu durumu, elektron hareketliliğinin çok çok az olduğu durumu, yani bu bölgenin sıkıştırılamaz bir bölge olduğunu göstermektedir. Yine Şekil 3.5.e' den görüldüğü gibi, Fermi enerjisi iki Landau seviyesi arasındaki boşluğa düştüğünde bu durum sıkıştırılamaz bölgeyi, Fermi enerjisi Landau seviyesi üzerine düştüğü durum ise sıkıştırılabilir bölgeyi oluşturmaktadır. Şekil 3.5.f' de ise  $b$  genişliği ile gösterilen şeritlerde elektron dağılımının değiştiği (o bölgeye elektron eklemenin mümkün olduğu) görülmektedir, bu şeritlere sıkıştırılabilir şerit (CS) denilmektedir.  $a$  genişliği ile gösterilen şeritlerde ise elektron dağılımının sabit olduğu (o bölgeye elektron eklemenin mümkün olmadığı) görülmektedir, bu şeritlere sıkıştırılamaz şerit (IS) denilmektedir. Sıkıştırılamaz şeritlerin ve sıkıştırılabilir şeritlerin oluşumu çeşitli yaklaşımlarla kuramsal olarak incelenmektedir. En çok kabul gören çalışma Chklovskii vd tarafından 1992' de yapılan ve Chklovskii resmi olarak adlandırılan çalışmadır.

Elektrostatik perdeleme kuramı, Chklovskii vd (1992) tarafından analitik olarak çalışılmıştır ve bu çalışma, bu tezde olduğu gibi pek çok çalışmada referans olarak alınmaktadır. Elektronlar için girilebilir durumlarının olması bizi sıkıştırılabilir şerit (CS) ve girilebilir durumların olmaması ise sıkıştırılamaz şerit (IS) kavramlarını incelemeye yöneltir.

Şekil 3.5.e' de görüldüğü gibi sıkıştırılamaz şerit boyunca enerjide bir değişim söz konusudur yani bir potansiyel farkı oluşur. Bu nedenle birçok çalışmada olduğu gibi bu çalışmada da akımın sıkıştırılamaz kanallardan aktığı savunulmaktadır ve bu nedenle sıkıştırılamaz şeritlerin yerleri (örneğin neresinde oluştuğu), genişlikleri ve girişim özellikleri incelenmektedir.

### 3.2.2. Chklovskii vd (1992) Çalışması: Sıkıştırılmaz Şeritlerin Yer ve Genişlik Hesabı

Chklovskii vd (1992) tarafından kenar durumlarının elektrostatığı üzerine yapılan çalışmada, sıkıştırılmaz şeritlerin doldurma faktörüne bağlılığı analitik olarak elde edilmiştir. Anılan çalışmada, yarıiletken malzemeye (GaAs/AlGaAs) donör katkılanması sonucu oluşan 2 boyutlu elektron gazı (2BEG) sistemi ele alınmış ve 2BEG'nin her iki tarafına yanlardan metalik kontaklar yerleştirilmiştir. Bu metalik kontaklar arasında oluşturulan potansiyel fark (kontaklardan birine negatif kapı potansiyeli uygulanmış, diğeri topraklanmıştır) problemin elektrostatik olarak analizine olanak sağlamaktadır. Problemin elektrostatik modellenmesinde 2BES' nin yarıiletken ve hava arasındaki düzlemde ortaya çıktığı ve sınırlardan uzakta elektron yoğunluğunun, donör yoğunluğuna eşit hale geldiği düşünülmüştür; donör konsantrasyonundaki dalgalanmalar ihmal edilmiştir. Donör ve elektron tabakaları ile birlikte metalik plakaları aynı  $z = 0$  düzleminde ve sistem bir kapasitördür. Metal plakaların birbirinden düzgün yüklenmiş bir yalıtkan ile ayrıldığı kabul edilmiştir. Bu elektrostatik modelleme Şekil 3.6' da gösterilmektedir. 2BEG'nin sınırı, buradaki metalik kapıya  $-V_g$  negatif voltajı uygulanarak oluşturulmaktadır.



Şekil 3.6. 2BEG kenarında oluşturulan iki-boyutlu kapasitör.

Kalın çizgiler iki iletkeni temsil etmektedir. Solda  $-V_g$  potansiyelinde kapı ve sağda ise topraklanmış 2BEG görülmektedir. Artılar donörlardan dolayı olan düzgün pozitif arka planı temsil etmektedir.

2BES' nin altındaki  $z < 0$  yarı-düzlemi,  $\epsilon \gg 1$  dielektrik sabitli yarıiletken ile doldurulmaktadır; bu nedenle problemin çözümü, verilen sınır koşulları ile Laplace



denkleminin çözümdür. Chklovskii vd (1992)' nin yaptıkları analiz aşağıda verilmektedir:

Problemin sınır koşulları:

$$\phi(x, z=0) = \begin{cases} -V_g, & x < -l_d \\ 0, & x > l_d, \end{cases} \quad (3.1.23)$$

$$\left. \frac{d\phi(x, z)}{dz} \right|_{z \rightarrow 0} = \frac{4\pi e n_0}{\epsilon}, \quad |x| < l_d \quad (3.1.24)$$

Burada çözüm  $\phi = \phi_1 + \phi_2$  şeklinde iki harmonik fonksiyonun toplamı olarak verilmektedir.  $\phi_1$  ve  $\phi_2$  elektrostatik potansiyellerinin çözümleri olarak,

$$\phi_1(x, z=0) = \frac{-V_g}{2} + \frac{V_g}{\pi} \arcsin(x/l_d), \quad |x| < l_d \quad (3.1.25)$$

$$\phi_2(x, z=0) = \frac{4\pi e n_0}{\epsilon} (l_d^2 - x^2)^{1/2}, \quad |x| < l_d \quad (3.1.26)$$

eşitlikleri elde edilmiştir.

Elektron dağılımı, hapsolme doğrultusu  $x$  boyunca ve uygulanan potansiyele bağlı olarak değişir. Sistem  $y$  doğrultusunda değişmez kabul edilmektedir. Kapı uygulanan kenar yakınındaki elektron yoğunluğu, sıfır kapı voltajında yığınsal değerine ulaşmaktadır. Kapıya negatif bir voltaj uygulandığı zaman elektronlar geriye bir tükenme bölgesi bırakarak kapı uygulanan sınırdan uzaklaşmaya zorlanırlar. Elektrik alanın sürekliliği koşulu  $-\frac{d\phi_1}{dx} \Big|_{x=l_d} = -\frac{d\phi_2}{dx} \Big|_{x=l_d}$ , ( $l_d$ ) tükenme şeridi genişliğinin elde edilmesini sağlar ve Chklovskii vd çalışmasında bu genişliğin kapı potansiyeli ile doğru orantılı olarak değiştiği bulunmuştur ve

$$l_d = \frac{V_g \varepsilon}{4\pi^2 n_0 e} \quad (3.1.27)$$

olarak elde edilmiştir. Burada  $n_0$ , donör tabakasının homojen sayı yoğunluğudur. Metalik şeritteki elektron yoğunluğunun uzaysal dağılımı  $n_e(x)$ , tükenme bölgesinin sonundan başlar ve

$$n_e(x) = n_0 \sqrt{\frac{x-l_d}{x+l_d}}, \quad x > l_d \quad (3.1.28)$$

eşitliği ile verilir; sınırdan çok uzaklarda elektron yoğunluğunun  $n_0$  yığımsal değerine gittiği görülmektedir.

Manyetik alanın varlığında elektron yoğunluğu, ayırık durum yoğunluklarının doğasından dolayı alışılmışın dışında perdeleme özellikleri sergilerler. Bölüm 3.2.1' de belirtildiği gibi, eğer etkileşmeler dikkate alınmazsa tek-parçacık resmi basamak gibi değişen elektron yoğunluğu dağılımı sergiler. Chklovskii vd buradaki problemi, tamamen metalik ve yalıtkan bölgelere ayırarak çözdüğü için, metal bölgelerde perdeleme uzunluğu için  $r_s = 0$  ve yalıtkan bölgeler için  $r_s = \infty$  yaklaşımı yapmışlardır.

Güçlü manyetik alanların olması durumunda, Chklovskii vd, 2BES içindeki tek parçacık etkileşmeleri sonucunda sıkıştırılabilir ve sıkıştırılmaz bölgelerin ardışık olarak ortaya çıktıklarını önermişlerdir. Yüksek manyetik alanlarda Landau kuantizasyonundan dolayı ortaya çıkan enerji aralığı  $\hbar\omega_c$  sınır koşullarına dahil edilmiş ve yeni sınır koşulları aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\varphi'(x, z=0) = \begin{cases} -V_g, & x < -l_d \\ 0, & l_d < x < x_1 - a_1/2 \\ \hbar\omega_c, & x > x_1 + a_1/2 \end{cases} \quad (3.1.29)$$

$$\left. \frac{d\varphi'(x, z)}{dz} \right|_{z \rightarrow 0} = \begin{cases} \frac{4\pi e n_0}{\varepsilon}, & -l < x < l \\ \frac{4\pi e}{\varepsilon} \left( n_0 - \frac{1}{2\pi l^2} \right), & |x - x_1| < a_1 / 2 \end{cases} \quad (3.1.30)$$

Burada  $a_1$ , Şekil 3.5.f' de gösterilen tam sayılı ilk sıkıştırılmaz şeridin genişliğini ve  $x_1$ , şeridin merkezinin uzaysal koordinatını belirtir. Her  $k = 1, 2, \dots, n$  tam sayılı sıkıştırılmaz şeridin genişliği  $a_k$  için yeni sınır koşulları düşünülerek ve sınırlardaki süreklilik ilişkileri kullanılarak Laplace denkleminin çözülmesi ile şerit genişliği için

$$a_k = \sqrt{\frac{2 \varepsilon \Delta E}{\pi^2 e^2 \left. \frac{dn_e}{dx} \right|_{x=x_k}}} \quad (3.1.31)$$

ifadesi türetilmiştir.  $k$ . sıkıştırılmaz şeridin merkezsel konumu  $x_k$  için ise,

$$x_k = l_d \frac{v_0^2 + k^2}{v_0^2 - k^2} \quad (3.1.32)$$

ifadesi elde edilmiştir Chklovskii vd (1992).

Sıkıştırılmaz şeridin genişliğinin, elektron yüküne ( $e$ ), dielektrik sabitine ( $\varepsilon$ ), şeridin ortasına göre hesaplanan elektron yoğunluğunun konumla değişimine ( $\left. \frac{dn_e}{dx} \right|_{x=x_k}$ ) ve enerji aralığına ( $\Delta E$ ) bağlı olduğu görülmektedir.

Chklovskii vd (1992) tarafından, kesirli sayılı sıkıştırılmaz şeritler için de tam sayılı sıkıştırılmaz şeritlere benzer bir enerji boşluğu olduğu vurgulanmaktadır. Böylece bu elektrostatik yaklaşım formülasyonu KKHE için de genelleştirilmiştir ve kesirli doldurma faktörüne ait kenar kanallarının genişlikleri için benzer formüller önerilmiştir. Kesirli doldurma faktörlü şeritlerin konumları,

$$x_f = l_d \frac{v_0^2 + f^2}{v_0^2 - f^2} \quad (3.1.33)$$

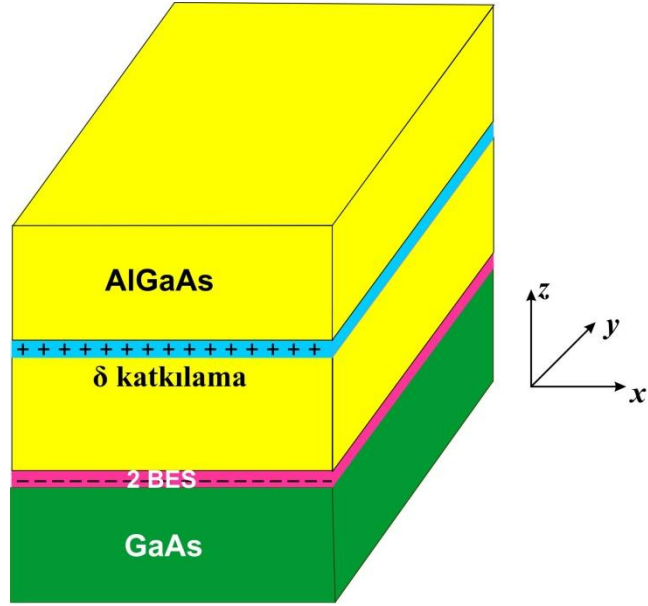
ile ve bu şeritlerin genişlikleri de,

$$a_f = \sqrt{\frac{4\varepsilon \Delta E}{\pi^2 e^2 (dn_e / dx|_{x=x_f})}} \quad (3.1.34)$$

ile verilmektedir Chklovskii vd (1992) . Burada  $\Delta E$  iki sanki Landau seviyesi arasındaki enerji aralığı değeridir. Bu enerji aralığı için kesin bir ifade olmamakla birlikte, literatürde doldurma faktörünün değeri ile değişen enerji aralığı değerleri mevcuttur.

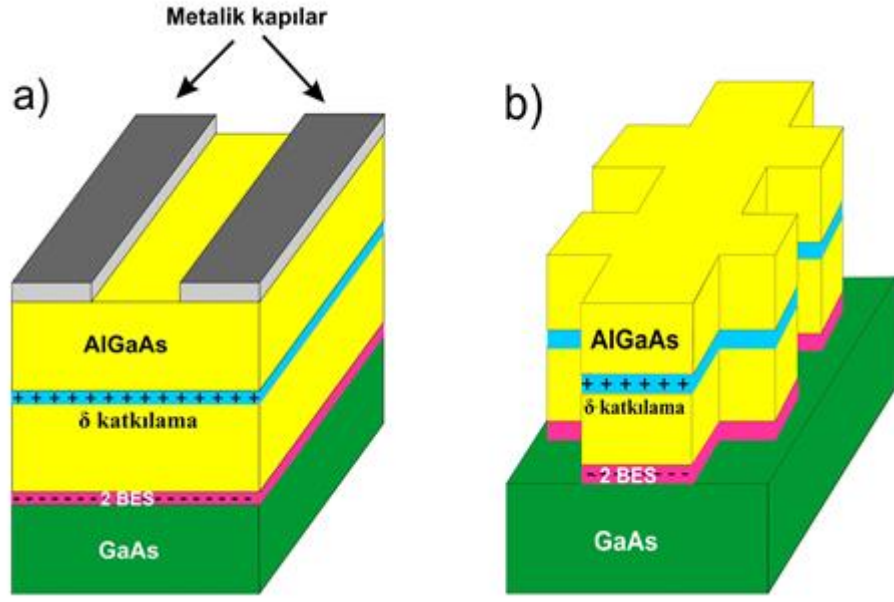
#### 4. BULGULAR ve TARTIŞMA

Bu tez çalışmasında genel olarak, GaAs/AlGaAs heteroyapıların arayüzeyinde oluşan 2BES' nin, kesirli doldurma faktörlü kenar durumlarının elektronik perdeleme özellikleri incelenmiştir. Bu inceleme yapılırken, deneysel olarak çalışılan malzemeler için literatürde verilen katman yapıları ve parametreleri kullanılmıştır. Ele alınan geometri, genel yapı itibari ile Şekil 4.1' de gösterildiği gibidir. Bu gösterimde tek donör tabakası resmedilmiştir.



Şekil 4.1. GaAs/AlGaAs heteroyapının gösterimi

Çalışmada GaAs ve AlGaAs yarıiletken malzemelerin arayüzeyinde oluşan elektron gazının özellikleri, malzemenin yüzeyine metal kontaklar koyarak kapı uygulama (metallic gate), kimyasal kesme (chemical etching) ve hem kesme yapıp hem kapı uygulama (trench-gate) yöntemleri ile incelenmiştir. Bu yöntemlerin ilk ikisinin temsili gösterimi Şekil 4.2 ile verilmektedir. Metalik kontaklara çeşitli değerlerde kapı potansiyelleri uygulanabilmekte ve kimyasal kesme yapılan durum için de çeşitli derinliklere inilebilmektedir. Şekil 4.2.b' de 2BES tabakasına kadar kesme yapılmış durum resmedilmiştir. Hem kesme yapıp hem kapı uygulama durumu burada resmedilmemiştir ancak bu işlem, kesme yapıldıktan sonra istenilen katmana kapı uygulama işlemidir.

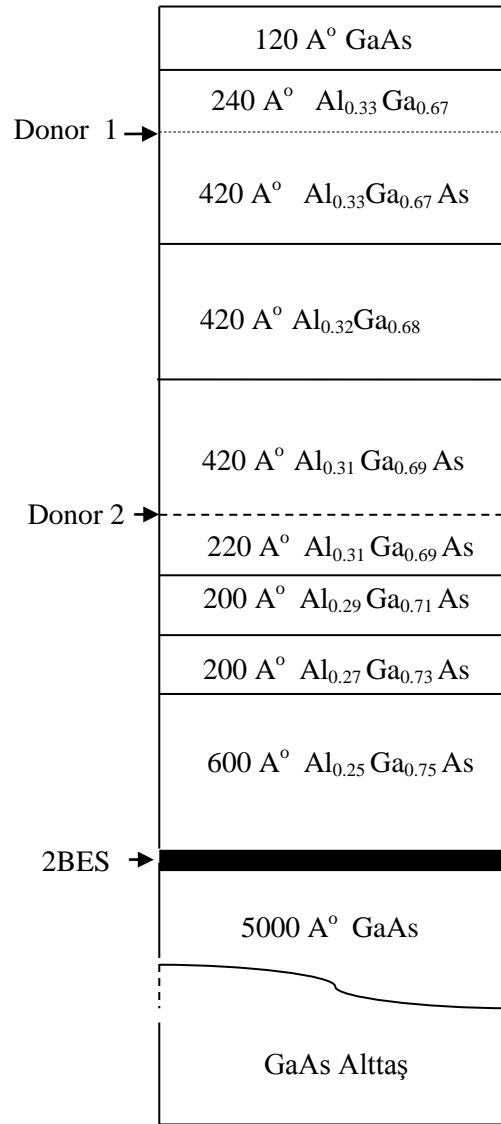


Şekil 4.2. a) Kapı uygulanmış eklemin yapısı b) Kimyasal kesme yapılmış eklemin yapısı

Sistemin yük ve potansiyel dağılımını elde etmek için, A. Weichselbaum tarafından yazılan ve S. Arslan tarafından geliştirilen ve heteroyapıların modellenmesi için kullanılan Poisson denkleminin üç boyutta nümerik çözümünü sağlayan EST3D programı kullanılmıştır (Arslan vd 2008). Bu programda, gerçek örnek özelliklerini (yarıiletkenin dielektrik sabitini, örnek genişliğini, yüksekliğini, donörlerin yerini ve yoğunluklarını, 2BES' in yerini) tanımlamak mümkün olmakta ve böylece gerçek sonuçlara yakın bir modelleme yapılabilir.

Bu çalışmada heteroyapıyı tanımlamak için Camino ve grubunun deneysel çalışmalarda (Camino 2005, 2006, 2007) kullandığı kristal yapıların üst üste gelmesi ile oluşan katmanlı yapı kullanılmıştır ve katman profili Şekil 4.3' de resmedilmiştir.

Burada donör 1 ve donör 2 ile görülen katmanlara silikon ile katkılama ( $\delta$  doping) yapılmıştır. Donörler, 2BES' ne elektron sağlamaktadırlar. Elektron yoğunluğu, donör tabakalarına uygulanan katkılama miktarına, Şekil 4.2' de gösterilen metal kontaktların şekline ve uygulanan kapı voltajının değerine, kesme derinliğine bağlı olarak değişmektedir.

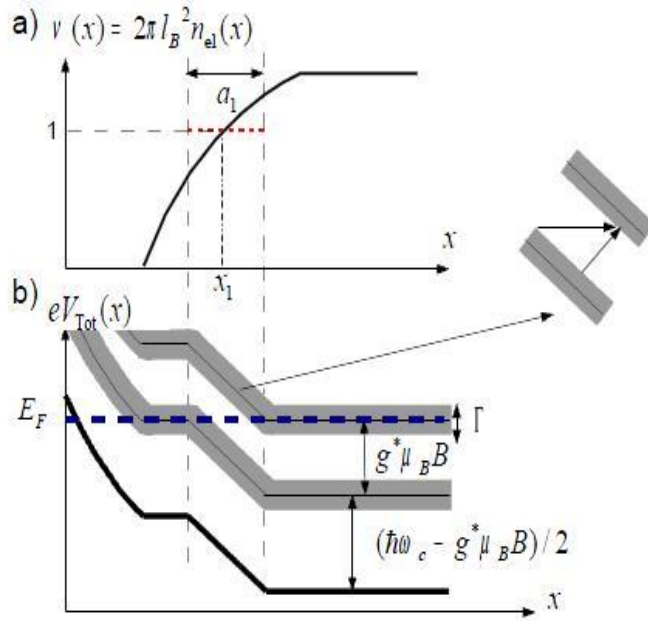


Şekil 4.3. Kullanılan katman profili (Camino 2005, 2006, 2007).

Chklovskii vd çalışmasında spin serbestlik derecesi ihmal edilmiş ve böylece enerji aralığı  $\hbar\omega_c$  ' ye eşit alınmıştır. Bu yüzden tüm tek ve çift doldurma faktörlerine karşılık gelen enerji aralıkları eşit alınmıştır. Ancak bu tez çalışmasında Zeeman yarılması hesaba katılarak enerji aralıkları için,

$$\Delta E = \begin{cases} g^* \mu_B B, & \nu = \text{tek} \\ \hbar\omega_c - g^* \mu_B B, & \nu = \text{çift} \end{cases} \quad (4.1.1)$$

eşitlikleri kullanılmıştır. Zeeman enerji aralığı oldukça küçük olduğu için tek tam sayılı IS' ler çabuk yok olabilmektedirler.



Şekil 4.4. Sıkıştırılmaz şeritlerin oluşumunun şematik gösterimi

Şekil 4.4' de sıkıştırılmaz şeritlerin oluşumu resmedilmiştir. Şekil 4.4.b' de siyah kalın çizgi, arka alan potansiyelinin bükülmesini, onun üstündeki siyah ince iki çizgi 1. ve 2. Landau seviyelerini ve gri bölgeler ise bu seviyelerin safsızlıklardan dolayı genişlemesini göstermektedir. Fermi enerjisi (yatay kesikli çizgi) bazı bölgelerde 2. Landau seviyesinin içine düşerken; bazı bölgelerde 1. ve 2. Landau seviyeleri arasındadır. Fermi seviyesinin, Landau seviyelerinin arasına düştüğü bölge sıkıştırılmaz şerittir ve bu şeridin genişliği Şekil 4.4.a' da gösterilmiştir.  $x_1$ , şeridin merkezi koordinatını gösterirken  $v(x)$  değeri ile hangi doldurma faktörlü şeridin oluştuğunu belirtmektedir. Sıkıştırılmaz şeridin oluştuğu bölgede Fermi seviyesinin altında sadece 1. Landau seviyesi olduğu için bu resim  $v(x)=1$  doldurma faktörlü sıkıştırılmaz şeridin oluşumunu göstermektedir. Bu potansiyel değişiminin eğimi, şeridin genişliği ile ilişkilidir. Potansiyelin çok dik değiştiği bölgelerde şeridin genişliği çok daralmaktadır ve hatta bu durumda TFY geçersiz olmaktadır. Bölüm 3.1.2.1' de değinildiği gibi ISlerin genişliği, manyetik uzunluğa eşit ya da büyükse ve potansiyelin değişimi  $|\nabla V(r)|/V(r) \ll k_F(r)$  şeklinde Fermi dalga boyu ile kıyaslandığına yavaş değişiyorsa Thomas Fermi yaklaşımı geçerlidir. Sıkıştırılmaz şeritlerin genişliği, manyetik uzunluktan küçük olduğu durumda dalga fonksiyonları üst üste binmeye



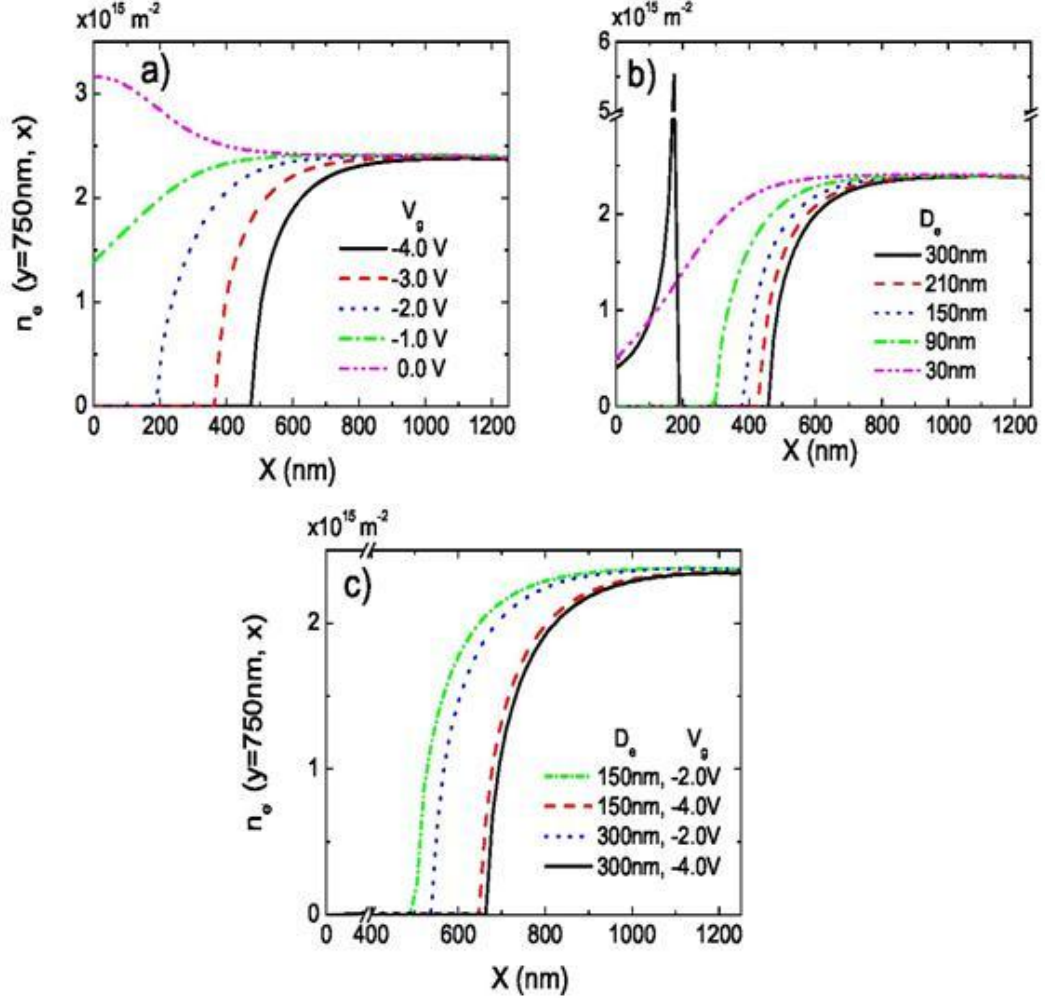
başlar ve TFY geçerliliğini kaybeder; böylece kuantum Hall etkisi yok olur. Bu nedenle, bundan sonraki genişlik hesaplarında oluşan sıkıştırılmaz şeridin genişliği, manyetik uzunluk ile ya da kesirli sayılı sıkıştırılmaz şeritler için dalga fonksiyonunun genişliği ile karşılaştırılmıştır ve bu uzunluklara eşit ya da büyük olan uzunluklarda IS olduğu kabul edilmiştir. Bu çalışmadaki tüm hesaplamalar  $T = 0$  sıcaklığında yapılmıştır, sıcaklık etkileri düşünülmemiştir.

#### 4.1. Kenar Durumlarının Elektrostatik İncelenmesi

Bu bölümde, bu çalışmada ve birçok çalışmada referans olarak alınan Chklovskii vd (1992) tarafından yapılan çalışmanın eksikleri üzerine araştırma yapılmıştır. Chklovskii vd' nin. "kenar kanallarının elektrostatığı" üzerine yaptıkları çalışmada elektron dağılımı, kendinden tutarlı olmayan hesapla Thomas-Fermi yaklaşımı rejiminde ve örnek özellikleri ihmal edilerek elde edilmiştir. Elektron dağılımı ifadesinden yararlanarak tükenme bölgesinin genişliği, sıkıştırılmaz şeritlerin yerleri ve genişlikleri için analitik formülasyon türetmişlerdir. Bu tez çalışmasında ise gerçek örnek özellikleri ele alınmaktadır. Hesaplamalar, Lier ve Gerhardtts (1994) tarafından çalışılan ve daha sonra Sıddiki ve Gerhadts (2003, 2004) tarafından geliştirilen kendinden tutarlı hesap yöntemi ile yapılmaktadır. Tükenme bölgesinin ve sıkıştırılmaz şeritlerin genişlikleri nümerik ve analitik hesaplar ile elde edilmiş; sonuçlar, Choi vd (1987) tarafından yapılan deneylerin ve Ihnatsenka ve Zozoulenko (2006) tarafından yapılan kuramsal çalışmaların sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Çalışmanın bu kısımda Hall çubuğu geometrisi ele alınmış ve kendinden tutarlı olmayan resmin eksikleri incelenmiştir.

Bu bölümde, Şekil 4.2.a'da gösterilen ve boyutları  $2400 \text{ nm} \times 2400 \text{ nm}$  olan geometri ile çalışılmıştır. Bu geometrinin sağ ve sol kenarına  $300 \text{ nm}$  genişliğinde,  $2400 \text{ nm}$  uzunluğunda metalik kontaklar yerleştirilmiştir. Elektron yoğunluk dağılımı benzer yapılar için birçok çalışmada kullanılan (Weichselbaum ve Ulloa 2003, Arslan vd 2008, Çiçek vd 2009) 4. mertebe grid tekniği ile Poisson denkleminin kendinden tutarlı çözümü yapılarak elde edilmiştir. Yığımsal elektron yoğunluğu, ele alınan yapı için  $n_0 = 2.39 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$  olarak elde edilmiştir. Çeşitli negatif kapı potansiyelleri

uygulanarak, farklı derinliklerinde kesme yapılarak ya da hem kesme yapıлып hem de kapı uygulanarak tükenme bölgesinin genişliği kontrol edilmiştir.



Şekil 4.5. Elektron dağılımının uzaysal değişimi. a) Örneğe kapı voltajı uygulandığı durumda b) Çeşitli derinliklerde kimyasal kesme yapıldığı durumda c) Kesme yapıлып, inilen kesme katmanına kapı uygulandığı durumda (streç kapı)

Şekil 4.5.a' nın incelenmesi: Şekil 4.2.a 'da gösterildiği gibi örneğin üst yüzeyinin kenar bölgelerindeki metal kontaklara  $-2.0 \text{ V}$ ,  $-3.0 \text{ V}$  ve  $-4.0 \text{ V}$  değerlerinde kapı voltajı uygulandığında, beklendiği gibi, elektronların bu itici potansiyelin etkisi ile bir tükenme bölgesi yaratarak kenarlardan uzaklaştığı ve daha sonra yığımsal değerine ulaştığı görülmektedir. Negatif kapı potansiyeli değerleri arttıkça tükenme bölgesinin genişliğinin de arttığı görülmektedir. Uygulanan kapı potansiyeli ile tükenme bölgesinin genişliğinin, Chklovskii vd çalışmasında belirtilen

doğrusallıktan farklı bir davranış sergilediği görülmektedir.  $V_g = 0.0 V, -1.0 V$  değerleri için elektron dağılımındaki farklılığın nedeni ise şudur: Çalışmamızda kullanılan katman modelinde en üst katmanlarda GaAs yarıiletken malzemesi kullanılmaktadır. Bu yarıiletkenin enerji bant aralığı yaklaşık  $1.5 eV$ ' dir. Kullandığımız EST3D programında yüzey potansiyeli, GaAs 'in enerji aralığının ortasına yerleştirilmiştir. Bu nedenle, yüzeyde  $V_s = -0.75 V$  değerinde referans potansiyeli mevcuttur. Bu nedenle  $-1.0 V$  luk kapı potansiyeli etkin olarak  $-0.25 V$  olarak etki yapmakta ve bu değer de elektronları bir tükenme bölgesi yaratacak kadar itememektedir.  $0.0 V$  değerindeki kapı potansiyeli ise pozitif potansiyel gibi davranmakta ve elektronları kapıya doğru çekmektedir.

Şekil 4.5.b' nin incelenmesi: Şekil 4.2.b' de şematik olarak gösterilen kimyasal kesme yapma sonucunda elde edilen elektron dağılımları gösterilmiştir. Burada kesme işlemi, metal kontakların uygulandığı bölge boyunca ( $300 nm$  genişliğinde,  $2400 nm$  uzunluğunda) yüzeyden aşağıya doğru yapılmaktadır. Kullanılan heteroyapının tamamının yüksekliği yaklaşık  $440 nm$ ' dir ve elektron gazı yüzeyden  $288 nm$  aşağıdadır. Yüzeyden ölçülen kesme miktarı arttıkça yani 2BESe yaklaşıldıkça tükenme şeridinin genişliği artmaktadır.  $300 nm$  kesmenin yapıldığı durumda (siyah, koyu çizgi) beklendiği gibi tükenme şeridinin en geniş olduğu görülmektedir; ancak bu kesme miktarı ile 2BES' nin altına inilmekte ve yan yüzeye kaçan yükler görülebilir hale gelmektedir ve bu durumda yan yüzey yüklerinden kaynaklanan bir pik görülmektedir.  $30 nm$  kesme durumunda ise elektronlar tükenme bölgesi yaratacak kadar itilememektedir. Kesme uygulama durumun bu nümerik incelemesi, kesme yapılan durumlar için kenar elektrostatikini inceleyen Gelfand ve Halperin (1994) analitik çalışması ile uyumludur.

Şekil 4.5.c' nin incelenmesi: Burada kesme yapma ve inilen kesme derinliğine negatif kapı voltajı uygulama sonucunda elde edilen elektron dağılımının konumla değişimi görülmektedir.  $150 nm$  kesme yapılıp,  $-2.0 V$  uygulanan durumda (yeşil kesikli çizgi) sade kesme yapma ya da sade kapı uygulama durumundan daha büyük tükenme genişliği ortaya çıktığı görülmektedir.  $150 nm$  kesme yapılıp,  $-4.0 V$

uygulandığında ise (kırmızı kesikli çizgi) daha da büyük tükenme genişliğinin oluştuğu görülmektedir. Burada diğer bir önemli nokta, 300 nm kesme yapılmış ve  $-2.0 V$  kapı voltajı uygulanmış durumda Şekil 4.5.b' de elektronların yan yüzeye kaçması nedeniyle görülen pikin yok olmasıdır; çünkü kenar bölgedeki  $-2.0 V$  kapı voltajı elektronları geri iterek yan yüzeye kaçmalarını engellemektedir (mavi noktalı çizgi). 300 nm kesme yapıp ve  $-4.0 V$  kapı voltajı uygulama, hem elektronların yan yüzeye kaçmalarını engellemekte hem de daha da büyük tükenme bölgesi yaratmaktadır. Sonuçta, beklendiği gibi, hem kesme yapıp hem de kapı uygulamak elektronları metal kontak uygulanan bölgelerden (Şekil 4.2.a' da gösterilen örneğin kenarlarından) daha çok uzaklaştırmaktadır. Streç kapı yönteminde kesme yapılarak elektron tabakasına yaklaşıldığı için inilen tabakaya negatif kapı potansiyeli uygulamak elektronları daha etkin bir şekilde uzaklaştırmaktadır.

Kapı uygulanan durumda elektron dağılımı daha yavaş ve yumuşak değişirken, kesme yapılan durumda elektron dağılımı daha hızlı değişmektedir. Bunu görmek için, Şekil 4.5.a ve b' de gösterilen birbirine yakın tükenme şeridi genişliklerine sahip olan  $-3.0 V$  kapı uygulama durumu ile 150 nm kesme yapılan durum karşılaştırılabilir.  $-3.0 V$  uygulanan durum için elektron dağılımı, tükenme şeridinin sonundan yani 364 nm' den başlayarak yaklaşık 850 nm' de yığınsal değerine ulaşmaktadır. Buradan elektron dağılımının değişim eğimi kapı uygulanan durumda

$$m_{kapı} = \frac{2.39 \times 10^{15}}{850 - 364} = 4.92 \times 10^{12} m^{-3} \text{ olarak elde edilir. 150 nm kesme yapılan durumda}$$

ise elektron dağılımı 380 nm' den başlamakta ve yaklaşık 800 nm' de yığınsal değerine ulaşmaktadır. Böylece kesme yapılan durumda elektron dağılımının değişim eğimi

$$m_{kesme} = \frac{2.39 \times 10^{15}}{800 - 380} = 5.69 \times 10^{12} m^{-3} \text{ olarak elde edilir. Buradan kesme yapılan}$$

durumlardaki elektron dağılımının, kapı uygulanan durumlara göre daha dik değiştiği görülmektedir. Bu durumun temel nedeni kimyasal kesme yapılırken yüklerin yan yüzeylere kaçması ve yan yüzey yüklerinin 2BESni daha güçlü itmesidir.

Kendinden tutarlı hesap ile farklı kapı potansiyelleri için elde edilen elektron dağılımlarına ait tükenme bölgesi genişlikleri incelendiğinde, bu genişlin, Chklovskii vd

çalışmasındaki (3.1.27) ifadesinde verildiği gibi uygulanan kapı potansiyeli ile doğrusal olarak değişmediği görülmektedir. Bunun yanı sıra kendinden tutarlı hesap ile elde edilen elektron dağılımlarının konum ile değişiminin Chklovskii vd tarafından bulunan ve (3.1.28) ifadesi ile verilenden farklı olarak üstel şekilde değiştiği görülmüş ve dağılımı bağıntısı olarak (4.1.2) elde edilmiştir.

$$n_e(x) = \begin{cases} n_0(1 - e^{-(x-|L-l_d|)/t}), & x < |L-l_d| \\ 0 & , \quad x \geq |L-l_d| \end{cases} \quad (4.1.2)$$

Burada,  $L$  kullanılan örneğin genişliği,  $l_d$  tükenme bölgesinin genişliğidir.  $t$  ise tükenme bölgesinden sonra başlayan elektron dağılımının yığınsal değerine ulaşana kadar olan değişimi ile ilgili bir parametredir; değişimin hızlı bir şekilde (dik) mi yoksa yavaş bir şekilde mi değiştiğini belirler.

Elektron dağılımının konum ile değişimi üç farklı şekilde incelenmiştir.

1. Chklovskii vd çalışmasındaki elektron dağılımı için verilen

$$n_e(x) = n_0 \sqrt{\frac{x-l_d}{x+l_d}}, \quad x > l_d \quad (4.1.3)$$

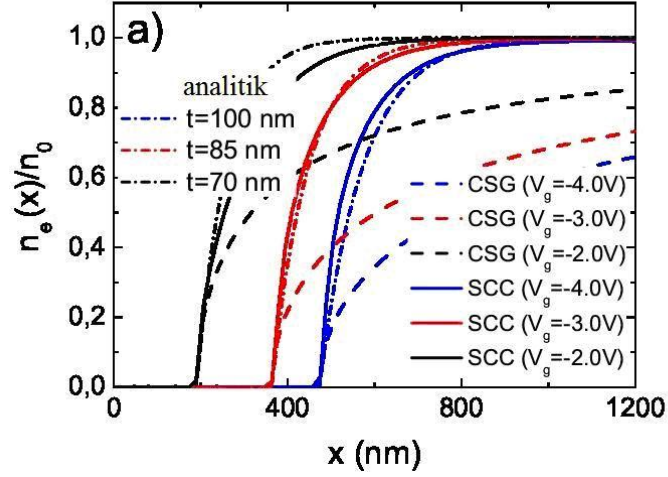
eşitliği ile inceleme (CSG)

2. Örnek özellikleri dikkate alınarak kendinden tutarlı hesap ile inceleme (SCC)

3. Elektron dağılımının uzaysal dağılımı için türetmiş olduğumuz (4.1.2) bağıntısına en iyi uyan (fit eden)  $t$  değerleri ile yapılan inceleme (analitik).

Elde edilen sonuçlar Şekil 4.6' de resmedilmiştir. Kapı potansiyeli arttıkça tükenme şeridinin genişliğinin arttığı ve elektron yoğunluğunun, örneğin daha ortalarında donör yoğunluğuna eşitlendiği görülmektedir. Chklovskii vd' nin yarı-kapalı

sınır şartı ile yaptıkları hesaplarda elektron dağılımının daha yavaş değiştiği görülmektedir. Bu da sıkıştırılmaz şeritlerin daha geniş olmasının nedenidir.

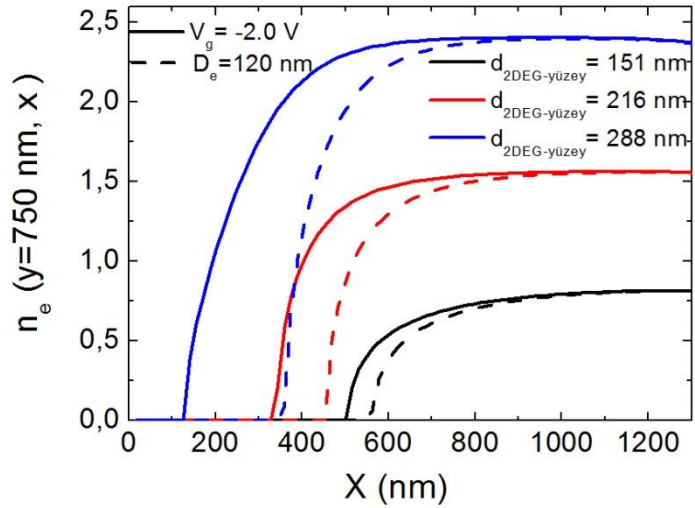


Şekil 4.6. Kapı potansiyeli uygulandığı durumda elektron dağılımının uzaysal değişimi

SCC hesapla elde edilen elektron dağılımlarının, CSG ile elde edilen elektron dağılımlarından farklı oldukları görülmektedir. Bu farklılığın sebebinin sınır şartlarından yani geometrinin yarı-kapalı ya da kapalı olmasından kaynaklandığını düşünülmektedir. Gerçek örneklerdeki geometri Şekil 4.2’ de gösterildiği gibi katmanlar halindedir; kapılar, 2BEG ve donör tabakası arasında katmanlar söz konusudur. Chklovskii vd tarafından yapılan analitik çalışmada elektron dağılımı bağıntısı  $z = 0$  düzleminde elde edilmektedir ve elektron dağılımının konum ile değişimi, örnek genişliği ile ilgili bir parametre içermemektedir; elektron dağılımı sadece tek taraftan tükenme bölgesi ile sınırlandırılmıştır. Bu çalışmada türetilen elektron dağılım bağıntısı ise örnek genişliği  $L$ ’ yi de içermektedir ve elektron dağılım bağıntısı kullanılarak elde edilen sonuç Ihnatsenka ve Zozoulenko (2006) çalışması ile uyum içindedir. Ihnatsenka ve Zozoulenko’ nun yoğunluk fonksiyoneli kullanarak yaptıkları kuramsal çalışmada da elektron dağılımının, örnek genişliği ile ilişkili olduğu ve Chklovskii vd tarafından verilen elektron dağılımı ile farklı olduğu gösterilmektedir.

Elektron dağılımının örneğin parametrelerine bağlı bir bağıntısını türetebilmek için, örneğin  $z$  doğrultusundaki uzunluklarında yani Şekil 4.3’ de gösterilen ve bu çalışmada kullanılan katman profilinde değişiklikler yapıldı. Genel olarak kullanılan

katman profilinde, SCC hesapları yaptığımız heteroyapının derinliği  $\approx 440 \text{ nm}$ ; yüzey ile elektron tabakası arası  $288 \text{ nm}$  ve yüzey ile üstteki donör tabakası arası  $165.6 \text{ nm}$  ' dir. Heteroyapıdaki bu uzaklıklar değiştirilerek, aslında elektron tabakası yüzeye yaklaştırılarak yeniden elektron dağılımları elde edildi. Burada yüzey ile elektron tabakası arası uzaklıklar ( $d_{2DEG-yüzey}$ ) sırası ile  $151 \text{ nm}$ ,  $180 \text{ nm}$ ,  $216 \text{ nm}$ ,  $266 \text{ nm}$ ,  $288 \text{ nm}$  iken ve yüzey ile üstteki donör tabakası arası uzaklıkların ( $d_{donor-yüzey}$ )  $86.4 \text{ nm}$ ,  $100.8 \text{ nm}$ ,  $122.4 \text{ nm}$ ,  $151.2 \text{ nm}$ ,  $165.6 \text{ nm}$  olduğu durumlar için yeni katman profilleri oluşturulmuştur. Yüzeye çeşitli kapı potansiyelleri uygulanarak ve yüzeyden çeşitli derinliklerde kesme yapılarak SCC hesap ile elektron dağılımları elde edilmiştir. Bu elektron dağılımlarından bazılarının konum ile değişimi Şekil 4.7' de gösterilmektedir.



Şekil 4.7. 2BEG ile yüzey arasındaki ( $d_{2DEG-yüzey}$ ) farklı mesafeler için elektron dağılımının konumla değişiminin gösterimi

Kesikli çizgiler yüzeyden  $120 \text{ nm}$  kesme yapıldığı durumda, sürekli çizgiler ise yüzeye  $-2.0 \text{ V}$  kapı potansiyeli uygulandığı durumda elektron dağılımını göstermektedir. Şekil 4.7' den de görüldüğü gibi, yüzey ile 2BEG arasındaki uzaklık azaldıkça elektron dağılımının yığınsal değeri de azalmaktadır. Bunun nedeni elektron tabakasının yüzeye daha yakın hale gelmesi ile yüzeye uygulanan negatif kapı potansiyelinin elektronları daha çok etkilemesi yani itmesidir. Kesme yapılan durum için de aynı özellik görülmekte ve elektronlar yüzeye daha yakın oldukları için daha çok itilmektedir.

Yüzey ile 2BEG arasındaki uzaklığın azalması sonucu aynı nedenlerden dolayı tükenme bölgesinin genişliğinin de arttığı görülmektedir. Yukarıda belirtilen katman profilleri için, çeşitli kapı potansiyelleri ve kesme derinlikleri ile tükenme şeridi genişliğinin değişimi için elde edilen sonuçlar ekte Çizelge 4.1 ve Çizelge 4.12’ de gösterilmiştir.

Çizelge 4.1. Katman yapısı değiştirilerek 2BEG ile yüzey arasında oluşturulan farklı uzaklıklar ( $d_{2BEG-yüzey}$ ) için, uygulanan kapı potansiyelleri ( $V_g$ ) ile elde edilen tükenme şeridi genişlikleri ( $l_d$ )

$V_g$ (V)	$d_{2BEG-yüzey}$				
	151 nm	180 nm	216 nm	266 nm	288 nm
	$l_d$ (nm)	$l_d$ (nm)	$l_d$ (nm)	$l_d$ (nm)	$l_d$ (nm)
-0.25	181	126	-	-	-
-0.50	300	270	65	-	-
-0.75	379	360	204	18	-
-1.00	443	423	282	142	-
-1.25	501	475	329	219	126
-1.50	548	526	376	282	196
-1.75	583	565	422	329	251
-2.00	627	610	454	362	297
-2.25	659	642	485	407	331
-2.50	690	673	526	438	370
-2.75	721	704	547	467	395
-3.00	752	734	565	484	423
-3.25	767	752	594	516	453



Çizelge 4.2. Katman yapısı değiştirilerek 2BEG ile yüzey arasında oluşturulan farklı uzaklıklar ( $d_{2BEG-yüzey}$ ) için kesme yapılan derinlikler ( $D_e$ ) ile elde edilen tükenme şeridi genişlikleri ( $l_d$ )

$D_e(\text{nm})$	$d_{2BEG-yüzey}$				
	151 nm	180 nm	216 nm	266 nm	288 nm
30	423	406	298	136	-
60	485	456	359	297	251
90	532	516	406	344	299
120	548	547	453	391	346
150	565	563	469	423	391
180	580	578	484	453	422
210	595	594	500	461	438
240	610	595	501	469	453
270	611	610	515	484	454
300	623	611	516	485	467

2BEG tabakası ile yüzey arasındaki uzaklığın büyük olduğu durumlarda, düşük kapı potansiyeli değerlerinde ve az kesme yapılan durumlarda tükenme bölgesinin henüz oluşmadığı görülmektedir.

Chklovskii vd, uygulanan kapı potansiyelinin tükenme şeridinin genişliğine

bağılılığı için  $l_d = \frac{V_g \epsilon}{4\pi^2 n_0 e}$  ifadesini türetmişlerdi. Bu ifade, uygulanan kapı potansiyeli

arttıkça tükenme şeridinin genişliğinin doğrusal olarak artacağını söylemektedir. Oysa burada SCC hesap ile elde edilen sonuçlarda bu artışın doğrusal olmadığı, üstel bir artış olduğu görülmektedir. Choi vd (1987) tarafından  $n_0 = 1.5 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$  yoğunluklu 2BES ile yapılan deneysel çalışmada tükenme bölgesinin genişliğinin  $l_d = 500 \pm 200 \text{ nm}$  olduğu belirtilmektedir. Bu tez çalışmasında tükenme bölgesinin genişliği için elde edilen sonuçlar, bu deneysel çalışma ile uyusmaktadır.

Gerçek örnek özellikleri ve parametreleri ile elde edilen veriler kullanılarak yapılan bu çalışmadaki nümerik hesaplar sonucunda, kapı voltajı ( $V_g$ ) ile tükenme şeridinin genişliği ( $l_d$ ) arasında,

$$l_d = \frac{\varepsilon}{en_0} \left( \frac{d_{2DEG-Srf}}{d_{\text{örnek}}} \right) (c_1 V_g) \left[ 1 - \frac{d_{\text{donor-yüzey}}}{10 a_B^*} \exp \left( - \frac{\varepsilon a_B^*}{c_2 e} \frac{d_{\text{donor-yüzey}}}{d_{2DEG-yüzey}} V_g \right) \right] \quad (4.1.4)$$

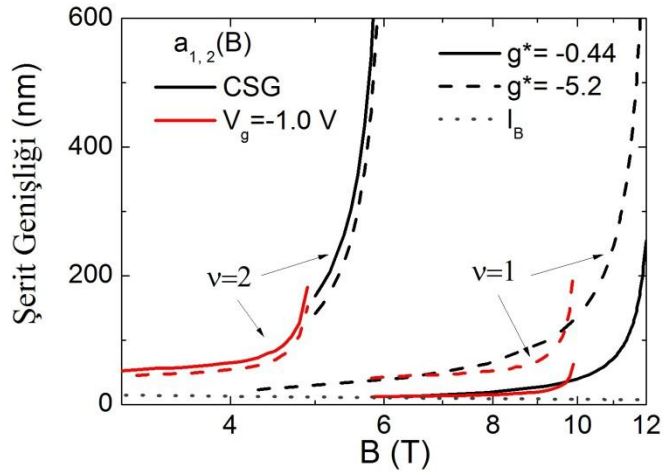
bağıntısı elde edildi. Buradaki sabitlerin yaklaşık değerleri  $c_1 V_g \approx 0.24 V$  ve  $c_2 \approx 84$  olarak hesaplandı.

Kesme yapılan durumda kesme derinliği ( $D_e$ ) ile tükenme şeridinin genişliği ( $l_d$ ) arasında ise,

$$l_d = \frac{\pi}{n_0 a_B^*} \left( \frac{d_{2DEG-yüzey}}{d_{\text{örnek}}} \right) \left[ c_3 - \frac{d_{\text{donor-yüzey}}}{c_3 a_B^*} \exp \left( - \frac{D_e}{10 a_B^*} \right) \right] \quad (4.1.5)$$

bağıntısı elde edildi. Buradaki sabitin yaklaşık değeri,  $c_3 \approx 4.5$  olarak hesaplandı.

Chklovskii vd 2 boyutlu elektron gazının yaratıldığı düzlemi yarı düzlem olarak ele almakta, düzlemin bir kenarına yerleştirdiği metal kontak ile 2BEG sınırını yaratırken diğer sınır için bir koşul belirtmemektedir; sistemi yarı-kapalı sistem olarak düşünmektedir (Bkz. Şekil 3.6). Bu çalışmada ise sistem, gerçek örneklerde olduğu gibi iki taraftan da sınırlı alınmıştır. Potansiyel, kuantum uzunluk ölçeklerinden biri olan manyetik uzunluk ölçeğinde yavaşça değiştiği için Thomas-Fermi yaklaşımı yapılmıştır. Bu çalışmadaki kendinden tutarlı hesaplarda elektronların birbirleri ile ortalama-alan yaklaşımı ile etkileştiği kabul edilmektedir Sıkıştırılmaz şeritlerin genişlik hesapları spin serbestlik derecesi, safsızlık ve kuantum mekaniksel etkiler dikkate alınarak yapılmıştır.



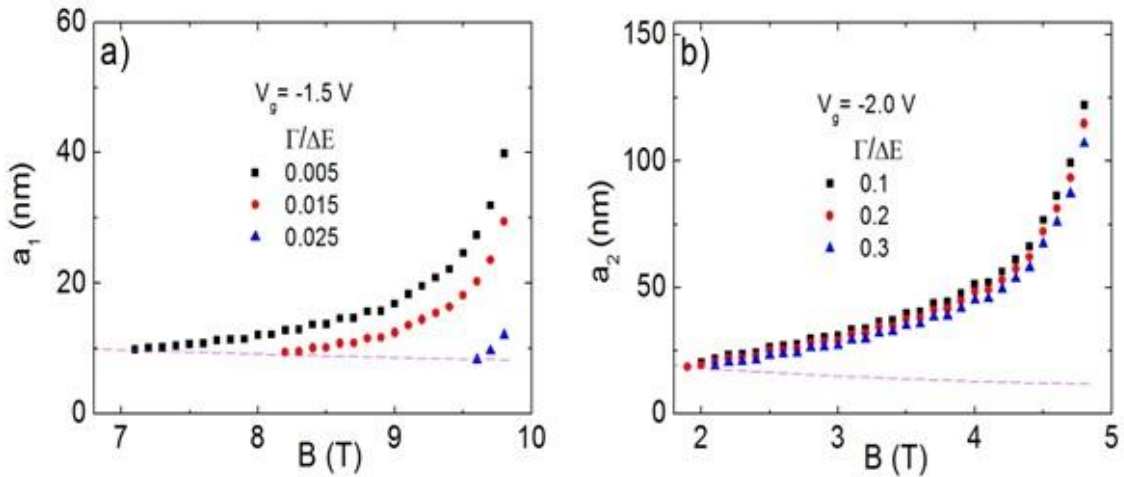
Şekil 4.8. Doldurma faktörünün  $\nu=1$  ve  $\nu=2$  değeri için oluşan sıkıştırılmaz şeritlerin genişliklerinin manyetik alan ile değişimi

Çeşitli örnek profilleri için elde edilen elektron dağılımları ile sıkıştırılmaz şeritlerin genişlikleri hesaplanmıştır. Şekil 4.8 ' de  $\nu=1$  ve  $\nu=2$  doldurma faktörlü sıkıştırılmaz şeritlerin genişliklerinin manyetik alan ile değişimi gösterilmiştir. Şekil 4.8 elde edilirken donör yoğunluğu  $n_0 = 3 \times 10^{15} m^{-2}$  olarak alınmıştır. Siyah yatay noktalı çizgi manyetik uzunluğu belirtmektedir. Siyah renkli eğriler Chklovskii vd çalışmasındaki gibi yarı-kapalı sınır şartı ve kendinden tutarlı olmayan elektron dağılımı ile elde edilen genişlikleri göstermektedir; kırmızı renkli eğriler ise iki taraftan sınırlı örnek yapısı ele alınarak kendinden tutarlı hesap (SCC) ile elde edilen genişlikleri göstermektedir. Her iki hesapta da Şekil 4.2' deki geometriye  $V_g = -1.0 V$  kapı potansiyeli uygulandığı durumdaki sonuçlar gösterilmiştir. Hesaplarda Lande çarpanı  $g^*$  için iki farklı değer kullanılmıştır. Literatürde GaAs için Lande çarpanı,  $|g^*| = 0.44$  olarak verilmektedir. Ancak deneysel çalışmalarda tek tam sayılı ISler için enerji aralığının büyüdüğü görülmektedir. Değiş-tokuş ve korelasyon etkilerinin düşünüldüğü kuramsal çalışmalarda da enerji aralığının büyüdüğü ve böylece Lande çarpanının 5.2 olabileceği gösterilmiştir (Bilgeç vd 2010). Bu nedenle Şekil 4.8' deki katı çizgiler Lande çarpanının 0.44 değeri ile, kesikli çizgiler 5.2 değeri ile elde edilen genişlikleri göstermektedir.

Bu çalışmada gerçek örnek yapıları düşünülerek yapılan kendinden tutarlı hesaplarda (SCC), büyütme doğrultusundan kaynaklanan etkiler ele alındığında elde

edilen sıkıştırılmaz şeritlerin, Chklovskii vd çalışmasında (CSG) yapılan tahminlerden daha dar olduğu Şekil 4.8' den görülmektedir. Bu sonuç, çalışılan geometrinin yapısından, yani tek taraftan sınırlı (CSG) ya da iki taraftan da sınırlı (SCC) olmasından kaynaklanmaktadır. Burada elde edilen sonuca benzer bir durum Ihnatsenka ve Zozoulenko (2006) çalışmasında da bildirilmektedir. Çalışmalarında, sıkıştırılabilir şeritlerin genişliği nümerik olarak incelenmekte ve sonuçlar Chklovskii vd çalışmasındaki sonuçlar ile karşılaştırılmaktadır. Ihnatsenka ve Zozoulenko' nun yoğunluk fonksiyoneli kuramı ile hesapladığı sıkıştırılabilir şerit genişliklerinin, Chklovskii vd formülasyonu ile hesaplanan genişliklerden daha dar olduğu görülmektedir (Ihnatsenka ve Zozoulenko 2006).

Şekil 4.9' da ise sisteme el ile safsızlık eklendiği durumda  $\nu = 1$  ve  $\nu = 2$  tam sayılı ISlerin genişlikleri gösterilmiştir.  $\nu = 2$  doldurma faktörlü şeritlerin,  $\nu = 1$  doldurma faktörüne göre daha düşük manyetik alanlarda oluştuğu görülmektedir. Her manyetik alan değerinde sıkıştırılmaz şerit oluşmamaktadır; ancak belirli manyetik alan değerlerinde ISler oluşmaktadır. Bu manyetik alanların değeri elektron sayı yoğunluğu, örnek geometrisi gibi ele alınan örneğin yapısına göre değişim göstermektedir.



Şekil 4.9. Safsızlık potansiyelinin varlığında a)  $\nu = 1$ , b)  $\nu = 2$  doldurma faktörlü sıkıştırılmaz şeritlerin genişliklerinin manyetik alan ile değişimi

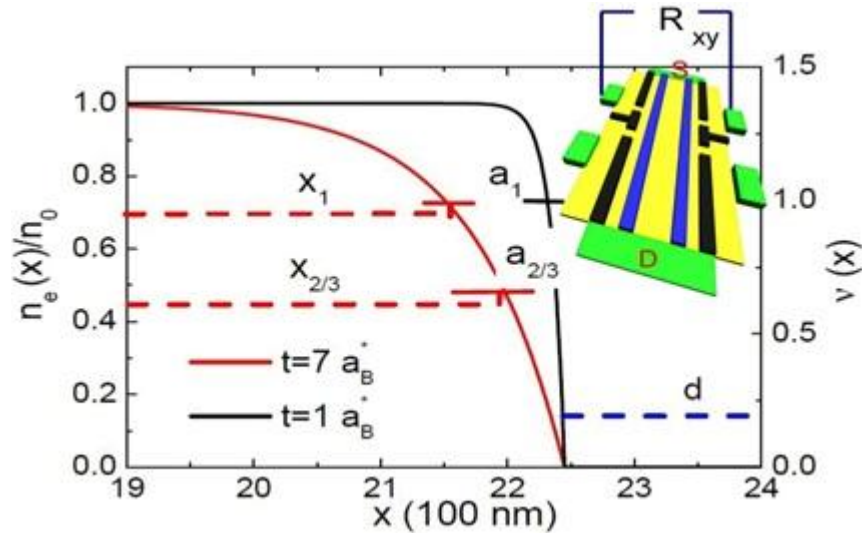
Tek tam sayılı sıkıştırılmaz şeridin safsızlıklardan çok etkilendiği ve hemen kırıldığı gözlenmiştir ancak safsızlık enerjisinin çok küçük ( $\Gamma < 0.025 \hbar \omega_c$ ) olması

durumunda,  $\nu=1$  tam sayılı şeritler oluşmaya devam etmekte ve genişlikleri azalmaktadır. Çift tam sayı şeritlerin de genişliği safsızlıkların varlığında azalmaktadır fakat yüksek safsızlık enerjilerinde de oluşmaya devam etmektedir.

#### 4.2. Kesirli Sayılı Kenar Durumlarındaki Overshooting Etkisinin Analitik Modellenmesi

Bu bölümde Şekil 4.10' in içerisinde (içte) gösterilen Hall çubuğu geometrisi ele alınmış ve kendinden tutarlı hesap ile elektron dağılım ifadesi elde edilmiştir. Elde edilen bu elektron dağılımından yararlanılarak sıkıştırılmaz şeritlerin yerleri ve genişlikleri hesaplanmıştır. Bu hesaplar sonucunda bazı kesirli sayılı sıkıştırılmaz şeritlerinin aynı manyetik alan aralığında ortaya çıktığı görülmüştür. Aynı manyetik alan değerlerinde birden fazla sıkıştırılmaz şeridin görülmesi *overshooting* olarak bilinmektedir (Sailer vd 2010).

Overshooting etkisi, tam sayı doldurma faktörlerine karşılık gelen sıkıştırılmaz şeritler için deneysel ve kuramsal olarak gözlenmiştir (Sailer vd 2010). Kesirli sayı doldurma faktörlerine karşılık gelen sıkıştırılmaz şeritlerde, bu çalışmada bulunan overshooting etkisi deneysel olarak henüz gözlenmemiştir.



Şekil 4.10. Elektron dağılımının içteki geometri için yandan alınan kesitte konum ile değişimi. Yatay kısa çizgiler ile  $\nu=1$  ve  $\nu=2/3$  doldurma faktörlerine karşı gelen sıkıştırılmaz şeritlerin genişlikleri ve merkezi konumları belirtilmiştir. İçte: Hall çubuğu geometrisi

Şekil 4.10' de sağ "içte", çalışılan geometri resmedilmiştir. Kontaklar yeşil bölgelerle gösterilmiştir. Bu kontaklar, kaynak (S) ile çıkış (D) arasındaki direnci (boyuna direnci) ve enine direnci (Hall direnci) ölçmek için kullanılmaktadırlar. Buradaki şekilde Hall çubuğu, Chklovskii vd çalışmasına benzetebilmek için siyah ve mavi yan kapılar ile tanımlanmıştır. Siyah bölgeler kenar durumlarını oluşturan kapıları tanımlarken, mavi bölgeler kenar durum yoğunluğunu düzgün hale getirmek için uygulanan ek kapıları tanımlamaktadır. Kapılara negatif potansiyel uygulamak elektron yoğunluğu dağılımını etkiler ve homojen olmayan bir elektron dağılım görüntüsüne neden olur. Sarı bölge, 2 boyutlu elektron sistemi düzlemini göstermektedir.

Hall çubuğu geometrisi ile gerçek örnek özelliklerini göz önüne alarak yapılan kendinden tutarlı hesap sonucunda, elektron dağılımının konum ile değişimi için,

$$n_e(x) = \begin{cases} n_0(1 - e^{-(|x-L-d|)/t}), & |x| < L-d \\ 0 & , \text{ diger} \end{cases} \quad (4.2.1)$$

bağıntısı türetilmiştir. Burada  $t$ , eğim parametresidir; kesme tanımlı ve kapı uygulanmış örnekler için farklı değerdedir. Hall çubuğunun orta bölgesinden alınan bir kesit için (4.2.1) ifadesi ile elde edilen normalize elektron dağılımının konum ile değişimi Şekil 4.10' de gösterilmektedir. Burada ele alınan Hall çubuğunun boyu  $L = 240 a_B^*$  olup, tükenme bölgesinin (elektronları uzaklaştırılan bölgenin) genişliği  $d = 20 a_B^*$  dir. Kimyasal kesme yapmanın ve kapı uygulamanın elektron dağılım profilini farklı etkilediği Chklovskii vd (1992), Arslan vd (2008), Gelfand ve Halperin (1994) ile Oh ve Gerhardt (1994) çalışmalarından bilinmektedir. Kesme yapılan örneklerde elektron dağılımının konumla değişimi dik (hızlı) olduğu için (4.2.1) ile verilen elektron dağılım bağıntısında kesme tanımlı örnekler için  $t < 3 a_B^*$  alınmıştır. Kapı uygulanmış örneklerde elektron dağılımının konumla değişimi daha yumuşaktır ve bu nedenle de  $t \geq 3 a_B^*$  alınmıştır. Şekil 4.10' de, kesme yapılmış örneğe ( $t = 1 a_B^*$ ) ait elektron dağılımı siyah çizgi ile gösterilmektedir; kırmızı çizgi ile ise kapı tanımlı örneğe ( $t = 7 a_B^*$ ) ait elektron dağılımı gösterilmektedir. Yatay kesikli çizgiler ile  $\nu = 1$  ve  $\nu = 2/3$  doldurma faktörlü sıkıştırılmaz şeritlerin konumları yani elektron dağılımının

neresinde oldukları,  $a_1$  ve  $a_{2/3}$  ile de sıkıştırılmaz şeritlerin genişlikleri belirtilmektedir.

(4.2.1) elektron dağılım bağıntısının her iki tarafı  $2\pi l^2$  ile çarpılırsa (4.2.2) eşitliği elde edilir. Bu eşitliğin doldurma faktörleri cinsinden yazılarak düzenlenmesi, sırasıyla (4.2.3)-(4.2.6) eşitlikleri arasında gösterilmiştir:

$$2\pi l^2 n_e(x) = 2\pi l^2 n_0(1 - e^{-(|x-L-d|)/t}), \quad x < |d-L| \quad (4.2.2)$$

$$2\pi l^2 n_e(x_{k,f}) = v(x_{k,f}) = \{k, f\} \quad (4.2.3)$$

$$\{k, f\} = v_0(1 - e^{-(|x_{k,f}-L-d|)/t}) \quad (4.2.4)$$

$$\left(1 - \frac{\{k, f\}}{v_0}\right) = e^{-(|x_{k,f}-L-d|)/t} \quad (4.2.5)$$

$$t \ln\left(1 - \frac{\{k, f\}}{v_0}\right) = -|x_{k,f} - |L-d|| \quad (4.2.6)$$

Buradan, birkaç işlem ile sıkıştırılmaz şeritlerin konumları için bir bağıntı türetilir.

$x_{k,f} < |L-d|$  olduğundan,

$$t \ln\left(1 - \frac{\{k, f\}}{v_0}\right) = x_{k,f} - |L-d| \quad (4.2.7)$$

$$x_{k,f} = |L-d| + t \ln\left(1 - \frac{\{k, f\}}{v_0}\right) \quad (4.2.8)$$

olur. (4.2.8) ifadesi, tam sayı ( $k$ ) ya da kesirli sayı ( $f$ ) doldurma faktörlerine karşı gelen sıkıştırılmaz şeridin merkezi konumunu veren ifadedir.

Akım kanallarındaki elektrostatik kararlılık koşulu ile tam sayılı sıkıştırılmaz şeritlerin genişlik ifadesi Chklovskii vd tarafından  $a_k = \sqrt{\frac{2\varepsilon \Delta E}{\pi^2 e^2 dn_e/dx}} \Big|_{x=x_k}$  ifadesi ile verilmekte idi. Daha önce de değinildiği gibi Chklovskii vd çalışmasında iki Landau seviyesi arasındaki enerji farkı  $\Delta E = \hbar\omega_c$  olarak verilirken, bu çalışmada enerji aralığı ifadesi için Zeeman yarılmasının etkisi göz önüne alınmıştır. Tek tam sayı doldurma faktörleri için enerji aralığı  $\Delta E = |g^*| \mu_B B$  ve çift tam sayı doldurma faktörleri için enerji aralığı  $\Delta E = \hbar\omega_c - |g^*| \mu_B B$  olarak alınmıştır. Bu çalışmada, tek tam sayılı ISler için  $\alpha = \frac{|g^*| \mu_B B}{\hbar\omega_c}$  şeklinde ve çift tam sayılı ISler için  $1 - \alpha = 1 - \frac{|g^*| \mu_B B}{\hbar\omega_c}$  şeklinde boyutsuz enerji aralığı parametreleri tanımlanmıştır. Bu çalışmada Evans vd (1993), Deviatov vd (2009) ve Bilgeç vd (2010) çalışmasından yararlanılarak  $\alpha = 0.2$  alınmıştır. Bu tanımlamalar yardımı ile tek ( $k = 1$ ) ve çift ( $k = 2$ ) tamsayılı doldurma faktörlerinin genişlik ifadeleri,

$$a_1^2 = \frac{2\varepsilon g^* \mu_B B}{\pi^2 e^2 \frac{dn_e(x)}{dx} \Big|_{x=x_1}} = \frac{2\varepsilon \hbar\omega_c}{\pi^2 e^2 \frac{dn_e(x)}{dx} \Big|_{x=x_1}} \frac{g^* \mu_B B}{\hbar\omega_c} = \frac{2a_B^* \alpha}{l^2 \pi^2 \frac{dn_e(x)}{dx} \Big|_{x=x_1}} \quad (4.2.9)$$

ve

$$a_2^2 = \frac{2\varepsilon (\hbar\omega_c - g^* \mu_B B)}{\pi^2 e^2 \frac{dn_e(x)}{dx} \Big|_{x=x_2}} = \frac{2\varepsilon \hbar\omega_c}{\pi^2 e^2 \frac{dn_e(x)}{dx} \Big|_{x=x_2}} \frac{(\hbar\omega_c - g^* \mu_B B)}{\hbar\omega_c} = \frac{2a_B^* (1 - \alpha)}{l^2 \pi^2 \frac{dn_e(x)}{dx} \Big|_{x=x_2}} \quad (4.2.10)$$

olarak elde edilir. Yukarıdaki eşitliklerde,  $a_B^* = \frac{\hbar^2 \varepsilon}{m^* e^2}$  etkin Bohr yarıçapı tanımı kullanılmıştır. Burada elektron dağılımının konumla değişimi,

$$\frac{dn_e(x)}{dx} \Big|_{x=x_{k,f}} = \frac{n_0}{t} (e^{-(|x_{k,f} - |d-L||)/t}) \quad (4.2.11)$$



olur ve  $x_{k,f} = |L-d| + t \ln(1 - \frac{\{k,f\}}{v_0})$  eşitliği (4.2.11)' de yazılırsa

$$\left. \frac{dn_e(x)}{dx} \right|_{x=x_{k,f}} = \frac{n_0}{t} \left(1 - \frac{\{k,f\}}{v_0}\right) \quad (4.2.12)$$

elde edilir. Böylece  $v_0 = 2\pi l^2 n_0$  eşitliğinden de yararlanılarak, tam sayı sıkıştırılmaz şeritlerin genişliği için,

$$a_{k,f}^2 = \frac{4a_B^* \frac{\Delta E}{\hbar \omega_c} t}{\pi (v_0 - \{k,f\})} \quad (4.2.13)$$

en genel eşitliği elde edilir. Chklovskii vd çalışmalarında kendinden tutarlı olmayan Thomas Fermi yaklaşımını kullandıkları için (4.2.13) genişlik bağıntısı TFY yaklaşımındaki genişlik ifadesini temsil etmektedir. Bu bölümde, tam sayılı sıkıştırılmaz şeritlerden sadece  $\nu = 1$  tek tam sayı doldurma faktörüne ait genişlikler incelenmektedir. Bu nedenle TFY yaklaşımı ile  $a_k^{TFY}$  genişliği için,

$$a_k^{TFY} = \sqrt{\frac{4a_B^* \alpha t}{\pi (v_0 - k)}} \quad , \quad k = tek \quad (4.2.14)$$

eşitliği verilir. TFY, Bölüm 3.1.2.1' de belirtildiği gibi, manyetik uzunluk gibi kuantum uzunluk ölçeğinde yavaş değişen potansiyeller için geçerlidir ve dalga fonksiyonlarının sonlu genişliklerini ihmal etmektedir. Dalga fonksiyonlarının sonlu genişliğini hesaba katan QHY ile sıkıştırılmaz şeritlerin genişlik hesabı için,

$$a_k^{OHY} = \left(1 - \frac{l_B}{a_k^{TFA}}\right) a_k^{TFY} \quad (4.2.15)$$

bağıntısı verilmektedir (Siddiki ve Gerhardtts 2004, Siddiki vd 2010).

Chklovskii vd, kesirli sayılı sıkıştırılmaz şeritlerin genişlik bağıntısı için, tam sayılı sıkıştırılmaz şeritlerin genişlik bağıntısına benzer bir formülasyon önermişlerdi. Ancak kesirli sayı doldurma faktörlü durumların enerji aralığı için, tam sayılı durumlarda olduğu gibi kesin bir enerji aralığından söz etmek mümkün değildir. Kesirli sayılı sıkıştırılmaz şeritlerin oluşabilmesi için çok parçacık etkileşmeleri düşünülerek hesaplamalar yapılmalıdır. Bu tez çalışmasında ilgilenilen ( $\nu = 1/5, 1/3, 2/5, 2/3$ ) doldurma faktörleri için enerji aralığı değerleri çeşitli çalışmalardan alınmıştır (Fano vd 1986, Morf ve Halperin 1986, Girvin vd 1994, Moller ve Simon 2005). Bu çalışmalarda kesirli sayılı doldurma faktörlerine karşı gelen enerji aralıkları için genel enerji aralığı bağıntısı,

$$\Delta E = c_f \frac{e^2}{\epsilon l} \quad (4.2.16)$$

ile verilmektedir. Burada  $c_f$  katsayısı, doldurma faktörünün değerine göre değişik değerler alabilen, enerji aralığının değerini belirleyen parametredir.  $e$  elektron yükü,  $\epsilon$  dielektrik sabiti ve  $l$  manyetik uzunluktur. Boyutsuz olarak bu enerji aralığı,

$$\frac{\Delta E}{\hbar \omega_c} = \frac{c_f e^2}{\epsilon l} \frac{m^*}{\hbar e B} = c_f \frac{l}{a_B^*} \quad (4.2.17)$$

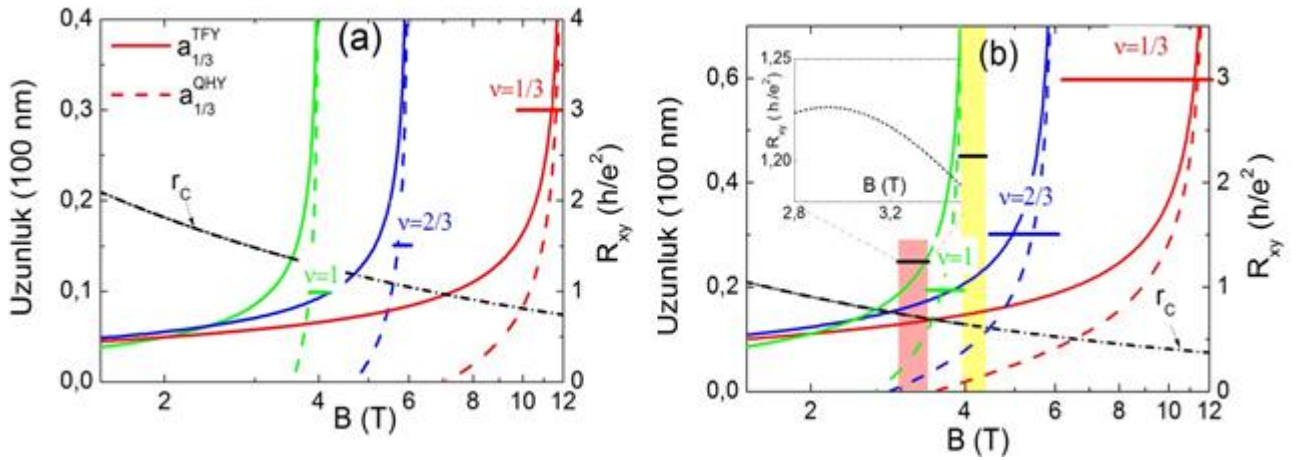
eşitliği ile verilebilir. (4.2.17) ifadesinde etkin Bohr yarıçapı  $a_B^*$  kullanılmıştır. Böylelikle kesirli sayılı sıkıştırılmaz şeritlerin genişlik ifadesi,

$$a_f^{TFY} = \sqrt{\frac{4c_f l}{\pi} \frac{t}{(\nu_0 - f)}} \quad (4.2.18)$$

olarak elde edilir. Buradaki  $c_f$  katsayıları,  $f$  ilgilenilen doldurma faktörünü temsil etmek üzere enerji aralığının değerini belirlemektedir. Bu tez çalışmasında,  $c_f$  katsayıları belirlenirken literatürdeki Fano vd 1986, Morf ve Halperin 1986, Girvin vd

1994, Moller ve Simon 2005 çalışmalarından yararlanılmıştır ve  $c_{1/3} = c_{2/3} = 0.104$ ,  $c_{2/5} = 0.058$ ,  $c_{1/5} = 0.025$  değerleri kullanılmıştır.

Bu tezde, kesirli sayılı kenar durumları kompozit fermiyon yaklaşımı ile incelenmiştir. Enerji açıklığını belirleyen  $c_f$  katsayılarının alındığı çalışmalarda da bu değerler kompozit fermiyon yaklaşımı ile çok parçacık etkileri göz önüne alınarak elde edilmiştir. Elektron dağılımının konumla değişim profilini belirleyen çeşitli  $t$  değerleri için elde edilen sıkıştırılmaz şeritlerin genişlikleri Şekil 4.11, Şekil 4.12 ve Şekil 4.13' de gösterilmektedir.



Şekil 4.11.a)  $t = 1 a_b^*$  ile kesme yapılmış b)  $t = 5 a_b^*$  ile kapı uygulanmış örnek için sıkıştırılmaz şeritlerin genişliklerinin manyetik alan ile değişimi  
 İçte:  $\nu = 1 - 2/3$  için görülen overshooting etkisindeki Hall direncinin manyetik alan ile değişimi

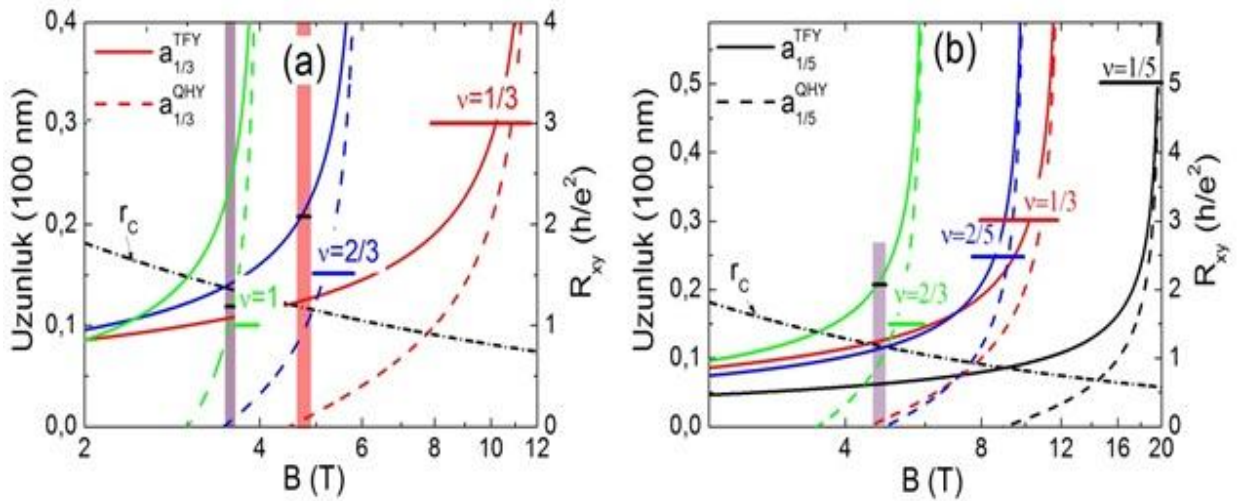
Elektron yoğunluk dağılımı farklı örneklerin, manyetik alan altında oluşturdukları sıkıştırılmaz şeritlerin genişlikleri sol ekseninde gösterilmektedir. Katı çizgi, TFY ile; kesikli çizgi ise QHY ile elde edilen genişlikleri belirtmektedir. Bu şeritleri belirten doldurma faktörü değerleri renk kodları ile verilmektedir. Beklendiği gibi yüksek doldurma faktörlerine ait sıkıştırılmaz şeritler daha düşük manyetik alan değerlerinde oluşmaktadır. Sağdaki ekseninde ise renk kodları ile birlikte yatay çizgiler,  $R_{xy}$  enine direncin maksimum değerlerini göstermektedir. Siyah kesikli çizgi ile dalga fonksiyonunun genişliği gösterilmektedir.

Kuantum Hall etkisinin görülebilmesi için, oluşan sıkıştırılmaz şeridin genişliğinin, kuantum uzunluk ölçeğine eşit ya da daha büyük olması gerekmektedir. Burada uzunluk ölçeği olarak dalga fonksiyonun genişliği olan  $r_C$  alınmıştır. Sıkıştırılmaz şeritlerin genişliği ( $a_{k,f}$ ), dalga fonksiyonun genişliğinden küçük olursa, elektronlar siklotron yarıçapını tamamlayamazlar ve klasik Hall etkisine neden olurlar. Ancak şeridin genişliği, dalga fonksiyonunun genişliğine eşit olduğunda siklotron yarıçapı tamamlanır ve kuantum Hall etkisi ortaya çıkar. Buradaki şekillerdeki sıkıştırılmaz şeritlerin genişlikleri üç farklı bilgiyi içermektedir. Bunların biri,  $a_v^{TFY} < r_C$  koşulunun klasik Hall olayına neden olduğudur. Diğeri,  $a_{v_1}^{TFY} \geq r_C \geq a_{v_2}^{OHY}$ , ( $v_1 > v_2$ ) koşulunu sağlayan ardışık ISlerin bir arada var olup, çabuk yok olduklarını (evanescent) belirten ve böylece eIS olarak adlandırılan sıkıştırılmaz şeritlerin olduğu durumdur. eIS durumunda şerit boyunca tünelleme yapabilir, bu yüzden bu ISler çok iyi tanımlı bir sıkıştırılmaz durum değildir. Diğer durum ise  $a_v^{OHY} > r_C$  koşulunu sağlayan ve Hall düzlüğünü oluşturan durumdur.

Şekil 4.11.a' da resmedilen  $t = 1 a_B^*$  ile kesme yapılmış örnek için elde edilen  $\nu = 1$ ,  $\nu = 2/3$  ve  $\nu = 1/3$  doldurma faktörlü sıkıştırılmaz şeritlerin hepsinin farklı manyetik alan değerlerinde ortaya çıktığı görülmektedir. Sıkıştırılmaz şeritlerin genişliklerinde her hangi bir üst üste gelme görülmemektedir.  $t = 5 a_B^*$  ile kapı uygulanmış örnek için elde edilen genişlikler Şekil 4.11.b' de verilmektedir. Burada aynı manyetik alan değerleri için birden fazla sıkıştırılmaz şeridin olduğu görülmektedir. Pembe ile gösterilen dikey sütunda,  $\nu = 1$  ile  $\nu = 2/3$  doldurma faktörlü sıkıştırılmaz şeritlerin aynı manyetik alan değerlerinde oluştuğu görülmektedir. Yani  $\nu = 1$  doldurma faktörlü şerit tamamlanmadan,  $\nu = 2/3$  doldurma faktörlü şeridin oluşmaya başladığı görülmektedir.  $B = 2.70 - 3.45 T$  aralığında (Bkz. Çizelge 4.3)  $\nu = 1$  ve  $\nu = 2/3$  e ait sıkıştırılmaz şeritlerin her ikisinin de etkisi görülmektedir. Bu durum Hall direncinde anormal davranışa neden olmaktadır. Aynı manyetik alan aralığında birden fazla doldurma faktörlü durumun (direncin) etkisinin görülmesi “overshooting” etkisi olarak adlandırılmaktadır. Bu durum tam sayılı kuantum Hall

etkisindeki overshooting etkisine benzerdir (Sailer vd 2010). Şekil 4.11.b-içte,  $\nu = 1 - 2/3$  durumu için ortaya çıkan overshooting etkisindeki Hall direncinin manyetik alan ile değişimi resmedilmiştir. Sarı dikey sütun ile  $\nu = 2/3$  ve  $\nu = 1/3$  arasında ortaya çıkan overshooting etkisinin manyetik alan aralığı belirtilmiştir.

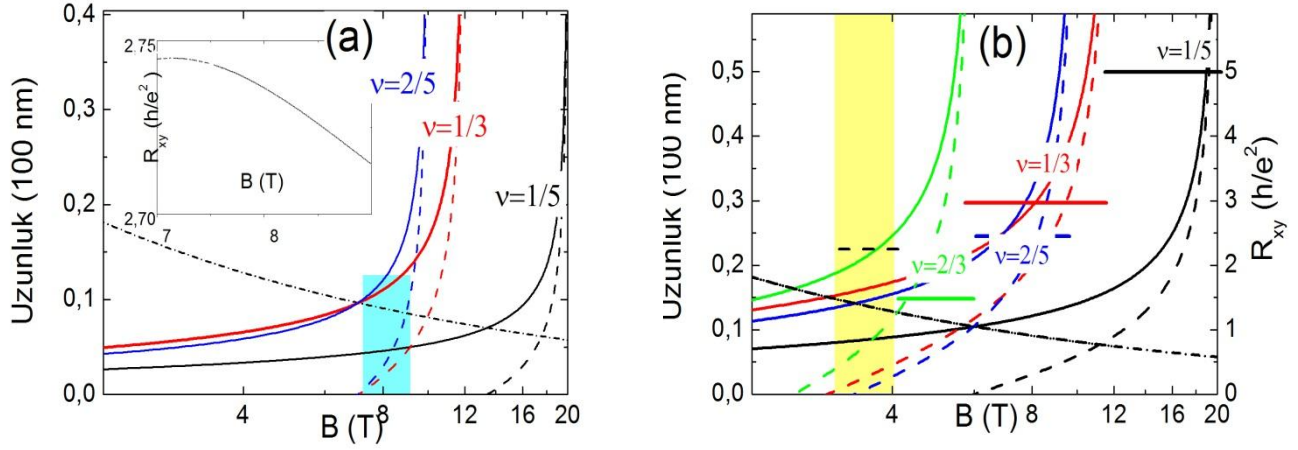
Overshooting etkisi  $t = 1 a_B^*$  ile kesme yapılmış örnekte ortaya çıkmazken,  $t = 5 a_B^*$  ile kapı yapılmış örnekte ortaya çıkmıştır.  $a_{\nu_1}^{TFY} \geq r_c \geq a_{\nu_2}^{OHY}$ , ( $\nu_1 > \nu_2$ ) koşulunu sağlayan elektron dağılımlarından ancak  $t \geq 3 a_B^*$  olduğu durumdaki sıkıştırılmaz şeritler arasında bir overshooting etkisi görüleceği hesaplanmıştır. Bu nedenle  $t = 3 a_B^*$  için sıkıştırılmaz şeritlerin manyetik alan ile değişimi Şekil 4.12' de gösterilmiştir.



Şekil 4.12. a)  $\nu = 1, 1/3, 2/3$  doldurma faktörleri için b)  $\nu = 1/5, 1/3, 2/5, 2/3$  doldurma faktörleri için  $t = 3 a_B^*$  değeri için hesaplanan IS genişliklerinin  $B$  manyetik alanın fonksiyonu olarak değişimi

Şekil 4.12.a' da  $t = 3 a_B^*$  değeri ile  $\nu = 1, 2/3, 1/3$  doldurma faktörleri için sıkıştırılmaz şeritlerin genişlikleri ve ortaya çıktığı manyetik alan değerleri görülmektedir. Şekil 4.10.a ile Şekil 4.12.a kıyaslandığında,  $t$  parametresi büyüdükçe oluşan sıkıştırılmaz şeritlerin genişliklerinin de arttığı görülmektedir. Şekil 4.12.a' daki mor dikey sütun,  $\nu = 1$  ile  $\nu = 2/3$  doldurma faktörleri için overshooting etkisinin manyetik alan aralığı, kırmızı dikey sütun ise  $\nu = 1/3$  ile  $\nu = 2/3$  doldurma faktörleri

için overshooting etkisinin manyetik alan aralığını göstermektedir. Şekil 4.12.b' deki mor dikey sütun yine  $\nu=1/3$  ile  $\nu=2/3$  doldurma faktörleri için overshooting etkisinin manyetik alan aralığını vermektedir.



Şekil 4.13. a)  $\nu=1/5, 1/3, 2/5$  kesirli doldurma faktörleri için  $t=1 a_B^*$  ile kesme tanımlı örnek için b)  $\nu=1/5, 1/3, 2/5, 2/3$  kesirli doldurma faktörleri için  $t=7 a_B^*$  ile kapı uygulanmış örnek için hesaplanan IS genişliklerinin  $B$  manyetik alanın fonksiyonu olarak değişimi  
İçte:  $\nu=2/5$  ile  $\nu=1/3$  için ortaya çıkan overshooting etkisine ait enine direncin manyetik alan ile değişimi

Şekil 4.13.a' da mavi sütun ile  $t=1 a_B^*$  durumundaki  $\nu=2/5$  ile  $\nu=1/3$  arasındaki overshooting etkisinin görüldüğü manyetik alan genişliği gösterilmiştir. Şekil 4.13.b' de sarı sütun ile  $t=7 a_B^*$  durumundaki  $\nu=2/3$  ile  $\nu=1/3$  ve  $\nu=2/5$  durumları arasındaki overshooting genişliği gösterilmiştir. Burada overshooting etkisi, üç farklı kesirli doldurma faktörüne ait sıkıştırılmaz şeritlerin dirençlerini etkilemektedir.

Şekil 4.13 incelendiğinde, ortaya çıkan diğer ilginç bir durum ise,  $\nu=1/3$  ile  $\nu=2/5$  şeritlerinin üst üste binmesidir (overlap etmesidir).  $t=3 a_B^*$  ve  $t=7 a_B^*$  durumunda  $\nu=1/3$ ' e ait sıkıştırılmaz şerit,  $r_c$  civarında tamamen  $\nu=2/5$ ' e ait şeridin üstüne binmekte ve böylece  $\nu=2/5$ ' i perdelemektedir. Bu durumun,  $\nu=2/5$  durumunun yığınsal doldurma faktörüne karşı geldiği ve kenarlarda ise  $\nu=1/3$

doldurma faktörlü durumun olduğunu söyleyen Camino vd (2005) deneysel çalışması ile uyumlu olduğunu düşünülmüştür.

Overshooting, tam sayı kuantum Hall etkisi çalışmalarında deneysel olarak gözlenen ve kuramsal olarak da fark edilen bir etkidir. Overshooting, kesirli sayı sıkıştırılmaz şeritler için henüz deneysel olarak gözlenmemiştir. Komşu iki sıkıştırılmaz şeridin beraber gözlenmesi ya da bir sıkıştırılmaz şeridin etkisi bitmeden diğer şeridin etkisinin var olması, Hall direncinde anormal davranışlar yaratmaktadır. Hall direncindeki anormal davranış Şekil 4.11.b-içte ve Şekil 4.13.a-içte' nin içindeki şekillerde gösterilmiştir. Overshooting görülen manyetik alanlara göre, enine direncin değişim davranışı Şekil 4.14' de gösterilmektedir. Elektron dağılımının değişim dikliğini belirleyen  $t$  parametresine göre incelenen doldurma faktörlerine ait TFY ve QHY ile elde edilen genişliklerin, dalga fonksiyonunun genişliği olan  $r_c$  ile kesişim noktalarına karşı gelen manyetik alan değerleri hesaplanmış ve Çizelge 4.3' de verilmiştir.

Çizelge 4.3.  $t$  parametreleri ile çalışılan  $\nu=1/5, 1/3, 2/5, 2/3$  ve  $\nu=1$  doldurma faktörlerinde TFY ve QHY ile hesaplanan sıkıştırılmaz şeritlerin genişliklerinin ( $a_v^{TFY}$  ve  $a_v^{QHY}$ ), dalga fonksiyonunun genişliği ( $r_c$ ) ile kesiştiği noktalardaki  $B_v^{TFY}$  ve  $B_v^{QHY}$  manyetik alan değerleri

$t (a_B^*)$	$B_{1/5}^{TFY} (T)$	$B_{1/5}^{QHY} (T)$	$B_{1/3}^{TFY} (T)$	$B_{1/3}^{QHY} (T)$	$B_{2/5}^{TFY} (T)$	$B_{2/5}^{QHY} (T)$	$B_{2/3}^{TFY} (T)$	$B_{2/3}^{QHY} (T)$	$B_1^{TFY} (T)$	$B_1^{QHY} (T)$
1	13.392	17.556	7.080	9.966	7.066	8.969	4.684	5.583	3.544	3.872
2	10.630	15.790	5.412	8.674	5.716	8.182	3.951	5.230	3.233	3.750
3	9.014	14.452	4.500	7.765	4.898	7.566	3.469	4.936	3.004	3.641
4	7.923	13.391	3.908	7.080	4.334	7.065	3.119	4.684	2.824	3.544
5	7.124	12.522	3.483	6.538	3.916	6.648	2.851	4.466	2.677	3.456
6	6.508	11.793	3.162	6.096	3.590	6.292	2.637	4.274	2.554	3.375
7	6.014	11.170	2.907	5.726	3.327	5.985	2.462	4.104	2.449	3.302
8	5.607	10.629	2.700	5.412	3.109	5.716	2.314	3.951	2.357	3.233

Şekil 4.11' de gösterilen,  $t = 7 a_B^*$  durumundaki elektron dağılımında oluşan sıkıştırılmaz şeritlerin konumları ve genişlikleri için yapılan hesaplama yöntemi şöyledir: Öncelikle incelenen ( $\nu = 1$  ve  $\nu = 2/3$ ) doldurma faktörlü sıkıştırılmaz şeride ait TFY ve QHY ile elde edilen genişliklerin, dalga fonksiyonunun genişliği ( $r_c$ ) ile kesiştiği manyetik alan değerleri bulunmuştur. Buradan,  $\nu_0 = 2\pi l^2 n_0$  eşitliğinde  $l$  manyetik uzunluk değerleri yerine konularak yığinsal doldurma faktörleri ve (4.2.8) bağıntısı ile  $x_k$  değerleri hesaplanmıştır. Burada, yığinsal elektron yoğunluğu  $n_0 = 0.97 \times 10^{15} m^{-2}$  dir.

$\nu = 1$  doldurma faktörlü sıkıştırılmaz şerit için  $t = 7 a_B^*$  durumunda sonuçlar şu şekildedir.

$$B_1^{TFY} = 2.45 T, \quad l = 1,639 \times 10^{-8} m, \quad \nu_0 = 1.637 \quad (4.2.19)$$

$$B_1^{QHY} = 3.30 T, \quad l = 1,413 \times 10^{-8} m, \quad \nu_0 = 1.216 \quad (4.2.20)$$

$x_{k,f} = |L - d| + t \ln(1 - \frac{\{k,f\}}{\nu_0})$  bağıntısında bu değerler yazılırsa,

$$x_1^{TFY} = |120 - 20| + 7 \ln(1 - \frac{1}{1.637}) = 93,38 a_B^* \quad (4.2.21)$$

$$x_1^{QHY} = 100 + 7 \ln(1 - \frac{1}{1.216}) = 87,90 a_B^* \quad (4.2.22)$$

$$x_1 = (x_1^{TFY} + x_1^{QHY}) / 2 = (93.38 + 87.9) / 2 = 90,64 a_B^* \quad (4.2.23)$$

sonuçlarına ulaşılır. Bu sonuçlar,  $t = 7 a_B^*$  için  $\nu = 1$  doldurma faktörlü sıkıştırılmaz şeridin konumunu hem üst indislerle belirtilen yaklaşımlarda hem de her iki yaklaşımın göz önüne alındığı durumda verir. Sıkıştırılmaz şeritteki elektron sayı yoğunluğunun, yığinsal bölgedeki elektron sayı yoğunluğuna oranı,



$$\frac{n_e(x_{\{k,f\}})}{n_0} = (1 - e^{-(|x_{\{k,f\}} - d - L|)/t}) \quad (4.2.24)$$

bağıntısı kullanılarak,

$$\frac{n_e(x_1)}{n_0} = (1 - e^{-(|90.64 - 100|)/7}) = 1 - 0.2626 = 0.737 \quad (4.2.25)$$

olarak elde edilir.

$t = 7 a_B^*$  için aynı yöntemle  $\nu = 2/3$  durumuna ait manyetik alan, manyetik uzunluk ve yığınsal doldurma faktörleri hesaplanırsa,

$$B_{2/3}^{TFY} = 2.46 T, \quad l = 1,638 \times 10^{-8} m, \quad \nu_0 = 1.630 \quad (4.2.26)$$

$$B_{2/3}^{OHY} = 4.10 T, \quad l = 1,267 \times 10^{-8} m, \quad \nu_0 = 0.978 \quad (4.2.27)$$

$$x_{2/3}^{TFY} = 100 + 7 \ln\left(1 - \frac{2/3}{1.630}\right) = 96,32 a_B^* \quad (4.2.28)$$

$$x_{2/3}^{OHY} = 100 + 7 \ln\left(1 - \frac{2/3}{0.978}\right) = 91,98 a_B^* \quad (4.2.29)$$

$$x_{2/3} = (x_{2/3}^{TFY} + x_{2/3}^{OHY}) / 2 = (96.32 + 91.98) / 2 = 94.15 a_B^* \quad (4.2.30)$$

sonuçları elde edilir. Sıkıştırılmaz şeritteki elektron sayı yoğunluğunun, yığınsal bölgedeki elektron sayı yoğunluğuna oranı,

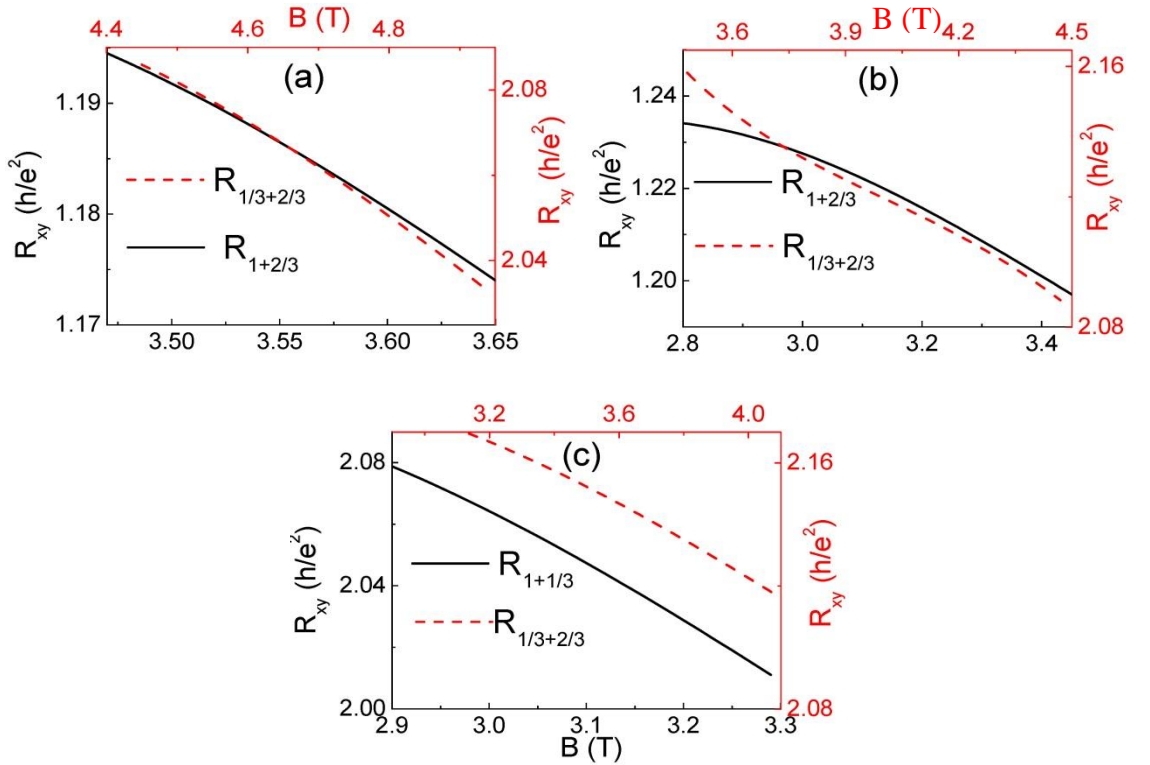
$$\frac{n_e(x_1)}{n_0} = (1 - e^{-(|94.15 - 100|)/7}) = 1 - 0.433 = 0.567 \quad (4.2.31)$$

olarak elde edilir.

$t = 3, 5, 7 a_B^*$  için  $a_{v_1}^{TFY} \geq r_C \geq a_{v_2}^{OHY}$ , ( $v_1 > v_2$ ) koşulu ile birlikte var olan ve çabuk yok olan eİSlerin oluştukları manyetik alana karşılık, Hall dirençlerinin değişimleri Şekil 4.14’ de resmedilmiştir. Overshooting etkisinin görüldüğü durumlar için Hall direnci hesabı yapılırken, akımın sabit olduğu ve bir arada var olan ve çabuk yok olan sıkıştırılmaz şeritler boyunca eşit oranda aktığı düşünülerek,

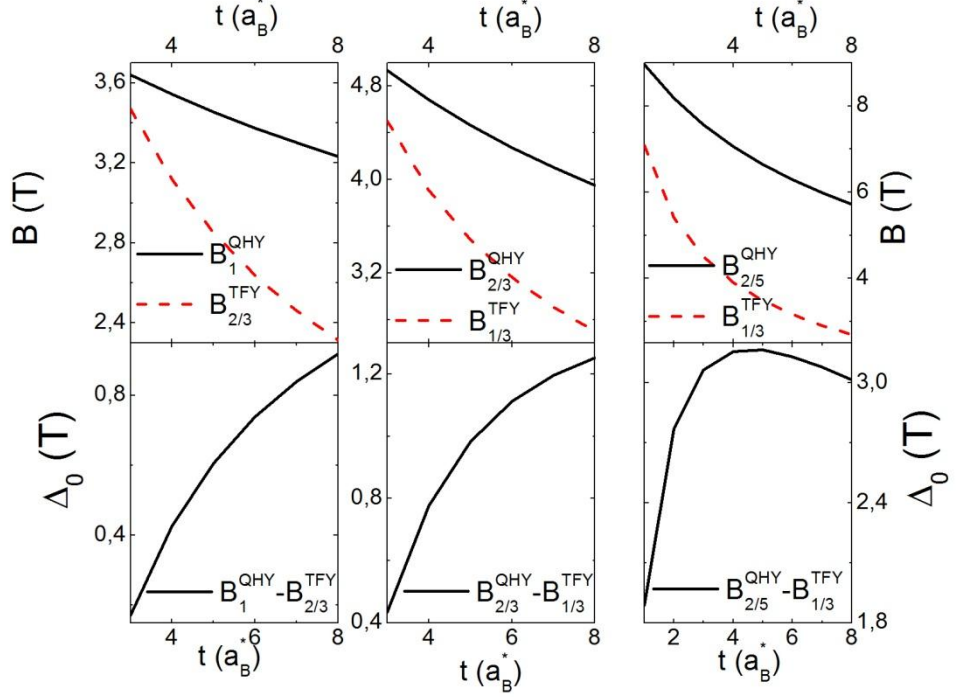
$$R_{xy} = \sum_{i=k,f} \frac{a_i}{a_T} R_i ; \quad R_i = \frac{h}{ie^2} \quad (4.2.32)$$

bağıntısından yararlanılmıştır. Kırmızı kesikli çizgiler, her  $t$  değerinde  $\nu = 1/3 - 2/3$  için Hall direncinin değişimini göstermektedir. Buradan  $t$  değerleri arttıkça, overshooting görülen manyetik alan değerlerinin azaldığı görülmektedir. Overshooting Hall direnci, manyetik alan ile doğrusallığa yakın bir değişim göstermektedir.



Şekil 4.14.  $\nu = 1/5, 1/3, 2/5$  ve  $2/3$  doldurma faktörlerinde görülen overshoot manyetik alanları için hesaplanan enine dirençlerin manyetik alan ile değişimi a)  $t = 3 a_B^*$ , b)  $t = 5 a_B^*$ , c)  $t = 7 a_B^*$

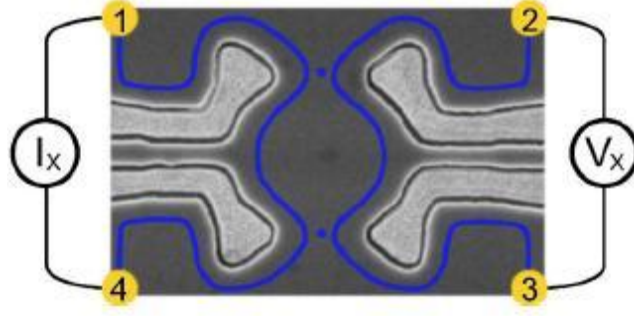
$\nu = 2/5 - 1/3$  durumunda ise overlap etkisinden dolayı  $t = 5 a_B^*$  ye kadar manyetik alan aralığının da arttığı, daha büyük  $t$  değerlerinde ise bir miktar azaldığı görülmektedir.



Şekil 4.15. (üst panel) Farklı doldurma faktörü kombinasyonlarını ele alarak; overshoot bölgelerindeki manyetik alanın,  $t$  parametresinin fonksiyonu olarak değişimi (alt panel) Overshoot manyetik alan genişliğinin,  $t$  parametresinin fonksiyonu olarak hesabı

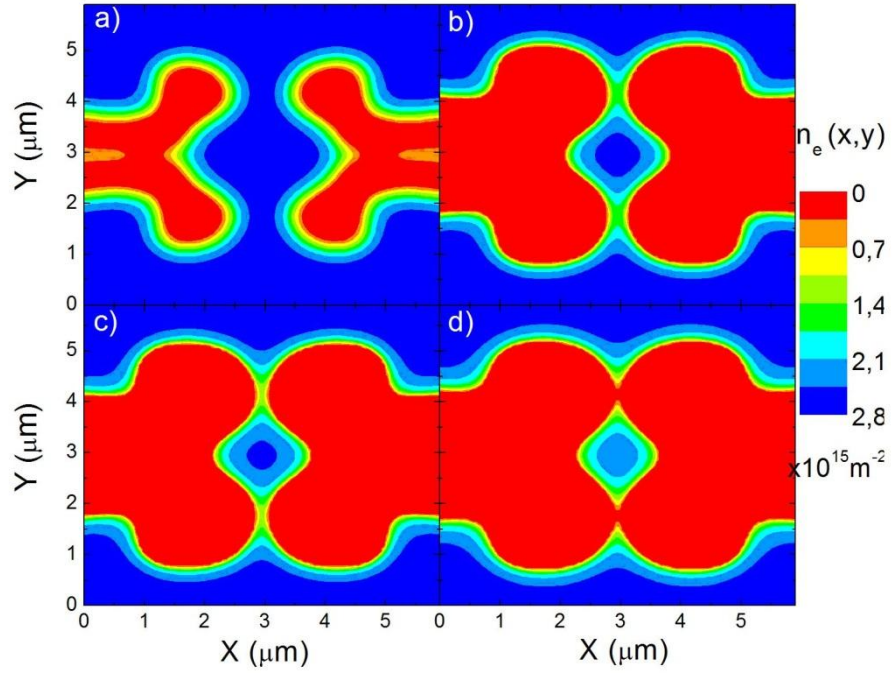
### 4.3. Kuantum Noktalarında Kuantum Hall Tabanlı Sanki Parçacık İnterferometrelerinin Perdeleme Kuramı

Bu bölümde, Laughlin sanki parçacıklarının özelliklerini anlamak için Aharonov-Bohm interferometresi olarak ele alınan ve Camino vd tarafından (Camino vd 2005-a, 2005-b, 2007) deneysel çalışmalarda kullanılan kuantum nokta kontakları ile çalışılmıştır ve örnek geometrisi Şekil 4.16' de resmedilmiştir. Bu geometrideki elektron gazının, güçlü manyetik alan altında oluşturduğu  $\nu = 1/3$  doldurma faktörlü sıkıştırılmaz şeritlerin yerleri ve girişim özellikleri incelenmiştir. Girişim özelliklerine kapı potansiyelinin ve kesme derinliğinin etkisi, uygulanan manyetik alanın etkisi ile birleştirilerek inceleme yapılmıştır.



Şekil 4.16. Laughlin sanki parçacık interferometresi örneğinin taramalı elektron mikroskobu ile elde edilen resmi. Açık renkli bölge metal kontak bölgelerini, koyu renkli bölge ise elektronların olduğu bölgeleri göstermektedir. Mavi kenar kanalları ise tünelleme yolunu ve noktalar ise tünelleme kontaklarını belirtmektedir (Camino vd 2005-a, 2005-b, 2007).

Ele alınan yapının özellikleri dikkate alınarak ve çeşitli kapı potansiyelleri ve kesme derinlikleri uygulanarak yapılan kendinden tutarlı hesaplar sonucunda elde edilen elektron uzaysal dağılımları Şekil 4.17' de gösterilmiştir.



Şekil 4.17. Sıfır sıcaklık ve sıfır manyetik alandaki elektronların uzaysal dağılımları  
a)  $V_g = -2.0V$  kapı potansiyeli uygulanmış örnek, b) Yüzeyden  $160\text{ nm}$   
c)  $240\text{ nm}$  kesme yapılmış örnek, d)  $240\text{ nm}$  kesme yapılan ve  $V_g = -2.0V$   
kapı potansiyeli uygulanan (streç kapı) örnek

Burada  $5.9 \mu m \times 5.9 \mu m$  lik kenarlara sahip heteroyapı ile çalışılmıştır. GaAs/AlGaAs heteroyapısının arayüzeyinde oluşan 2BES,  $z$  doğrultusunda yüzeyden  $280 \text{ nm}$  aşağıdadır. Kontaklara uygulanan negatif potansiyeller, elektronları o bölgelerden uzaklaştırmakta ve elektrondan yoksun bölgeler yaratmaktadır. Yapıya, yüzeyden itibaren kesme yapmak elektron dağılımını etkilemektedir. Uygulanan kapı potansiyeli ya da kesme derinliği arttıkça elektronsuz bölgenin genişlediği görülmektedir. Bölüm 4.1' de de belirtildiği gibi elektron gazındaki elektronlar, uygulanan negatif kapı potansiyeli ya da kimyasal kesme ile kontak bölgelerinden ayrılmaktadır. Şekil 4.17' den görüldüğü gibi elektronları uzaklaştırmak için örneğe kesme yapmak, örneğe sadece kapı uygulamaktan daha etkilidir.

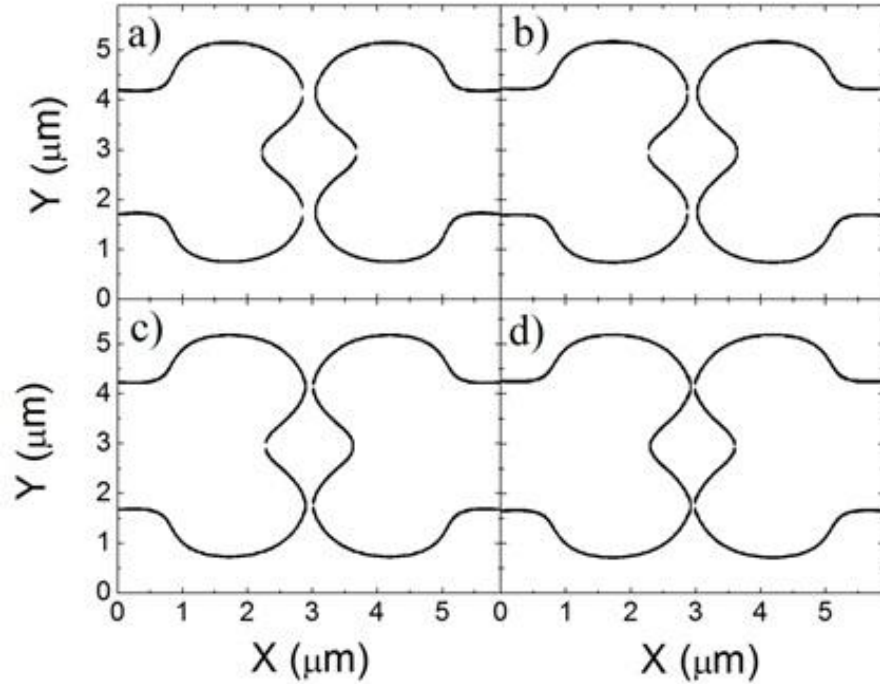
Sıkıştırılmaz şeritlerin oluştuğu kenar durumları, akımı saçılmalar olmadan taşıyan kanallar olarak düşünülmektedir. Kenar durumları, sanki parçacıkları da taşıyan kanallar olarak düşünülmektedir. Akım kanalları arasındaki girişim koşulları, kenar durumlarının uzaysal dağılımlarına oldukça bağlıdır. Kenar kanallarının oluşumunda ve dağılımında elektrostatik önemli bir rol oynamaktadır. Bu nedenle kenar kanallarının oluşum ve girişim özellikleri, elektrostatik potansiyelin de göz önüne alındığı kendinden tutarlı Thomas-Fermi-Poisson yaklaşımı ile elde edilen elektron dağılım hesapları ile gerçekleştirilmiştir. Ortalama alan yaklaşımı ile elektronun hissettiği toplam potansiyel,

$$V(x, y, z) = V_d(x, y, z) + V_g(x, y, z) + V_{yüzey}(x, y, z) + V_{iç}(x, y, z) \quad (4.3.1)$$

ile verilmektedir. Burada,  $V_d(x, y, z)$  donörlerin ürettiği potansiyel,  $V_g(x, y, z)$  yüzeye uygulanan metalik kapıların yarattığı potansiyel,  $V_{yüzey}(x, y, z)$  yüzey potansiyelini ve  $V_{iç}(x, y, z)$ ,  $n_e(x, y, z)$  elektron yoğunluk dağılımı ile belirlenen elektron-elektron etkileşim potansiyelini temsil etmektedir. Yüzey ve kapı potansiyelleri, örnek özellikleri ile belirlenmektedir; kapıya uygulanan potansiyel kapı potansiyelini belirlerken, heteroyapının enerji aralığının yarısı olan enerji, yüzey potansiyelini belirlemektedir. Elektron dağılımları, bu potansiyel parametreleri kullanılarak Bölüm 3.1.2.2' de verilen döngü ile kendinden tutarlı hesaplama sonucunda elde edilmiştir. Kenar kanallarının konum ve genişlikleri yine Chklovskii vd formalizminden hesaplanmıştır.

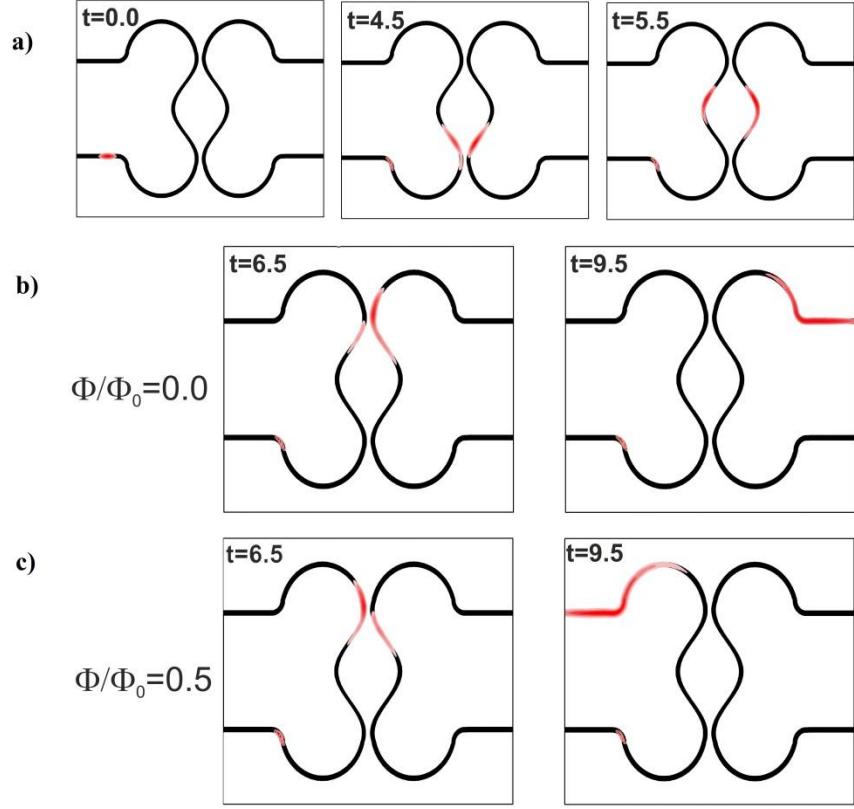
Şekil 4.17' de görülen elektron dağılımları, manyetik alanın varlığında incelendiğinde ise yerel olarak sıkıştırılamaz bölgeler oluşmaktadır. Bu bölümde, güçlü manyetik alan altında  $\nu=1/3$  doldurma faktörlü sıkıştırılamaz şeritlerin oluşumu ve girişim özellikleri incelenmiştir. İnceleme yapılırken Laughlin sanki parçacık özellikleri kullanılmıştır. 2 boyutlu elektron gazı güçlü manyetik alana maruz bırakılırsa, bu durumda anyonik parçacıklar Laughlin sanki parçacığı olarak adlandırılır; etkin yükleri  $e^* = e/(2i + 1)$  ile ve doldurma faktörü  $f = 1/(2i + 1)$  ile verilir,  $i$  burada tam sayıdır.

$\nu=1/3$ 'e ait kenar durumlarının ortaya çıkabilmesi için tam sayılı kenar durumlarına oranla daha yüksek manyetik alanlara ihtiyaç vardır. Streç kapı yöntemi ile oluşturulan 2BES' ne  $B=14.4 T$  değerinde manyetik alan uygulanması sonucunda oluşan  $\nu=1/3$  doldurma faktörlü kenar kanallarının uzaysal dağılımları Şekil 4.19' da gösterilmiştir.



Şekil 4.18.  $D_e = 45 nm$  kesme yapılan örneğe sırası ile a)  $V_g = -2.3 V$  b)  $V_g = -2.5 V$ , c)  $V_g = -2.7 V$ , d)  $V_g = -2.9 V$  kapı voltajı uygulanarak elde edilen elektron dağılımlarına  $B = 14.4 T$  değerinde manyetik alan etki ettirilmesi ile oluşan  $\nu=1/3$  doldurma faktörlü sıkıştırılamaz şeritlerin uzaysal dağılımları

Gerçek örnek özellikleri kullanılarak, kendinden tutarlı hesap yapılarak elde edilen ve Şekil 4.18’ de gösterilen akım kanalları arasında girişim oluşma olasılıkları vardır. Bu amaçla, elektron dalga paketi hareketinin zamanla değişimi araştırılmış ve anlık görüntüleri Şekil 4.20’ de verilmiştir. Şekil 4.19’ de akım kanallarını tanımlayan potansiyel çizgileri (siyah çizgiler) ve elektrona ait dalga paketinin (kırmızı çizgiler) kanallar boyunca olan hareketinin zamanla gelişimi görüntülenmiştir. Zamana bağlı inceleme yapılırken  $t=0$  anında elektrona ait dalga paketi, akım kanallarının sol alt kenarına yerleştirilmiştir. Şekil 4.19.a’ da gösterildiği gibi elektron paketinin hareketi  $t=5.5 a.u.$  ( $1 a.u. \approx 2.42 \times 10^{-17} s$ ) anına kadar akıdan bağımsızdır. Bu andan sonra dalga paketinin zaman içerisindeki davranışının akıya bağlı olduğu görülmüş ve Şekil 4.19.b ile Şekil 4.19.c’ de bu farklılıklar gösterilmiştir. Zamana bağlı incelemelerde OCTOPUS paket programı kullanılmıştır. OCTOPUS, yoğunluk fonksiyoneli kuramı ile zamana bağlı hesaplar yapan bir programdır. Bu programın kullanılmasında önce Şekil 4.18’ daki akım kanallarının geometrisini veren potansiyel fonksiyonları yazılmıştır. Bu potansiyeller, elektronu kanal içinde tuzaklamayı sağlamaktadır ve genel formu  $V = -V_0 e^{-s^2/c^2}$  şeklindedir. Burada  $s$  kanalların uzaysal konumunu,  $V_0$  potansiyel kuyusunun derinliğini ve  $c$  ise potansiyel kuyusunun genişliğini temsil etmektedir. Şekil 4.19’ nin elde edilmesinde,  $V_0$  ve  $c$  parametreleri için elektron yoğunluğunun kanal boyunca dağılmadan ve saçılmadan hareket ettiği ideal değerler kullanılmıştır.



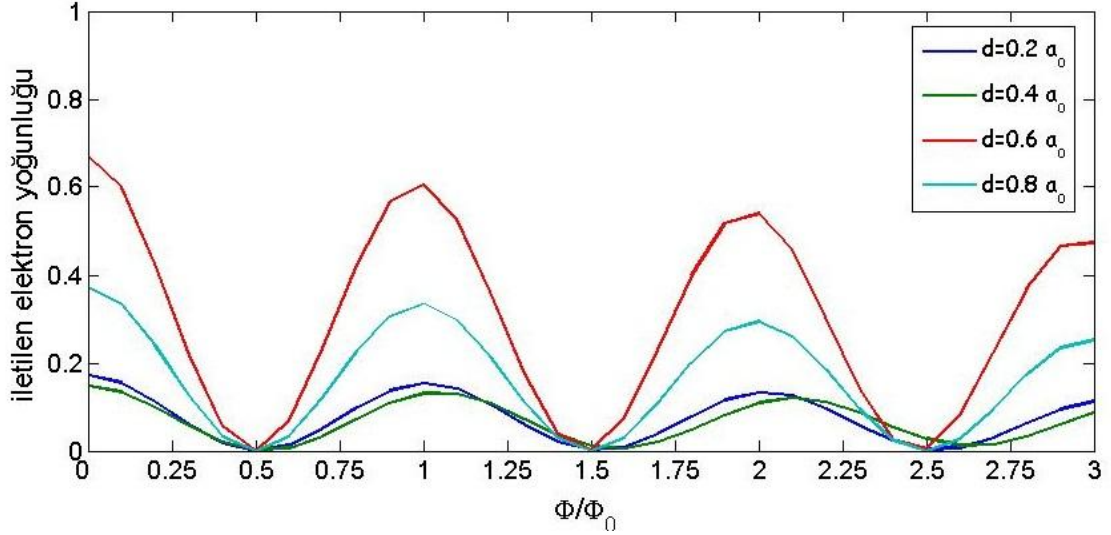
Şekil 4.19. Model Aharonov-Bohm interferometresindeki elektron yoğunluk dağılımının zamanla değişiminin anlık görüntüleri. Siyah yollar akım kanallarını, kırmızı yollar akım kanallarında dolanan elektron dalga paketini gösterir. Elektron dalga paketi  $t = 0$  anında akım kanallarının sol alt kenarında bulunmaktadır.

Başlangıçta, elektron dalga paketi örneğin sol alt köşesine yerleştirilmiştir. Elektron dalga paketini başlangıçta ivmelendiren voltaj  $V = -0.2V_0$  şeklinde doğrusal bir voltajdır. Bu incelemede, elektronun hareketine başladıktan  $t = 4.5 a.u.$  zaman sonra Aharonov-Bohm interferometresindeki gibi eşit yoğunluklu olarak iki farklı yolu izlemesi sağlanmıştır.  $t = 6.5 a.u.$  zamanında ve sonrasında elektron yoğunluğunun büyük kısmının akı kuantasının  $\Phi/\Phi_0 = 0$  olduğu durumlarda sağ üst kenarda toplandığı ve akı kuantasının  $\Phi/\Phi_0 = 0.5$  olduğu durumlarda ise elektronun hareketine başladığı tarafta sol üst tarafta toplandığı görülmektedir.

Elektronun içinde hareket ettiği potansiyel kuyusunun derinliği ve genişliğinin yanı sıra, sağ ve sol akım kanalları arasındaki en düşük uzaklığın ( $d$ ) belirlenmesi de önemlidir. Bu uzaklık, sağ ve sol kontak noktaları arasındaki uzaklığı gösterir ve



elektronun, hareketine başladığı sol alt bölgeden sağ üst bölgeye ne kadarının iletildiğini belirler. Şekil 4.20, kanallar arasındaki farklı uzaklıklar için elde edilen “elektron yoğunluğu=f(akı)” dağılımı sonuçlarını göstermektedir.



Şekil 4.20. Model interferometrede manyetik akının fonksiyonu olarak iletilen elektron yoğunluğunun kanallar arası değişik uzaklıklar için davranışı

Şekil 4.20’ den görüldüğü gibi sanki parçacık iletiminin en olası olduğu kanallar arası uzaklık (sağ ve sol kanalın Şekil 4.19’ daki gibi altta ve üstte birbirine yakın olan noktaları arası uzaklık)  $d = 0.6 a_0$ ’ dur. Buradaki sonuçlar Şekil 4.18 ile karşılaştırıldığında girişimin oluşma olasılığının, Şekil 4.18.c’ de yani  $45 \text{ nm}$  kesme yapılmış ve  $V_g = -2.7 \text{ V}$  uygulanmış streç kapı yöntemi ile elde edilen ve  $B = 14.4 \text{ T}$ ’ lik manyetik alana maruz bırakılan örnekte en yüksek olduğu sonucunu çıkarmak mümkündür. Kanalların birbirine olan uzaklığı  $d = 0.6 a_0$  dan daha az olduğunda, kanallar üst üste gelmekte ve bu durum iletimi azaltmaktadır. Kanallar arası uzaklık  $d = 0.6 a_0$  uzaklığından fazla olduğu durumlarda ise bir kanaldan diğer kanala geçiş olasılığı azalmakta, dolayısı ile girişim oluşturma olasılığı da azalmaktadır. Streç kapı yöntemi ile oluşturulan elektron yapılarının, interferometrik ölçümlerde daha uygun olduğu deneysel (Camino vd 2006, 2007 ) ve kuramsal (Sıddıki ve Güven 2010, Salman vd 2012) çalışmalarda belirtilmektedir. Şekil 4.18’ de elde edilen kenar durumları resimlerine çok benzer durumlar, farklı kesme derinlikleri ve farklı kapı voltajları

uygulanan streç kapılı örnekler ile de elde edilebilmektedir. Yapılan incelemelerde görülen durumlar şöyledir:

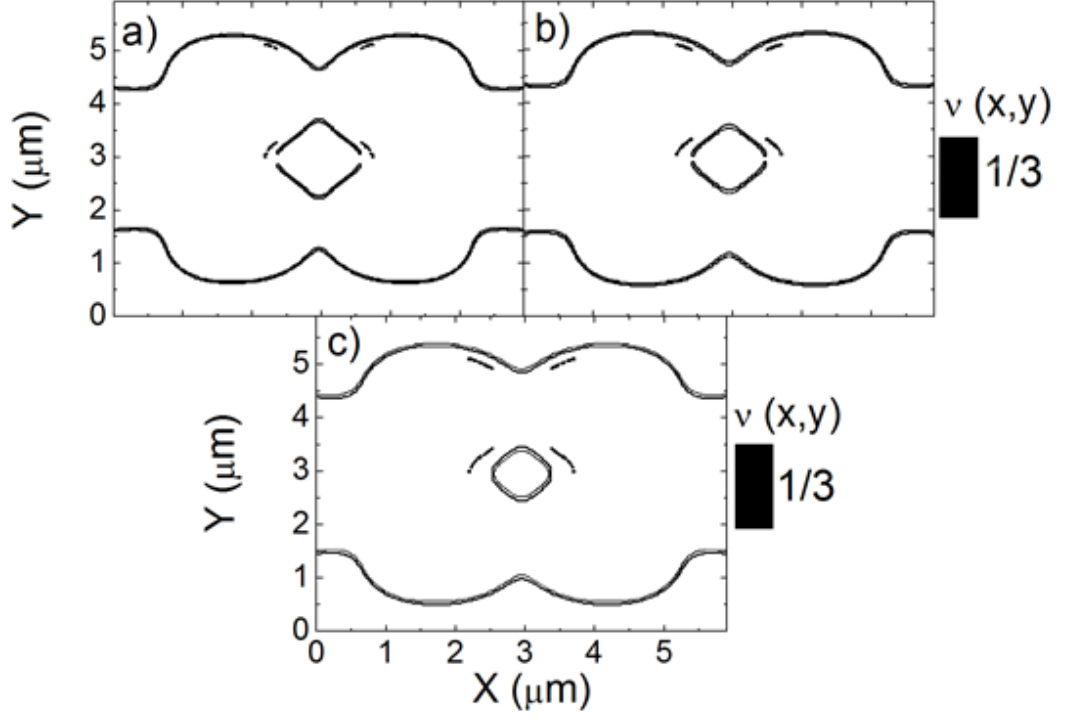
- $D_e = 15 \text{ nm}$  derinliğinde kesme yapıp  $V_g = -(4.3-4.9) \text{ V}$  değerlerinde kapı voltajı uygulaması,
- $D_e = 30 \text{ nm}$  derinliğinde kesme yapıp  $V_g = -(3.3-3.9) \text{ V}$  değerlerinde kapı voltajı uygulaması,
- $D_e = 60 \text{ nm}$  derinliğinde kesme yapıp  $V_g = -(1.3-1.9) \text{ V}$  değerlerinde kapı voltajı uygulaması.

Bu durumlar arasında, girişimin en olası olduğu durumlar,  $15 \text{ nm}$  kesme yapılmış ve  $V_g = -4.7 \text{ V}$  uygulanmış,  $30 \text{ nm}$  kesme yapılmış ve  $V_g = -3.7 \text{ V}$  uygulanmış ile  $60 \text{ nm}$  kesme yapılmış ve  $V_g = -1.7 \text{ V}$  uygulanmış streç kapı örnekler olarak öngörülmektedir.

Bu durumların yanı sıra Şekil 4.16 ile verilen geometrideki  $\nu = 1/3$  doldurma faktörlü durum için kenar kanallarındaki girişimin düşük kapı potansiyelleri ( $V_g < -7.0 \text{ V}$ ) uygulanan örneklerde mümkün olmayacağı fark edilmiştir. Düşük kapı potansiyeli değerlerinde elektronlar metal kontak bölgelerinden yeterince itilememekte ve kontak noktaları birbirine yeterince yaklaşmamaktadır. Negatif kapı potansiyeli arttırıldığında elektronlar daha çok itilmekte ve karşılıklı olan kanallar birbirine yaklaşmaktadır. Kesme yapılan durumlarda ise küçük kesme derinlikleri değerlerinde bile elektronlar kenarlardan daha çok itildiği ve elektron dağılımının gradyenti hızlı değiştiği için kanallar birbirine daha çok yaklaşabilmektedir.

Kompozit fermiyonların özellikleri bu tezde araştırılan sanki parçacık interferometresi hesaplarında daima göz önünde bulundurulmuştur. Sanki parçacık interferometresi için yaptığımız inceleme, Camino vd 2007, 2008 ve Goldman vd 2005 çalışmalarına dayandırılmıştır. Bu çalışmalarda,  $\nu = 1$  durumu için elde edilen girişim iletkenlik osilasyonlarının çok benzer resmi daha yüksek manyetik alan değerlerinde  $\nu = 1/3$  durumu için de gözlenmiştir. Girişim iletkenlik osilasyonları için bu bölümde elde edilen sonuçlar Camino vd 2007, 2008 ve Goldman vd 2005 çalışmaları ile uyumludur.

Son bir çalışma olarak,  $D_e = 240 \text{ nm}$  kesme derinliği ile kesme yapılan örneğin overlap ederek kapanan iç kanallarının oluşturduğu iç bölge alanlarının, manyetik alan ile değişimi incelenmiştir.



Şekil 4.21. 240 nm kesme yapılarak oluşturulan örneğe a)  $B = 12.0 \text{ T}$ , b)  $B = 13.2 \text{ T}$ , c)  $B = 14.4 \text{ T}$  değerlerinde manyetik alan uygulanması ile elde edilen  $\nu = 1/3$  doldurma faktörlü sıkıştırılmaz şeritlerin uzaysal dağılımları

Şekil 4.21' deki iç bölge alanları (a) için  $1.04 \mu\text{m}^2$ , (b) için  $0.78 \mu\text{m}^2$ , (c) için  $0.45 \mu\text{m}^2$  olarak hesaplanmıştır. Bu yapı için manyetik alanı  $1.2 \text{ T}$  aralıklarla arttırmanın,  $\nu = 1/3$  durumu için hesaplanan iç bölge alanını yaklaşık olarak 2 kat azalttığı görülmektedir.

## 5. SONUÇ

Bu tez çalışmasında, GaAs/AlGaAs heteroyapıları arayüzeyinde oluşan iki boyutlu elektron sistemlerinde gözlemlenen kesirli kuantize Hall etkisinin perdeleme kuramı çalışılmıştır. Çalışmanın öncelikli amacı olan ve en çok çalışılan kesirli Hall durumu olan ve Laughlin sanki parçacığı olarak da bilinen  $\nu=1/3$  kesirli sayı doldurma faktörlü sıkıştırılmaz şeridin perdeleme özellikleri incelenmiştir. Çalışmada sıkıştırılmaz şeritler, akım taşıyan kanallar olarak düşünülmektedir. Bunun dışında  $\nu=1, 2$  tam sayılı ve  $\nu=1/5, 1/3, 2/5, 2/3$  kesirli sayılı doldurma faktörlü durumların hangi şartlar altında oluştuğu incelenmiştir.

Tez çalışması genel olarak üç kısımdan oluşmaktadır. İlk kısımda birçok çalışmada referans olarak alınan Chklovskii vd (1992) çalışması, gerçek örnek özellikleri ve farklı sınır koşulları için araştırılmış ve irdelenmiştir. Chklovskii vd çalışmasında, TFY kullanılarak kendinden tutarlı olmayan bir hesap ile GaAs/AlGaAs arayüzeyinde oluşan 2BES' ne ait tükenme şeridinin ve oluşan sıkıştırılmaz şeritlerin genişliği için bağımlılar türetmiştir. Chklovskii vd çalışmasında uygulanan negatif kapı potansiyeli ile tükenme şeridinin genişliğinin doğrusal olarak değiştiği vurgulanmıştır. Burada kendinden tutarlı olarak yapılan hesapta, tükenme şeridinin genişliğinin uygulanan kapı potansiyeli ile üstel olarak değiştiği görülmüştür ve çeşitli katman profilleri çalışılarak, gerçek örnek parametrelerine bağlı olarak nümerik bir bağıntı türetilmiştir. Benzer bir nümerik bağıntı, kimyasal kesme yapılan durumlarda kesme derinliği ile tükenme bölgesinin genişliğinin değişimi için elde edilmiştir. Elektron sistemine manyetik alanın uygulanması ile oluşan sıkıştırılmaz şeritlerin genişlikleri incelenmiş ve Chklovskii vd çalışması ile karşılaştırılmıştır. Chklovskii vd çalışmasında elektron sistemi örneğin yalnızca tek tarafından sınırlandırılmışken, bu tez çalışmasındaki sistem örneğin iki tarafından da sınırlandırılmıştır. Bu nedenle bu çalışmadaki sistemde sıkıştırılmaz şeritlerin genişlikleri uygun sonlu değerlerde kalırken, Chklovskii vd yaklaşımında çok büyük değerlere gitmektedir.

İkinci kısım olarak, Hall çubuğu geometrisinde,  $\nu=1/5, 1/3, 2/5, 2/3$  ve  $\nu=1$  doldurma faktörlü sıkıştırılmaz şeritlerin genişlikleri ve örnek özelliklerine bağlı olarak

oluştukları manyetik alan aralıkları incelenmiştir. Yapılan incelemede elektron dağılımının konumla değişiminin çok hızlı olmadığı durumlarda incelenen doldurma faktörlü akım kanallarının ikişerli bazen de üçerli olarak aynı manyetik alan aralıklarında olduğu görülmüştür. Bu durum, tam sayı kuantum Hall etkisinin kuramsal ve deneysel çalışmalarından bilinen overshooting etkisidir. Literatürde overshooting etkisi, kesirli doldurma faktörlü durumlar için henüz deneysel olarak belirtilmemiştir ve kuramsal olarak da ilk kez bu çalışmada fark edilmiştir. Ayrıca  $\nu = 1/3$  doldurma faktörlü durumun,  $\nu = 2/5$  doldurma faktörlü durum üst üste geldiği ve  $\nu = 2/5$  durumunu engellediği görülmüştür. Bu durum, bazı deneysel çalışmalarda (Camino 2005, 2007) değinilen  $\nu = 1/3$  durumu,  $\nu = 2/5$  yığımsal durumunun kenar durumudur önerisi ile uyumludur.

Son olarak, girişim özellikleri deneysel çalışmalarda sıklıkla araştırılan bir model üzerinde (Aharonov-Bohm interferometresi), sanki parçacık interferometreleri için kuramsal bir çalışma yapılmıştır. Öncelikle,  $\nu = 1/3$  doldurma faktörlü akım kanallarının uzaysal dağılımlarını elde etmek amacıyla, farklı kesme derinliklerine ve farklı kapı potansiyellerine sahip GaAs/AlGaAs örneklerine  $B = 14.4 T$  değerinde sabit bir manyetik alan uygulanmıştır. Daha sonra, elde edilen akım kanalının başlangıcına elektron dalga paketi yerleştirilerek ilerlemesi incelenmiştir. Kanalların birbirine yakın olduğu bölgelerde elektron dalga paketi tünelleme yaparak diğer kanalda da ilerleyebilmektedir. Farklı iki kanalda ilerleyen dalgaların girişim oluşturma olasılığı ve elektronik dalga paketinin zamana bağlı hareketi, “zamana bağlı yoğunluk fonksiyoneli kuramı” ile OCTOPUS programında araştırılmıştır. Sonuç olarak, sanki parçacık interferometrelerindeki girişim olasılığı, akım kanalları arasındaki uzaklığa bağlıdır ve girişimin en iyi gözlemlendiği akım kanalları arası uzaklık  $d = 0.6 a_0$  olarak elde edilmiştir.

Tüm bu incelemeler birleştirildiğinde,

15 nm kesme yapılmış ve  $-4.7 V$  kapı uygulanmış,

30 nm kesme yapılmış ve  $-3.7 V$  kapı uygulanmış,

45 nm kesme yapılmış ve  $-2.7 V$  kapı uygulanmış,

60 nm kesme yapılmış ve  $-1.7 V$  kapı uygulanmış streç kapılı örneklerin interferometre için kullanılabilir yapıda malzemeler olduğu görülmektedir. Böylece,

sanki parçacıkların KHE şartları altında zamana bağlı olarak dinamikleri kuramsal olarak ilk kez incelenmiştir ve deneysel sonuçlarla uyumlu değerler elde edilmiştir. Ayrıca yüksek kesme derinliği (örneğin  $D_e = 240 \text{ nm}$ ) ile elde edilen örneklerle uygulanan  $B \geq 12 \text{ T}$  değerindeki manyetik alanlarda kenar kanallarının birleşmeleri sonucunda örneğin iç bölgesinde kapanan bölgeler oluştuğu görülmüş ve bu bölgelerin alanlarının, artan manyetik alan ile azaldığı hesaplanmıştır.

Literatürde bu konu üzerine yapılan kuramsal çalışmalar, deneysel sistemleri tanımlamakta yetersizdir. Gerçek örnek özellikleri düşünülerek, gerçek elektron dağılımı kullanılarak elde edilen bu tez çalışmasındaki sonuçlar, deneysel sonuçların açıklanmasında daha faydalı olacak ve yarıiletken teknolojisinde yapılan çalışmalara katkıda bulunacaktır.

## 6. KAYNAKLAR

- AHLSWEDE, E., WEIS, J., KLITZING, K. V. and EBERL, K. 2002. Hall potential distribution in the quantum Hall regime in the vicinity of a potential probe contact. *Physica E* **12**, 165-168.
- ANDO, T., MATSUMOTO, Y. and UEMURA, Y. 1975. Theory of Hall Effect in a Two-Dimensional Electron System. *J. Phys. Soc. Japan*, **39**, 279.
- ANDO, T., FOWLER, A. B. and STERN, F. 1982. Electronic Properties of two-dimensional Systems. *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437-672.
- ARSLAN, S., CICEK, E., EKSI, E., AKTAS, S., WEICHSELBAUM, A. and SIDDIKI, A. 2008. Modeling of quantum point contacts in high magnetic fields and with current bias outside the linear response regime. *Phys. Rev. B* **78**, 125423.
- BEENAKKER, C. W. J. 1990. Edge channels for the fractional quantum Hall effect. *Phys. Rev. Lett.* **64**, 216-219.
- BILGEC, G., TOFFOLI, H. U., SIDDIKI, A. and SOKMEN, I. 2010. The self-consistent calculation of exchange enhanced odd integer quantized Hall plateaus within Thomas- Fermi-Dirac Approximation. *Physica E*, **42**, 1058-1061.
- BUTTIKER, M. 1986. Four-Terminal Phase-Coherent Conductance. *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1761-1764.
- BUTTIKER, M. 1988. Absence of backscattering in the quantum Hall effect in multiprobe conductors, *Phys. Rev. B*, **38**, 9375–9389.
- CAMINO, F. E., ZHOU, W and GOLDMAN, V. J. 2005. Aharonov-Bohm electron interferometer in the integer quantum Hall regime. *Phys. Rev. B*, **72**, 155313.
- CAMINO, F. E., ZHOU, W. and GOLDMAN, V. J. 2005. Realization of a Laughlin quasiparticle interferometer: Observation of fractional statistics. *Phys. Rev. B* **72**, 075342.
- CAMINO, F. E., ZHOU, W. and GOLDMAN, V. J. 2006. Transport in the Laughlin quasiparticle interferometer: Evidence for topological protection in an anyonic qubit. *Phys. Rev. B* **74**, 115301.
- CAMINO, F. E., ZHOU and W GOLDMAN, V. J. 2007.  $e/3$  Laughlin Quasiparticle Primary-Filling  $\nu = 1/3$  Interferometer. *Phys. Review Letters*, **98**(7) , 076805.

- CAMINO, F. E., ZHOU and W GOLDMAN, V. J. 2008. Experimental realization of Laughlin quasiparticle interferometers. *Physica E*, **40**, 5, 949-953.
- CHANG, A. M. 1990. A unified transport theory for the integral and fractional quantum hall effects: Phase boundaries, edge currents, and transmission/reflection probabilities. *Solid State Commun.* **74**, 871-876.
- CHKLOVSKII, D. B., SHKLOVSKII, B. I. and GLAZMAN, L. I. 1992. Electrostatics of Edge Channels. *Phys. Rev. B*, **46**, 4026-4034.
- CHOI, K. K., TSUI, D. C. and ALAVI, K. 1987. Experimental determination of the edge depletion width of a two-dimensional electron gas in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As. *Appl. Phys. Lett.* **50**, 110.
- CICEK, E., MESE, A. I., ULAS, M. and SIDDIKI, A. 2009. Spatial Distribution of the Incompressible Strips at AB Interferometer. *Physica E*, **42**, 1095.
- DAHLEM, F., AHLWEDE, E., WEIS, J. and KLITZING, K. V. 2010. Cryogenic scanning force microscopy of quantum Hall samples: Adiabatic transport originating in anisotropic depletion at contact interfaces. *Phys. Rev. B* **82**, 121305.
- DERELİ, T. ve VERÇİN, A. 2000. Kuantum Mekanikası II. Metu Press, Ankara.
- DEVIATOV, E. V., MARQUARDT, B., LORKE, A., BIASIOL, G. and L. SORBA. 2009. Interference effects in transport across a single incompressible strip at the edge of the fractional quantum Hall system. *Phys. Rev. B* **79**, 125312.
- EVANS, A. K., GLAZMAN, L. I. and SHKLOVSKII, B. I. 1993. Coulomb blockade in the quantum-Hall-effect state. *Phys. Rev. B* **48**, 11120-11127.
- EZAWA, Z. F. 2008. Quantum Hall Effects: Field Theoretical Approach and Related Topics, World Scientific Publishing Co., Singapore.
- FANO, G., ORTOLANI, F. and COLOMBO, E. 1986. Configuration-interaction calculations on the fractional quantum Hall effect. *Phys. Rev. B* **34**, 2670-2680.
- FOCK, V. 1930. *Z. Phys.* **61**, 126.
- FRIEDLAND, K., SIDDIKI, A., HEY, R., KOSTIAL, H., RIEDEL, A. and MAUDE, D. K. 2009. Quantum Hall effect in a high-mobility two-dimensional electron gas on the surface of a cylinder. *Phys. Rev. B* **79**, 125320.



- GELFAND B. Y. and HALPERIN, B. I. 1994. Edge electrostatics of a mesa-etched sample and edge-state-to-bulk scattering rate in the fractional quantum Hall regime. *Phys. Rev. B* **49**, 1862-1866.
- GIRVIN, S. M., MACDONALD, A. H. and PLATZMAN, P. M. 1985. Collective-Excitation Gap in the Fractional Quantum Hall Effect. *Phys. Rev. Lett.*, **54**, 581-533.
- GOLDMAN, V. J., LIU, J. and ZASLAVSKY, A. 2005. Fractional statistics of Laughlin quasiparticles in quantum antidots. *Phys. Rev. B*, **71**, 155303.
- GUVEN, K. and GERHARDTS, R. R. 2003. Self-consistent local equilibrium model for density profile and distribution of dissipative currents in a Hall bar under strong magnetic fields. *Phys. Rev. B* **67**, 115327.
- HALDANE, F. D. M. and REZAYI, E. H. 1985. Finite-Size Studies of the incompressible State of the Fractionally Quantized Hall Effect and its Excitations. *Phys. Rev. Lett.*, **54**, 237-240.
- HALPERIN, B., I. 1982. Quantized Hall conductance, current-carrying edge states, and the existence of extended states in a two-dimensional disordered potential. *Phys. Rev. B.*, **25**, 2185-2190.
- HARTREE, D. R. 1928. The Wave Mechanics of an Atom with a Non-Coulomb Central Field. Part I. Theory and Methods. *Proc. Cambridge. Philos. Soc.*, **24**, 89-110.
- HUCKESTEIN, B. 1995. Scaling Theory of the Integer Quantum Hall Effect. *Rev. Mod. Phys.*, **67**, 357-396.
- ILANI, S., MARTIN, J., TEITELBAUM, E., SMET, J. H., MAHALU, D., UMANSKY, V. and YACOBY, A. 2004. The microscopic nature of localization in the quantum Hall effect. *Nature* **427**, 328-332.
- IHNATSENKA, S. and ZOZOULENKO, I. V. 2006. Spatial spin polarization and suppression of compressible edge channels in the integer quantum Hall regime. *Phys. Rev. B.*, **73**, 155314.
- JAIN, J. K. 1989. Composite-Fermion Approach for the Fractional Quantum Hall Effect. *Phys. Rev. Lett.*, **63**, 199-202.
- JAIN, J. K. 1990. Theory of the fractional quantum Hall effect, *Phys. Rev. B*, **41**, 7653.

- JAIN, J. K. 1995. Composite Fermion Theory of Fractional Quantum Hall Effect, *Acta Physica Polonica B*, **26**, 2149.
- JAIN, J. K. 2007. Composite Fermions. Cambridge University Press, New York
- KRAMER, B., KETTEMANN, S., and OHTSUKI, T. 2003. Localization in the quantum Hall regime, *Physica E*, **20**, 172.
- KLITZING, K. V., DORDA, G. and PEPPER, M. 1980. New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance. *Phys. Rev. Lett.*, **45**, 494-497.
- KLITZING, K. V. 2004. 25 Years of Quantum Hall Effect. *Seminaire Poincare* **2**, 1-16.
- LANDAUER, R. 1957. Spatial variation of currents and fields due to localized scatterers in metallic conduction. *IBM J. Res. Dev.* **1**, 223–231.
- LANDAUER, R. 1970. Electrical resistance of disordered one-dimensional lattices. *Philos. Mag.*, **21**, 863–867.
- LAUGHLIN, R. B. 1981. Quantized Hall conductivity in two dimensions, *Phys. Rev. B* **23**, 5632.
- LAUGHLIN, R. B. 1983-a. Quantized motion of three two-dimensional electrons in a strong magnetic field, *Phys. Rev. B* **27**, 3383.
- LAUGHLIN, R. B. 1983-b. Anomalous Quantum Hall Effect: An Incompressible Quantum Fluid with Fractionally Charged Excitations, *Phys. Rev. Lett.*, **50**, 1395-1398.
- LEVKIVSKYI, I. P. and SUKHORUKOV, E. V. 2008. Dephasing in the electronic Mach-Zehnder interferometer at filling factor  $\nu = 2$ , *Phys. Rev. B* **78**, 045322
- LIER, K. and GERHARDTS, R. R. 1994. Self-consistent calculations of edge channels in laterally confined two-dimensional electron systems. *Phys. Rev. B* **50**, 7757-7767.
- MARES, J. J, SIDDIKI, A., KINDL, D., HUBIK, P and J. KRISTO. 2009. Electrostatic screening and experimental evidence of a topological phase transition in a bulk quantum Hall liquid. *New Journal of Physics*, **11**, 083028.
- McCLURE, D. T., ZHANG, Y., ROSENOW, B., LEVENSON-FALK, E. M., MARCUS, C. M., PFEIFFER, L. N. and WEST, K. W. 2009. Edge-State Velocity and Coherence in a Quantum Hall Fabry-Perot Interferometer. *Phys. Rev. Lett.* **103**, 206806.

- MOLLER, G. and SIMON, S. H. 2005. Composite fermions in a negative effective magnetic field: A Monte Carlo study. *Physical Review B*, **72**, 045344.
- MORF, R. and HALPERIN, B. I. 1986. Monte Carlo evaluation of trial wave functions for the fractional quantized Hall effect: Disk geometry. *Phys. Rev. B* **33**, 2221-2246.
- OH, J. H. and GERHARDTS, R. R. 1997. Self-consistent Thomas-Fermi calculation of potential and current distributions in a two-dimensional Hall bar geometry. *Phys. Rev. B* **56**, 13519-13528.
- PRANGE, R. E. and GIRVIN, S. 1987. *The Quantum Hall Effect*, Springer, New York.
- SAILER, J., WILD, A., LANG, V., SIDDIKI, A. and BOUGEARD, D. 2010. Quantum Hall resistance overshoot in two-dimensional (2D) electron gases: theory and experiment. *New Journal of Physics*, **12**, 113033.
- SALMAN, A., KOYMEN, E, YUCEL, M. B, ATCI, H., ERKARSLAN, U and SIDDIKI, A. 2012. Screening theory based modeling of the quantum Hall based quasi-particle interferometers defined at quantum-dots. *Physica E*, Volume 44, Issue 7-8, 1425-1428.
- SARMA, S. D. and PINCZUK, A. 1997. *Perspectives in Quantum Hall Effects*, Wiley, New York.
- SCAROLA, V. W., LEE, S.-Y. ve JAIN, J. K. 2002. Excitation gaps of incompressible composite fermion states: Approach to the Fermi sea, *Phys. Rev. B*, **66**, 155320.
- SIDDIKI, A. and GERHARDTS, R. R. 2003. Thomas-Fermi-Poisson theory of Screening for laterally confined and unconfined two-dimensional Electron Systems in Strong Magnetic Fields, *Phys. Rev. B* **68**, 125315.
- SIDDIKI, A. and GERHARDTS, R. R. 2004. Incompressible strips in dissipative Hall bars as origin of quantized Hall plateaus. *Phys. Rev. B*, **70**, 195335.
- SIDDIKI, A. 2007. Self-consistent Coulomb picture of an electron-electron bilayer system. *Phys. Rev. B*, **75**, 155311.
- SIDDIKI, A. 2008. The spin-split incompressible edge states within empirical Hartree approximation at intermediately large Hall samples. *Physica E* **40**, 1124-1126.
- SIDDIKI, A., HORAS, J., MOSER, J., WEGSCHEIDER, W. and LUDWIG, S. 2009. Interaction-mediated asymmetries of the quantized Hall effect. *Europhysics Letters* **88**, 17007.

- SIDDIKI, A., HORAS, J., KUPIDURA, D., WEGSCHEIDER, W. and LUDWIG, S. 2010. Asymmetric nonlinear response of the quantized Hall effect. *New Journal of Physics* **12**, 113011.
- SIDDIKI, A. and GUVEN, K. 2010. Semi-classical theory of Aharonov-Bohm oscillations under quantized Hall conditions. arXiv:1006.5012v2.
- SIDDIKI, A., GULEBAGLAN, S., E., YURDASAN, N., BİLGEÇ, G., YILDIZ, A and SOKMEN, I. 2010. Evanescent incompressible strips as origin of the observed Hall resistance overshoot. *EPL*, **92**, 67010.
- SLATER, J.C. 1930. Note on Hartree's Method. *Phys. Rev.*, **35**, 210.
- TSUI, D., STORMER, H. and GOSSARD, A. 1982. Two-Dimensional Magnetotransport in the Extreme Quantum Limit. *Phys. Rev. Lett.*, **48**, 1559-1562.
- WEICHSELBAUM, A. and ULLOA, S. E. 2003. Potential landscapes and induced charges near metallic islands in three dimensions. *Phys. Rev. E*, **68**, 056707.
- WILCZEK, F. 1982-a. Magnetic Flux, Angular Momentum, and Statistics. *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1144-1146.
- WILCZEK, F. 1982-b. Quantum Mechanics of Fractional-Spin Particles. *Phys. Rev. Lett.* **49**, 957-959.
- WULF, U., GUDMUNDSSON, V. and GERHARDTS, R. R. 1988. Screening properties of the two-dimensional electron gas in the quantum Hall regime. *Phys. Rev. B*, **38**, 4218-4230.

## ÖZGEÇMİŞ

1980 yılında Burdur’ da doğdu. İlk, orta, lise öğrenimini Burdur’ da tamamladı. 1997 yılında Gazi Üniversitesi, Gazi Eğitim Fakültesi, Fizik Öğretmenliği Bölümüne başladı. 2001 yılında Fizik Öğretmeni olarak mezun oldu. 2002 yılında Milli Eğitim Bakanlığı’ na bağlı olarak bir dönem ilkokul öğretmenliği yaptı. 2001 yılında başladığı Akdeniz Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı’ ndaki Yüksek Lisans eğitimini 2005 yılında tamamladı. 2006 yılında Akdeniz Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı’nda doktora eğitimine başladı. Akdeniz Üniversitesi ERASMUS Yurtdışı Öğrenci Burs Programı ile Finlandiya’ da, Jyväskylä Üniversitesi Nanobilim Merkezi ve Fizik Bölümünde Kuantum Kontrol ve Dinamik araştırma grubunda 3 ay boyunca çalışmalar yaptı. 2002 yılından beri Akdeniz Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı’nda Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.